HISTORIA DE LA LÓGICA FORMAL

I. M. BOCHEŃSKI

HISTORIA DE LA LÓGICA FORMAL

EDICIÓN ESPAÑOLA
DE
MILLÁN BRAVO LOZANO



EDITORIAL GREDOS

Título original: *FORMALE LOGIK.*

PRIMERA EDICIÓN, julio de 1968.
1.ª Reimpresión, junio de 1976.
2.ª Reimpresión, abril de 1985.

Depósito Legal: M. 12248-1985.

ISBN 84-249-2153-4.

Impreso en España. Printed in Spain.
Gráficas Cóndor, S. A., Sánchez Pacheco, 81, Madrid, 1985. — 5853.

PRÓLOGO A LA EDICIÓN ESPAÑOLA

Al cabo de dos años de entusiasta empeño, siento la satisfacción de poder presentar al público de habla española la HISTORIA DE LA LÓGICA FORMAL de I. M. Bocheński publicada en 1956 en original alemán. Las dudas que sobre el acierto en la totalidad de mi trabajo me asaltan en estos momentos, así como el presentimiento de haber errado quizá en más de un punto particular, se ven compensados por el convencimiento de que mis esfuerzos han de reportar alguna utilidad al extenso público hispano cada vez más interesado por los problemas de la Lógica formal y su Historia.

Una cosa desde luego puedo garantizar: la seriedad con que desde el planteamiento mismo de la edición castellana de la obra se procedió en su preparación. Tanto don Ángel González Alvarez, como Director de la colección en que aparece, como la Editorial Gredos no repararon ni en esfuerzos ni en medios para lograr que el ambicioso conjunto de 852 textos que van desde los primeros balbuceos de la Lógica en Occidente hasta nuestros mismos días —sin olvidar otras manifestaciones de la Lógica no occidental— y a cuyo filo se intenta por primera vez una visión completa, sistemática y técnica de la Historia de la Lógica, llegara en su genuina multivariedad al estudioso de habla hispana. De los 272 textos griegos y los 271 latinos recogidos en la obra, sólo unos cuantos inéditos medievales, más otro pequeño grupo de "neo-latinos" del período "clásico" de la Lógica no han podido ser vertidos directamente del original sino a través de la traducción alemana de Bocheński. A la extensa gama de los escolásticos he tenido acceso gracias a los ricos fondos de la Biblio-

teca Universitaria salmantina y de los viejos e históricos conventos de la Ciudad, excepto en unos cuantos casos en que tuve que perseguir las preciadas ediciones hasta la Biblioteca Nacional donde han encontrado seguro asiento tantos "cursus" escolásticos de procedencia conventual y provinciana.

El original de los 187 textos ingleses me lo ha proporcionado globalmente la edición americana de la obra debida a I. Thomas, O. P., cuya interpretación he tenido presente no sólo en unos cuantos pasajes oscuros, sino en otra serie de lugares en que su trabajo, logrado y justo, pero, quizá algo descuidado en detalles, dejó deslizarse falsas interpretaciones e inexactitudes. Finalmente los 122 textos restantes son en su mayoría alemanes si exceptuamos algunos franceses e italianos y unos cuantos polacos cuyos originales me han resultado por diversos motivos inaccesibles. Grupo aparte forman los 42 de la Lógica india que he traducido a través del alemán.

Particularidades de la edición española

La edición alemana adopta el sistema decimal para las citas que constituyen una serie única en la que van incluidas tanto las referencias, notas, etc., como los textos. Por mi parte me ha parecido más práctico, homogéneo y acorde con el uso español resolver las "notas" propiamente tales al pie de página, reservando la serie decimal corrida para los textos.

Elemento sustancial de la obra de Bocheński es la extensa *Bibliografía* sobre Historia de la Lógica que ocupa unas 80 páginas y que refleja el estado de la cuestión en la fecha de su publicación. La he conservado intacta salvo las leves modificaciones que en su lugar se indican. He creído en cambio que su manejo se le facilitaría considerablemente al lector descifrándole las a veces ininteligibles abreviaciones alemanas insertas en el texto bibliográfico, y así las traduje al castellano. Con ello toda esa vidriosa sección hubo de ser compuesta por entero en lugar de la reproducción fotográfica que de ella presenta la edición inglesa de la obra, por ejemplo.

En la traducción de los textos, a la forma literaria he preferido la fidelidad, criterio adoptado también por el editor alemán a quien habrá de responsabilizar el lector por ciertas interpretaciones particulares. Por lo demás es claro que el interés de estos, en una gran mayoría, breves pá-

rrafos radica en su fuerza original. Este criterio me ha llevado hasta el extremo de pensar durante la realización de mi trabajo, en el lector ideal que si no acude directamente a informarse al original, al menos lo tiene delante como monitor de la traducción que maneja. Cuando de fuentes se trata es el valor textual y no meramente el contextual el que interesa.

Terminología

El problema más espinoso que se presenta a la hora de verter un concepto o ámbito conceptual acuñado en una lengua a otra, es el de la creación o especialización —caso de existir ya genéricamente— del vocablo o tecnicismo correspondiente. Y en el caso de la Lógica formal y su historiografía la situación para el español no es muy halagüeña si se tiene presente que es una disciplina que ha nacido y se ha desarrollado en su versión moderna preferentemente en inglés y en alemán. Los tecnicismos estaban en castellano unas veces a medio crear y otras sin fijar definitivamente. Obras como *Lógica matemática* de J. Ferrater Mora y H. Leblanc (México-Buenos Aires, 1955) o *Lógica matemática y Lógica filosófica* de V. Muñoz (Madrid, 1963), etc., me han servido de base para tratar de conseguir una terminología apropiada y lo más universalmente admitida que fuera posible. El último de los dos autores citados se brindó amablemente a discutir conmigo diversos aspectos sobre el particular que han sido incorporados al texto. Quede aquí constancia de mi agradecimiento.

Con particular esmero me he planteado el problema de la interpretación correcta y de la versión adecuada del conjunto de textos griegos y latinos. Obligado era ello y como de oficio en un filólogo clásico, hasta el punto de que a aceptar de parte de la Editorial un encargo no falto de riesgos y dificultades como anteriores experiencias habían penosamente mostrado me movió no en último lugar el tratarse de una antología de la Lógica cuyas *dos terceras partes* constituían la tarea específica de un filólogo. Efectivamente a quien entendiera en cosas de la Antigüedad competía la elaboración castellana de esa larga serie de perícopas griegas y latinas, verdaderas fuentes de la Lógica occidental, no raras veces manejadas en la bibliografía filosófica hispana con una cierta improvisación y desconsideración histórica por quienes desvirtuando la invencible objetividad de los ciclos culturales e insensibles a las imposiciones de la instru-

mentación filológica, incurren en espejismos y autoproyecciones sobre tales períodos de ulteriores elaboraciones de la "Schola".

Hay todavía un punto concreto sobre el que debo llamar la atención. En la p. 30 al explicar las "expresiones técnicas" dice Bocheński que se valdrá sistemáticamente del par alemán *Aussage/Satz* para designar el signo material y su contenido respectivamente. Dicho par responde —aunque no se corresponda exactamente ni con su precisión— al inglés *sentence / proposition,* lo mismo que al par *propositio* (escolástico) / λεκτόν (estoico). Varias son las objeciones que se han formulado contra Bocheński sobre el particular. (V. p. e. la edición inglesa de I. Thomas, p. VII s. y las razones particulares en que se funda). Nosotros vamos a prescindir de ellas para planteamos por nuestra parte el problema del equivalente castellano de ambos términos alemanes, en lo que no hay acuerdo por parte de los estudiosos de Lógica de habla hispana. Mientras unos abogan, en efecto, por el tradicional *proposición* para *Aussage,* al que se opondría *teorema, ley,* etc., para *Satz* en el campo del contenido, hablando por tanto de *Lógica proposicional, funciones proposicionales, functores proposicionales,* etc., otros prefieren por el contrario el par *sentencia / proposición* que convertiría las anteriores denominaciones en las siguientes: *Lógica sentencial, funciones sentenciales, functores sentenciales,* etc.

Ante esta situación ambigua me he decidido por la práctica del original alemán valiéndome invariablemente del grupo *sentencia / proposición* y sus correspondientes derivados sin querer prejuzgar una cuestión que aparte de no afectar a la sustancia de la disciplina, se halla todavía *sub iudice* (V. p. e., Ferrater Mora, *o. c.,* p. 21, nota), con la esperanza de que la aparición de éste y otros trabajos análogos fomenten el interés por la Lógica formal entre nosotros y conduzcan a la solución de diversos problemas entre otros los de la fijación de una terminología castellana adecuada.

Cuatro años se van a cumplir pronto desde que firmé este prólogo como coronación de mi trabajo en Salamanca. Tras una larga pausa la Editorial acometió eficazmente el problema de la creación de matrices para la abundante simbología que la composición de la quinta parte, *La forma matemática de la Lógica,* requería y que dio como resultado la feliz conclusión de la obra. Considero que nada de lo que entonces escribí debe ser modificado. Hoy como entonces termino expresando mi agradecimien-

to a don Sergio Rábade que tuvo la amabilidad de leer la sección del manuscrito correspondiente a *La forma escolástica de la Lógica* y hacerme varias observaciones, así como a M.ª Pilar Zataraín, hoy mi mujer, cuya valiosa colaboración recibí en la confección de índices y corrección de pruebas.

Munich, Navidad de 1965.

MILLÁN BRAVO LOZANO

PRÓLOGO

La presente Historia de los problemas de la Lógica formal —la primera completa que nosotros sepamos— ha surgido sólo en una pequeña parte de la investigación personal del autor. Su aparición ha sido posible gracias a un pequeño grupo de Lógicos e

Varsovia y Münster de Westfalia. La obra representa fundamentalmente los resultados de sus trabajos. Para ellos, y de una manera muy especial para los viejos maestros Jan Łukasiewicz y Heinrich Scholz, el agradecimiento del autor.

En la elaboración de la obra he recibido la ayuda singularmente cortés de una serie de hombres de ciencia. Los profesores E. W. Beth (Amsterdam), P. Ph. Boehner, O. F. M. (St. Bonaventure, N. Y.), A. Church (Princeton), O. Gigon (Berna), D. Ingalls (Harvard), J. Łukasiewicz (Dublin), B. Mates (Berkeley, California), E. Moody (Columbia University, N. Y.), P. M. Morard, O. P. (Friburgo de Suiza/Lausana) y P. I. Thomas, O. P. (Oxford) han tenido la amabilidad de leer las diversas partes del manuscrito comunicándome abundantes y valiosas observaciones, correcciones y añadiduras. Gracias a ellos se han podid

inexactitudes y mejorar considerablemente el contenido de la obra sin que, natu ralmente, recaiga sobre ellos la responsabilidad del texto tal como aparece.

El autor ha recibido, además, importantes indicaciones y puntos de vista de la señorita M. T. d'Alverny, directora de la sección de manuscritos de la Bibliothèque Nationale de París, del doctor J. Vajda, del Centre National de la Recherche Scientifique de París, y de los profesores L. Minio-Paluello (Oxford), S. Hulsewé (Leiden), H. Hermes y H. Scholz (Münster de Westfalia) R. Feys (Lovaina) y A. Badawi (Universidad Fuad, El Cairo). El doctor A. Menne tuvo la amabilidad de revisar las galeradas y darme algunos consejos.

Mi asistente, el doctor Thomas Räber, ha colaborado activamente en la composición de toda la obra. Sin su ayuda, yo no hubiera podido llevar a cabo probablemente, sobre todo, la traducción al alemán de los textos en lenguas extrañas. Su colaboración ha

grafía y en la preparación del manuscrito para la imprenta.

Durante mi trabajo he recibido el valioso apoyo

En este lugar quisiera citar las de Amsterdam (Biblioteca de la Universidad), Ba-

silea (Universitätsbibliothek), Göttingen (Niedersächsische Landes- und Universitätsbibliothek), Kolmar (Stadtbibliothek), Londres (British Museum e India Office Library), Munich (Bayerische Staatsbibliothek), Oxford (Bodleiana) y París (Bibliothèque Nationale), pero sobre todo el Instituto Kern de Leiden y el Instituto de Lógica matemática de Lovaina y Münster de Westfalia, donde se me dispensó una magnánima y valiosa acogida, y finalmente —last but not least—, a las bibliotecas de la Universidad y del cantón de Friburgo, cuyo personal ha hecho por mí cosas realmente inusitadas.

A la generosa aportación del Fondo Nacional Suizo para el Fomento de la Investigación debo el haber podido llevar a cabo mis investigaciones y componer esta obra. Gracias a él, se me ha permitido tomar un asistente y hacer frente a los gastos de diversos viajes, así como a los de microfilms, etc. Mi más sincero agradecimiento al Consejo de investigación del citado organismo, así como a todos aquellos que me han ayudado en mi trabajo.

Desde la conclusión del manuscrito han fallecido el Padre doctor Ph. Boehner y el redactor de la serie "Orbis Academicus", doctor Richard Brodführer. Citemos a ambos, una vez más, en señal de gratitud.

PRIMERA PARTE

INTRODUCCIÓN

§ 1. EL CONCEPTO DE LÓGICA FORMAL

Determinar el objeto de la historia de la problemática lógica es ya un problema difícil, pues quizá no exista denominación alguna científica fuera de la de Filosofía que haya adoptado tantos significados a lo largo de la Historia como la de "Lógica". Resulta, incluso, que la totalidad de la Filosofía, y hasta la ciencia en general, ha sido denominada "Lógica": por un lado, hasta la Metafísica, como en Hegel; por otro, hasta la Teoría del arte ("Lógica de lo bello"), pasando por la Psicología, la Teoría del conocimiento, la Matemática, etc. En esta situación es, sencillamente, imposible hablar en una historia de los problemas, de todo aquello que en el decurso de la Historia de Occidente se ha denominado "Lógica", pues ello significaría casi escribir una Historia general de la Filosofía.

Con todo, de lo dicho no se sigue que el empleo de esta denominación haya sido puramente arbitrario, pues la Historia ofrece puntos donde fundamentar la elección de uno entre sus múltiples significados. Esta elección puede llevarse a efecto por los siguientes pasos:

1. En primer lugar vamos a descartar aquello que en la mayoría de los autores, o bien se adscribe expresamente a otra ciencia, o bien si se considera "Lógica", lo es mediante la adición de un adjetivo: así la Teoría del conocimiento, la Lógica trascendental, la Ontología, etc., entre otras.

2. Si consideramos lo que queda después de esta exclusión, nos encontramos con que ha habido un pensador que conformó de manera tan decisiva la problemática fundamental del ámbito científico restante, que todos los investigadores occidentales posteriores que se han ocupado de este ámbito científico han vuelto a remontarse a él: Aristóteles. Desde luego que muchos de ellos, y entre otros ya su principal discípulo y sucesor Teofrasto, han rechazado a lo largo de los siglos *tesis* aristotélicas sustituyéndolas por otras; pero su *problemática* fundamental ha estado siempre, a lo que sabemos, de una forma o de otra en relación con la del *Organon* de Aristóteles. En consecuencia vamos a calificar por de pronto con el apelativo de "lógicos" aquellos problemas que han surgido de esta problemática.

3. Si pasamos a la Historia de la Lógica postaristotélica, comprobamos fácilmente que ha sido *una* parte del *Organon*, los *Analíticos Primeros*, la que ha ejercido la máxima influencia. Desde luego que también otras partes del mismo, como los *Tópicos* y los *Analíticos Posteriores*, han sido diligentemente estudiadas

y desarrolladas en determinadas épocas. Es, sin embargo, *común* a todos los períodos de vivo interés por el *Organon* el haberse agitado, ante todo, los problemas del tipo de los contenidos en los *Analíticos Primeros*. El tercer paso nos lleva, por tanto, a considerar como "Lógica", en sentido estricto, lo que se mantiene dentro del tipo de problemática de los *Analíticos Primeros*.

4. Los *Analíticos Primeros* tratan del llamado Silogismo, que se define como un λόγος, en el cual, dada una cosa, se sigue necesariamente otra. Mas tales λόγοι se tratan allí a manera de fórmulas en las que, en lugar de palabras con significación constante, aparecen variables: un ejemplo es "B conviene a todo A". El problema que Aristóteles se plantea claramente, si bien no de una manera explícita, en esta obra que ha hecho época podría, por tanto, formularse de la siguiente manera: ¿Cuáles son las fórmulas de esta índole que, caso de que se sustituyan en ellas constantes por variables, resultan enunciados condicionales tales que, puesto el antecedente, ha de seguirse el consecuente? Tales fórmulas se denominan "proposiciones lógicas". A tales proposiciones las vamos a considerar, por consiguiente, como el objeto principal de la Lógica.

5. Algunos lógicos se han limitado al descubrimiento, investigación y ordenación sistemática de las proposiciones lógicas. Así, por ejemplo, muchos escolásticos y lógicos matemáticos, y hasta el mismo Aristóteles en los *Analíticos Primeros*. Sin embargo, una Lógica así entendida parece suponer una concepción demasiado estrecha. Dos tipos de problemas se plantean normalmente en relación con las proposiciones: en primer lugar, el problema de su esencia: ¿Son las proposiciones fórmulas idiomáticas, estructuras verbales?; ¿son formas psíquicas o funciones?; ¿son contenidos objetivos? ¿Qué *significa* una ley lógica y, ulteriormente, una sentencia? Son éstos problemas que en el s. XX se tratan en la Semiótica. Siguen luego los relativos a la cuestión de cómo se han de emplear correctamente en la praxis del discurso científico las leyes lógicas. Estos problemas que fueron tratados por el mismo Aristóteles, sobre todo en los *Analíticos Posteriores*, son hoy día de la competencia de la Metodología general. Las cuestiones de la Semiótica y la Metodología se hallan, por tanto, relacionadas con la Lógica en sentido estricto: a la Semiótica debe la Lógica, en efecto, prácticamente siempre su fundamentación, mientras que en la Metodología recibe su perfeccionamiento. Vamos a denominar *Lógica formal* a lo que resta, excluidas estas dos disciplinas.

6. Una historia completa de los problemas de la Lógica debería, por tanto, tener como núcleo la historia de los problemas de la Lógica formal, para ocuparse luego de la evolución de la problemática semiótica y metodológica. Debería proponerse, ante todo, la siguiente cuestión: ¿Cuáles han sido en el pasado los problemas planteados en lo que respecta a la formulación, crítica y sistematización de las leyes lógico-formales? Para ello habría que investigar el sentido de estos problemas en los diversos Lógicos del pasado, lo mismo que la aplicación de estas leyes en la praxis científica. He aquí la determinación de nuestro objeto que creemos debe apoyarse sobre la base de la Historia.

Sin embargo, semejante programa se ha mostrado impracticable. Por una parte, nuestros conocimientos actuales en el terreno de la Semiótica y de la Metodología son demasiado fragmentarios para las épocas más importantes de la Historia; por otra, una consideración detallada de estas cuestiones, donde la materia nos es suficientemente conocida, nos llevaría demasiado lejos. Por ello, hemos decidido limi-

tarnos a lo esencial en el terreno de lo puramente lógico-formal, tomando en consideración, sólo de una manera accidental, algunos aspectos de los restantes dominios aludidos.

Constituyen, por tanto, el objeto de la presente obra, aquellos problemas que se refieren a la estructura de las proposiciones "lógico-formales" semejantes a los silogismos aristotélicos; a sus relaciones mutuas y a su verdad. ¿Se sigue, o no se sigue? ¿Y por qué? ¿Cómo puede probarse la validez de tal o cual proposición lógico-formal? ¿Cómo se definen estas o aquellas "constantes lógicas" del tipo más o menos de "y", "o", "si...-entonces...", "todo", etc.? Éstas son las cuestiones cuya historia se trata aquí.

§ 2. RESEÑA HISTÓRICA SOBRE LA HISTORIA DE LA LÓGICA

A. Los comienzos

Los primeros ensayos de una Historia de la Lógica los encontramos en los Humanistas, pudiendo quizá señalarse a Petrus Ramus como el primer historiador de la misma. En su *Scholarum dialecticarum libri XX* encontramos unas treinta amplias columnas dedicadas a esta historia. Ramus es, desde luego, en cuanto historiador de la Lógica, un fantaseador tan grande como en cuanto Lógico: nos habla de una *Logica Patrum,* en la que aparecen Noé y Prometeo como los primeros Lógicos, de una *Lógica Mathematicorum* luego, en la que se refiere a los pitagóricos. Siguen una *Logica Physicorum* (Zenón de Elea, Hipócrates, Demócrito, etc.), la *Logica Socratis,*
niorum et Stoicorum (aquí se cita, además, a los megáricos y a Diodoro Crono) y la *Logica Academicorum.* Sólo después viene la *Logica Peripateticorum,* en la que Ramus alude a la llamada *Aristotelis Bibliotheca,* e. d., el *Organon* (que, según él, lo mismo que en nuestros días según el P. Zürcher, S. I., no procede de Aristóteles), y finalmente la *Logica Aristoteleorum interpretum et praecipue Galeni*[1].

Este libro fue escrito en la mitad del s. XVI. Unos cincuenta años más tarde encontramos otro ensayo, menos amplio, pero más científico, debido a B. Keckermann. Su obra[2] sigue siendo de valor hasta hoy, toda vez que ha reunido una larga lista de títulos con las referencias cronológicas exactas, constituyendo una base importante para el estudio de la Lógica en el s. XVI. Sus juicios, sin embargo, no son mucho más valiosos que los de Ramus. Da la impresión de que la mayoría de los Lógicos citados por Keckermann los ha leído sólo de pasada, como, por ejemplo, a Hospiniano[3]. En conjunto se trata más de una bibliografía que de una Historia de la Lógica.

---

[1] *Schola in liberales artes,* col. 1-30.
[2] *Op. omnia* I.
[3] *L. c.,* col. 130.

B. Prejuicios

Ramus era un mal Lógico, pero un Lógico, y Keckermann poseía ciertos conocimientos de Lógica. De sus sucesores hasta llegar a Bolzano, Peirce y Peano, sólo raras veces se puede decir lo mismo. La mayoría de los historiadores de la Lógica, de los ss. XVII, XVIII y XIX, tratan más problemas ontológicos, epistemológicos y psicológicos que lógicos. Todo lo que procede de esta época, con pocas excepciones, se halla de tal manera determinado por los prejuicios imperantes, que hemos de incluir todo el período en la prehistoria de nuestra ciencia.

Los prejuicios a que nos referimos son, fundamentalmente, tres:

1. Impera universalmente la convicción de que el formalismo tiene muy poco que ver con la "verdadera" Lógica. En consecuencia, las investigaciones lógico-formales, o se hallan completamente desatendidas, o no se tratan sino con desprecio como algo accidental.

2. Dando un paso más, y en parte como consecuencia del prejuicio anterior, se considera a la Escolástica como una *media tempestas*, una "tenebrosa Edad Media" carente de toda ciencia. Mas, como la Escolástica poseía una Lógica formal altamente desarrollada, se intenta, o bien descubrir en la Historia otras "Lógicas" completamente diversas (así no sólo las de Noé y Epicteto, como en el caso de Ramus, sino la de Ramus mismo, como en el caso de los posteriores a él), o bien dar al menos con una pretendida más acertada interpretación de Aristóteles, lo cual lanza toda la investigación por rutas equivocadas.

3. Finalmente, impera con la misma universalidad una curiosa creencia en el progresivo desarrollo rectilíneo de toda ciencia, y, por tanto, también de la Lógica formal. En consecuencia, se hallan los espíritus constantemente inclinados a colocar obras del todo insignificantes de los "modernos" por encima de las obras geniales de los clásicos del pasado.

1. *Thomas Reid*

Para ofrecer un ejemplo del modo de escribir la historia en aquel tiempo, vamos a citar a un hombre que tenía las intenciones más dignas de encomio, al menos de leer a Aristóteles, lo cual realizó en la inmensa mayoría de las partes del *Organon*, si bien precisamente no en sus tratados más importantes. Él mismo nos dice lo siguiente, a propósito de ello:

2.01 Al intentar exponer los Analíticos y los Tópicos de Aristóteles, la sinceridad (*ingenuity*) me obliga a confesar que, si bien me he puesto frecuentemente a leer con gran cuidado y tratar de comprender todo lo que en ellos hay de inteligible, siempre han desfallecido mi ánimo y mi paciencia antes de haberlo llevado a cabo (*before I had done*). ¿Para qué había de malgastar (*throw away*) tanto tiempo y aplicación tan penosa en algo que tiene tan escasa utilidad real? Si yo hubiese vivido en aquellos tiempos en que el conocimiento del Organon de Aristóteles colocaba a un hombre en el grado supremo dentro de la Filosofía la ambición me

estudio; y menos, en mi opinión, no bastaría. Tales consideraciones se impusieron (*got to the better*) siempre a mi firme resolución, tan pronto como comenzó a resfriarse el primer ardor. Sólo puedo (por tanto) decir que he leído cuidadosamente algunas partes de los diversos libros (aristotélicos), algunas (otras las he leído) superficialmente (*slightly*), algunas quizá incluso no (las he leído)... De todas las lecturas es ésta (el *Organon*) la más seca y pesada; (el autor) dedica un interminable esfuerzo a la demostración, (habla) sobre cosas del orden más abstracto, presentando en un estilo lacónico y muchas veces, opino yo, de una afectada (*affected*) oscuridad: y todo (esto) para demostrar sentencias (*propositions*) universales, que aplicadas a casos concretos, aparecen evidentes por sí mismas.

Es no sólo una confesión verdaderamente lastimosa que Reid dé cuenta de la doctrina de un Lógico que no ha leído con precisión, sino también, y esto es mucho más importante, que para el filósofo escocés la Lógica formal era inútil, ininteligible y pesada. Sin embargo, los textos que a él le parecen ininteligibles e inútiles son precisamente aquéllos que todos los Lógicos consideran los más bellos y provechosos de la Historia.

Algo parecido sucede con casi todos los filósofos de la llamada Edad Moderna, desde los Humanistas hasta la aparición de la Lógica matemática. En estas circunstancias no podía surgir una Historia científica de la Lógica: ésta presupone, de hecho, una inteligencia de la ciencia de la Lógica.

La postura frente a la Lógica formal descrita será posteriormente documentada en el capítulo sobre la Lógica "clásica". Ahora vamos a detenernos únicamente en Kant, que ha expuesto puntos de vista directamente relacionados con la Historia de la Lógica.

2. *Kant*

Kant no ha sido víctima del primero ni del tercero de los prejuicios citados. Agudamente advirtió que la Lógica de su tiempo (no conocía otra) no era mejor que la aristotélica, y sacó de ahí la conclusión de que la Lógica no había hecho progreso alguno desde Aristóteles:

2.02 Que la Lógica ha seguido desde los tiempos más antiguos esta marcha segura (la de una ciencia) se desprende del hecho de que desde *Aristóteles* no ha necesitado dar un paso atrás, a no ser que se le computen como mejoras la supresión de algunas inevitables sutilezas o la determinación más precisa de lo ya expuesto, cosa que, sin embargo, afecta más bien a la elegancia que a la seguridad de la ciencia. Es además notable en ella que tampoco ha podido hasta ahora dar un paso hacia adelante, por lo que parece por todas las apariencias estar conclusa y perfecta. Pues si algunos modernos han pensado que la han ampliado por haber introducido en ella en parte capítulos *psicológicos...*, en parte *metafísicos...*, en parte *antropológicos...*, se debe a su ignorancia de la

naturaleza propia de esta ciencia. El entremezclar las fronteras de las ciencias entre sí, no es una ampliación de las mismas, sino una desfiguración; la frontera de la Lógica se halla exactamente delimitada por el hecho de ser una ciencia que no hace sino mostrar detalladamente y probar con rigor [bien sea *a priori*, bien de una manera empírica...] las reglas formales de todo pensamiento.

3. *Prantl*

Es un hecho curioso, quizá el único que se ha dado en la Historiografía, que Carl Prantl, el primero que escribió una Historia completa de la Lógica formal en Occidente [4], compuso esta obra con un trabajo que se prolongó a lo largo de toda su vida, precisamente para probar que Kant tenía razón, es decir, que la Lógica formal no tenía historia alguna en absoluto.

Por una parte, su gran obra es una colección de textos —recopilados en múltiples ocasiones con puntos de vista falsos— que hoy día en ningún modo es suficiente, pero que, desde luego, se ha hecho imprescindible. Es también Prantl el primero que, con un espíritu, desde luego, polémico y tergiversador en su mayor parte, ha tomado en serio y considerado a todos los Lógicos antiguos y escolásticos que le fueron asequibles. De esta forma, se puede decir que él ha creado la Historia de la Lógica y nos ha dejado una obra de gran utilidad.

Por otra parte, sin embargo, casi todo lo que dice en sus comentarios sobre estos Lógicos se halla hasta tal punto condicionado por los prejuicios indicados y escrito al mismo tiempo con un desconocimiento tan
lógica, que no puede reconocérsele valor científico alguno. Prantl parte de la tesis de Kant: es decir, cree que todo lo que ha venido después de Aristóteles no ha sido más que una corrupción del pensamiento aristotélico. Lo que en la Lógica hay de formal, es para él acientífico. Además, lo interpreta todo, incluso a Aristóteles, no a partir de los textos mismos, sino desde el punto de vista de la decadente Lógica "moderna". De este modo, por ejemplo, interpreta mal los silogismos aristotélicos entendiéndolos en el sentido de Ockham; interpreta todas las fórmulas lógico-sentenciales como fórmulas de la lógica de los términos; califica las investigaciones sobre objetos distintos de la silogística de "proliferación petulante", no llegando a plantearse naturalmente *ni un solo problema* realmente lógico-formal.

Si la obra, debido a esta posición, es ya acientífica y —fuera de su utilidad como colección de textos— sin valor, todavía se agravan más ambas cosas por un verdadero odio a todo lo que Prantl en su ingenuidad lógica considera inaceptable. Y esta aversión se transfiere de las doctrinas a las personas de los Lógicos, siendo sobre todo sus víctimas los pensadores de orientación megárica, estoica y escolástica. Justamente con ocasión de aquellos pasajes, en los que estos Lógicos desarrollan doctrinas lógico-formales francamente originales e importantes, se amontonan contra ellos escarnios y hasta vulgares insultos.

Vamos a documentar esto con unos cuantos pasajes —pocos en comparación con la masa de los existentes— de su *Historia de la Lógica*.

[4] *Geschichte der Logik im Abendlande.*

Crisipo, uno de los más grandes Lógicos estoicos, "nada nuevo... ha creado realmente en Lógica, pues no hace sino repetir lo ya existente entre los Peripatéticos, lo mismo que las particularidades introducidas por los Megáricos; su actividad se resuelve en un hundirse en el tratamiento del material, hasta un grado deplorable de simpleza, trivialidad y pedestrismo escolar". Efectivamente, Crisipo "es un prototipo de toda la estupidez de la pedantería" [5]. La Lógica estoica es, en general, una "degradación" de lo ya conseguido anteriormente [6] una "estupidez sin límites", ya que "justamente todo aquel que simplemente transcribe productos ajenos, corre en ello el peligro de tan sólo proclamar su propia necedad" [7]. Las leyes estoicas son "documentos de la pobreza de espíritu" [8]. Los estoicos, en efecto, fueron no sólo estúpidos, sino también hombres moralmente malos, porque eran sofísticos: su postura "no sólo no tiene ningún valor lógico científico, sino que representa también en el terreno del ethos un momento inmoral" [9]. Sobre la Escolástica se expresa Prantl de la siguiente manera: "Nos invade un sentimiento de compasión cuando vemos cómo se explotan fielmente hasta el agotamiento, dentro de un campo de visión limitado hasta el extremo, los doctrinarismos posibles dentro de él, o cuando de idéntica forma se desperdician siglos en el vano empeño de llevar métodos hasta el absurdo" [10]. Por ello, debe "considerarse la Edad Media como un milenio perdido para el adelanto de aquella ciencia que, en sentido propio, es considerada como "Filosofía" [11]. No va la cosa mejor en el s. XIII y siguientes: "Entre los numerosos autores que en conjunto, sin excepción, se alimentan de sólo sustancia ajena se puede apreciar únicamente una diferencia, consistente en que los unos, mentecatos, como, por ejemplo, *Alberto Magno* y *Tomás de Aquino,* recogieron precipitadamente, en un atolondrado afán de autoridad, las diversas piezas de distinta índole de propiedad ajena, mientras que otros, por el contrario, como, por ejemplo, *Duns Escoto, Ockham* y *Marsilio,* más inteligentes al menos, se avienen a explotar el material recibido..." [12]. "También *Alberto Magno*... era una cabeza oscura" [13]. Sería "un gran error" tener a Tomás de Aquino "por un pensador independiente" [14]. Su supuesta filosofía no es más que "la absurda confusión a él debida de dos puntos de vista esencialmente dispares; pues sólo puede ser cosa de una mente oscura...", etc. [15].

Un juicio semejante le merece la Lógica escolástica posterior: "Proliferación petulante" se titula un capítulo sobre la misma [16]. Prantl lamenta tener que aducir los puntos de vista de estos Lógicos, "pues (de lo contrario) la mera descripción del estado de cosas, que se redujera a decir simplemente que toda esta Lógica es

[5] Prantl I, 408.
[6] Prantl I, 402.
[7] Prantl I, 474 s.
[8] Prantl I, 477.
[9] Prantl I, 488.
[10] Prantl II, 8.
[11] Prantl II, 8.
[12] Prantl III, 2.
[13] Prantl III, 89.
[14] Prantl III, 107.
[15] Prantl III, 108.
[16] Prantl IV, 1 ss,

un empeño ininteligente, se le tomaría con derecho a mal al historiador y sin una documentación minuciosa no se le creería" [17].

Refutar a Prantl en detalle sería una tarea colosal y apenas sin utilidad. Es mejor prescindir por completo de él. Un historiador moderno de la Lógica, le debe considerar, es lástima, como no existente. Su refutación se logra, por lo demás, gracias a los resultados de conjunto de la nueva investigación que en el presente libro se recogen.

4. *Después de Prantl*

Prantl ha ejercido en la historiografía de la Lógica del s. XIX, y en parte también en la del XX, un influjo decisivo. Hasta la aparición de la nueva investigación procedente de los círculos lógico-matemáticos, las interpretaciones y juicios de Prantl fueron universalmente aceptados sin crítica. También los Historiadores posteriores de la Lógica han llevado, sobre todo, la confusión entre las cuestiones no lógicas y las lógicas más lejos todavía que Prantl. Como se aprecia en el hecho de que en sus Historias de la Lógica reservan mucho espacio a pensadores que no fueron Lógicos, descuidando, por el contrario, más y más a los Lógicos.

Algunos ejemplos: Friedrich Ueberweg, que personalmente no era un mal Lógico (supo, por ejemplo, distinguir la Lógica sentencial de la Lógica de los términos, lo que en el s. XIX fue raro), en su visión de conjunto sobre la Historia de la Lógica [18], dedica cuatro páginas a Aristóteles, dos a los "Epicúreos, Estoicos y Escépticos", dos a toda la Escolástica, mientras al período completamente infructuoso que va desde Descartes hasta su propio tiempo le dedica cincuenta y cinco. Junto a esto, un Schleiermacher ocupa más espacio que los Estoicos, y Descartes tanto como toda la Escolástica junta. R. Adamson no dedica a Kant menos de dieciséis páginas [19], mientras a todo el espacio de tiempo que va de la muerte de Aristóteles a Bacon, por tanto a los Megáricos, a los Estoicos, a los Comentaristas y a los Escolásticos, solamente cinco. Todavía hace pocos años Max Pohlenz reservaba apenas una docena de páginas a la Lógica estoica, en su gran obra sobre esta escuela [20].

Paralela con esta postura fundamental corría la errónea interpretación de las doctrinas lógicas antiguas: se las trataba, por regla general, de forma que no se veía en ellas más que lo correspondiente al contenido de la Lógica "clásica"; todo lo demás, o no se tenía en cuenta, o se interpretaba en el sentido de la Silogística "clásica", o, finalmente, se explicaba como simples sutilezas. No es posible examinar las particularidades de estas interpretaciones equivocadas. Sin embargo, hemos de documentarlas con algunos ejemplos al menos.

Así, se tergiversaba, por ejemplo, la Silogística asertórica de Aristóteles: el silogismo se concebía en "clásico", es decir, a la manera que arranca de Ockham (34.01) como una regla de deducción y que introduce al "Sócrates" inmortal en la premisa menor, mientras en Aristóteles el silogismo es una forma de sentencia condicional (§ 13) y jamás contiene un término singular. La Lógica estoica se con-

---

17 Prantl IV, 2.

18 *System* 16-94.

19 *A short History*.

20 *Die Stoa*.

cibe constantemente, y de forma improcedente, como Lógica de los términos [21], siendo así que se trata terminantemente de una Lógica sentencial (§ 20). La Lógica modal aristotélica (§ 15) era tan poco comprendida, que cuando A. Becker [22] dio en 1934 la interpretación correcta de esta doctrina se creyó universalmente que se trataba de algo revolucionario, siendo así que en lo esencial era una interpretación elemental conocida ya por Alberto Magno [23]. Se atribuyó también, tanto a Aristóteles como a Tomás de Aquino sin excepción, la concepción teofrástica de las sentencias modales y del silogismo modal que en absoluto fueron sostenidas por ellos [24].

Nada tiene de extraño que al surgir la Lógica matemática, teoremas que pertenecían al acervo más elemental de las épocas pasadas, se designaran con los nombres de De Morgan, Peirce y otros: por aquel tiempo no existía aún una Historia de la Lógica formal científica.

C. La investigación en el siglo XX

Una Historia de la Lógica formal, científica, libre de los prejuicios citados y fundada en el estudio detenido de los textos, ha surgido por primera vez en el s. XX. Las investigaciones más importantes en los diversos campos serán expuestas en las diversas secciones de nuestro estudio. Aquí vamos a decir únicamente lo que sigue:

La aparición de la moderna Historia de la Lógica ha sido posible para todos los períodos, excepto para el de la Lógica matemática, gracias a la labor de los Historiadores de la Filosofía y Filólogos del s. XIX. Ellos editaron por primera vez con toda corrección, estudiándolos desde el punto de vista histórico-literario, una serie de textos. Pero la mayoría de los filólogos antiguos, medievalistas e indólogos tenían escasos conocimientos y, desde luego, poco interés por la Lógica formal. De sus ingentes y valiosos trabajos sólo, no podía surgir una Historia de la Lógica.

El que haya surgido, agradezcámoselo al hecho de haber resucitado la Lógica formal, y en forma, precisamente, de Lógica matemática. *Casi todas* las investigaciones recientes han sido llevadas a cabo por Lógicos matemáticos, o por Historiadores formados en la Lógica matemática. De ellos vamos a nombrar sólo a tres en este lugar: Charles Sanders Peirce, el precursor de la investigación actual, conocedor tanto de la Lógica antigua como de la escolástica; Heinrich Scholz luego, y Jan Łukasiewicz con sus publicaciones de 1931 y 1935 [25]. Ambos han ejercido un influjo decisivo en muchos dominios de la Historia de la Lógica: gracias a ellos, han surgido estudios serios sobre la Lógica clásica antigua, medieval e india.

Con todo, hasta ahora no se trata todavía más que de los comienzos. Nos encontramos ya en posesión de puntos de vista fundamentales sobre la esencia de

---

21 P. e., Prantl. Janet-Séailles, Adamson y tb. Pohlenz.

22 *Die arist. Theorie.*

23 V. p. 236, n. 83.

24 Gredt, *Elementa* I, 64 (n. 68).

25 Scholz: *Geschichte;* Łukasiewicz: *Zur Geschichte.*

diversas formas históricas de la Lógica formal; con todo, la mayoría de las veces no las conocemos más que fragmentariamente. Esto se hace especialmente sensible en la Lógica escolástica y en la india. Mas, como la Historia de la Lógica es cultivada hoy sistemáticamente por un pequeño grupo de investigadores, se puede prever que esta situación irá mejorando en el decurso de los próximos decenios.

§ 3. EL DESARROLLO DE LA LÓGICA FORMAL

Como introducción al estado actual de la investigación, y justificación de la división de la presente obra, es necesario resumir aquí la situación general. Es ésta una comprensión nueva, formulada aquí por primera vez, del devenir de la Lógica formal; una comprensión que se aparta profundamente no sólo de concepciones de la Historia de la Lógica hasta ahora vigentes, sino incluso de las opiniones todavía ampliamente extendidas sobre la historia general del espíritu. Con todo, no es ningún "juicio sintético a priori", sino una tesis levantada sobre la base de la investigación empírica, que se apoya precisamente en los resultados globales de la presente obra. Su importancia parece rebasar las fronteras de la Historia de la Lógica: esta concepción puede considerarse como una contribución a la Historia general del espíritu de la Humanidad y, con ello, a la Sociología de la ciencia.

A. ELEMENTOS PARA LA GEOGRAFÍA Y LA CRONOLOGÍA DE LA LÓGICA

La Lógica formal ha surgido, a lo que sabemos, en dos ámbitos culturales, y solamente en dos: en el occidental y en el indio. En otros, como en el chino por ejemplo, encontramos ocasionalmente una metodología de la discusión y una sofística [26], pero en ellos no se desarrolló una Lógica formal en el sentido de Aristóteles o Dignāga.

Las dos Lógicas traspasaron después las fronteras de sus países de origen. Nos referimos ahora no simplemente a la expansión de la Lógica europea a aquellos países de América, Australia y otras tierras colonizadas por Europa: Norteamérica, por ejemplo, que, desde Peirce, constituye uno de los centros más importantes de la investigación lógico-formal, puede considerarse efectivamente como perteneciente al círculo cultural de Occidente. Más bien la Lógica occidental dominó en la alta Edad Media el mundo árabe y penetró por medio de los Misioneros en la cultura armenia [27]. Y otros ejemplos más del mismo tipo que se podrían citar. Lo mismo puede decirse de la Lógica india que penetró en el Tibet, China, Japón y otros países. Geográficamente, por tanto, nos encontramos con dos centros activos de desarrollo de la Lógica, cuya actividad en el decurso del tiempo irradió ampliamente en diversas direcciones hacia países extraños.

Sobre la cronología y períodos de la Historia de la Lógica digamos lo siguiente: esta Historia comienza en Europa en el s. IV antes de Cristo; y en la India

---

26 V. Bibliografía 6.5.

27 Esta referencia se la debo al Prof. M. van den Oudenrijn.

alrededor del s. I de nuestra era. Con anterioridad a estas fechas existe tanto en Grecia como en la India y China, quizá también en otros países, algo así como una Prehistoria de la Lógica, siendo un error completo hablar de una "Lógica de los Upaniṣad" o de una "Lógica de los Pitagóricos". Cierto que los pensadores de estos círculos han formulado también conclusiones, pero la Lógica no consiste en raciocinar, sino en la investigación del raciocinio. Tales investigaciones no aparecieron con toda seguridad con anterioridad a Platón y al Nyāya: a lo sumo, antes de estos autores encontramos ciertas reglas canónicas de la discusión fijadas por fuerza del uso, mas falta por completo una crítica y un análisis de estas reglas.

La Historia de la Lógica occidental puede dividirse en cinco períodos: 1, el período clásico antiguo (hasta el s. VI después de Cristo); 2, la alta Edad Media (s. VII-XI); 3, la Escolástica (s. XI-XV); 4, la época de la moderna Lógica "clásica" (s. XVI-XIX); 5, la Lógica matemática (a partir de la mitad del s. XIX). Dos de ellos, sin embargo, la alta Edad Media y la época de la Lógica "clásica", no son períodos creadores, de forma que en una Historia de los problemas pueden dejarse casi completamente de lado. La suposición de la falta de actividad lógica creadora entre la época antigua clásica y la Escolástica podría refutarse probablemente con el conocimiento de la Lógica árabe. Pero ésta, por un lado, se encuentra hasta hoy en una buena parte sin investigar, y, por otro, los resultados de las investigaciones emprendidas ya se hallan expuestos en árabe, resultándonos con ello, por desgracia, inasequibles.

La división en períodos de la Lógica india no puede proponerse todavía con la misma exactitud. Sólo una cosa parece segura: tenemos que aceptar dos grandes períodos al menos, el antiguo Nyāya y el Budismo hasta, aproximadamente, el s. X de nuestra era, y el Navya (nuevo) Nyāya a partir del s. XII.

B. El tipo de desarrollo de la Lógica

La Lógica no presenta un *desarrollo lineal continuo*, antes bien, la imagen de su trayectoria histórica es la de una línea interrumpida. Desde unos comienzos modestos se eleva por lo regular con gran rapidez, en el espacio aproximado de un siglo, hasta una altura considerable; mas luego viene casi con la misma rapidez el descenso. Se olvidan las antiguas adquisiciones, la problemática deja de interesar, o desaparece, como consecuencia de la situación político-cultural, la simple posibilidad de impulsar la Lógica. Luego, al cabo de siglos, comienza de nuevo la tarea investigadora, más bien con pocos elementos del acervo antiguo a la vista: precisamente en el empeño por reconstruirlo surge de nuevo la Lógica. Podríamos, pues, admitir que el desarrollo de la Lógica podría representarse algo así como por un sinusoide: a períodos cortos de elevación, sigue una larga llanura. Mas esta imagen sería inexacta, pues la Lógica "nueva", que sigue al período de barbarie lógica, no es, en la mayoría de los casos, una simple prolongación de la antigua: tiene en gran parte otros presupuestos y puntos de vista, emplea otra técnica y desarrolla aspectos de la problemática lógica anteriormente menos atendidos. Es una *forma* de la Lógica distinta de las anteriores.

Esto vale en la dimensión temporal para la Lógica occidental y (si bien con ciertas limitaciones) para la india. Pero vale a la vez en la dimensión espacial de la

relación entre los conjuntos de ambas Lógicas: la Lógica india se puede equiparar con la antigua clásica y la escolástica europea, en cuanto no aparece en ella la idea del cálculo; pero, fuera de eso, no hay apenas parecido alguno. Tenemos en ellas formas *distintas* de la Lógica. Y a duras penas se podría pensar en la inclusión de los resultados de la Lógica india en un esquema del desarrollo occidental.

Lo esencial, pues, en el conjunto de la Historia de la Lógica parece ser la aparición de diversas formas de esta ciencia separadas en el espacio y en el tiempo.

C. Las formas de la Lógica

Las fundamentales, hasta donde nos es posible determinar, son cuatro:

1. *La forma clásica antigua de la Lógica.* Las proposiciones lógicas se formulan aquí en su mayoría en lenguaje objeto; la Semántica, que no está ausente, queda, sin embargo, sin desarrollar. Las fórmulas lógicas constan de palabras del lenguaje corriente con la adición de variables. Mas este lenguaje corriente está, por así decirlo, simplificado, puesto que las locuciones aparecen en él por principio solamente con una función siempre semántica. La base de esta Lógica es el pensamiento tal como viene expresado en el lenguaje natural, respetándose las leyes sintácticas de este lenguaje. De él abstraen los Lógicos antiguos sus leyes y reglas formales.

2. *La forma escolástica de la Lógica.* Los Escolásticos enlazaron al principio con la época antigua, adoptando sólo y desarrollando el legado antiguo hasta tanto se mantuvieron en dicha postura. Mas, a partir de fines del s. XII, crearon algo completamente nuevo. Esta Lógica propia suya, formulada casi sin excepción en metalenguaje, se halla cimentada y es conducida por una penetrante Semántica ampliamente desarrollada. Las fórmulas constan de palabras del lenguaje corriente, con muy pocas o apenas ninguna variable, pero sin llegar a la restricción de las funciones semánticas como en la Lógica antigua. La Lógica escolástica resulta, de esta forma, un grandioso intento de abarcar las leyes formales que vienen expresadas en el lenguaje natural (el latín) dentro de reglas sintácticas y funciones semánticas ricamente diferenciadas. Lo mismo que en la Lógica antigua, se trata también aquí de una abstracción del lenguaje natural.

3. *La forma matemática de la Lógica.* En ella nos encontramos con una cierta vuelta a la época antigua: hasta un momento relativamente tardío en torno a 1930, la Lógica matemática está formulada puramente en lenguaje objeto con empleo abundante de variables; las locuciones y signos empleados tienen funciones semánticas estrictamente limitadas; la Semántica permanece completamente desatendida y no juega ni con mucho, una vez reconstruida aproximadamente a partir de 1930, el papel decisivo que desempeñó en la Edad Media. La Lógica matemática presenta dos novedades importantes: primero, el empleo de un lenguaje artificial; luego, lo que es aún más importante, una organización constructiva de la Lógica. Esto último significa que, al menos en principio, se erigen primero los sistemas formalísticamente, y sólo después son interpretados.

Es común a las tres formas de la Lógica occidental un amplio formalismo y el tratamiento predominantemente extensional de las leyes lógicas.

4. *La forma india de la Lógica.* Se diferencia de la occidental en los dos aspectos recién expuestos. También la Lógica india llega a establecer ciertas leyes formales; sin embargo, el formalismo está en ella menos desarrollado y se considera claramente como algo accidental. Al mismo tiempo, su estructura es predominantemente intensional en la medida en que los Lógicos indios del último período alcanzan a formular, sin cuantificadores enmarañados, proposiciones de la Lógica de los términos. Lo mismo que en la Lógica antigua y en la escolástica, se trata aquí también de una Lógica que procede abstractivamente.

Esta división resulta, especialmente desde el punto de vista de la Lógica antigua e india, esquemática y simplista. Se podría preguntar, en efecto, si la megárico-estoica pertenece a la misma forma que la aristotélica, o por el contrario, se trata de algo fundamentalmente nuevo, en razón, por ejemplo, a su peculiar posición semántica.

Aún más justificada estaría, quizá, la división del conjunto de la Lógica india en diversas formas. Se podría, por ejemplo, con todo derecho suponer que la Lógica budista se diferencia de la estricta tradición del Nyāya no sólo en sus fundamentos filosóficos y en detalles, sino sobre todo en que la budista representa una tendencia expresamente extensional, por oposición a los comentadores del Nyāya. Podría afirmarse también, no sin fundamento, que el Navya-Nyāya representa un nuevo tipo de Lógica que en ciertas doctrinas (así respecto de la *vyāpti*) acepta concepciones budistas, sigue la tradición Nyāya en otras, desarrollando finalmente en otros puntos una problemática y adoptando un punto de vista nuevos.

Con todo, las diferencias entre Aristóteles y la escuela megárico-estoica no parecen lo bastante importantes como para que se pueda hablar de dos formas distintas de la Lógica. En lo que se refiere, por otro lado, a la Lógica india son tan incompletos nuestros conocimientos, que resultaría precipitado esbozar una división y caracterización de sus diversas formas.

Otro problema que pertenece también a este capítulo es el de la llamada Lógica "clásica". No sería imposible considerarla como una forma peculiar de la Lógica, ya que por una parte, consta de piezas tomadas de la Lógica escolástica (así, por ejemplo, adopta las expresiones técnicas *Barbara, Celarent,* etc.); y, por otra, se interpretan estas piezas con un sentido completamente ajeno a la Escolástica, de una forma semejante, más bien, a la antigua. Mas es tan pobre el contenido de esta Lógica, tan grande el número de errores graves que la lastran y tan sumamente débil su poder creador, que apenas se atreve uno a considerarla, decadente como es, como una forma especial, equiparándola con ello a las Lógicas antigua, escolástica, matemática e india.

D. Unidad de la problemática lógica

Se ha dicho más arriba que cada nueva forma de la Lógica trae consigo el planteamiento de nuevos problemas lógicos. Resulta fácil presentar ejemplos de ello: en la Escolástica, por ejemplo, las grandiosas investigaciones semióticas referentes a las *proprietates terminorum;* luego, el análisis de sentencias con una variable temporal, las investigaciones sobre los cuantificadores, etc.; en la Lógica matemática, los problemas de la cuantificación múltiple, de la descripción, de las antinomias lógicas y otros semejantes. Que con esto se forman, a la vez, sistemas de Lógica formal completamente distintos, resulta manifiesto. Y esto sucede también en el dominio de una forma de la Lógica considerada en sí misma: la Lógica modal de Teofrasto es distinta de la de Aristóteles, por no citar más que un ejemplo. El número de sistemas lógico-formales que han surgido unos al lado de otros, especialmente desde la aparición de los *Principia Mathematica,* es grande.

Ahora bien, podría dar la impresión de que la Historia de la Lógica pone de manifiesto un relativismo de las doctrinas lógicas, de que en esta Historia se ven surgir *Lógicas* distintas. Mas no es de Lógicas distintas, sino de *formas* distintas de *una* Lógica de lo que hemos hablado. Esta manera de expresarnos ha sido elegida ya por razones de tipo especulativo, toda vez que la multiplicidad de los *Sistemas* lógicos no implica todavía una prueba de la relatividad de la Lógica. Pero, aparte de esto, hay una razón de orden empírico para hablar de *una* Lógica: lo que la Historia pone de manifiesto no solamente es la aparición de nuevos problemas y leyes, sino también, y esto es lo que sobre todo resalta en ella, la constante repetición de la misma problemática lógica fundamental.

Los siguientes ejemplos pueden servir de confirmación:

1. *El problema de la implicación.* Planteado por los megáricos y estoicos (20.03 ss.), fue recogido por los Escolásticos [28] y más tarde otra vez por los Lógicos matemáticos (41.11 ss.). El problema que en la India se trata bajo el nombre de vyāpti (53.10) [29] se halla, a lo que parece, íntimamente relacionado con ella. Todavía es más llamativo, quizá, el hecho de que en los diversos períodos se haya llegado con independencia absoluta unos de otros a los mismos resultados: así, la implicación material fue definida exactamente del mismo modo, por medio de los valores de verdad, en Filón (20.05), Burleigh (30.08) y Peirce (41.13). Otra definición aparece primeramente en los megáricos (20.08), y de nuevo como concepto fundamental de la implicación en los Escolásticos (30.04 s.), para ser adoptada, finalmente, otra vez por Lewis en 1918 (49.02).

2. Un segundo ejemplo nos lo ofrecen las *antinomias semánticas.* Planteado ya el problema en tiempo de Aristóteles (23.11), y tratado por los estoicos (23.12), lo encontramos de nuevo en los Escolásticos (35.02 ss.), para convertirse en la Lógica matemática en uno de los temas capitales (§ 48). También en este caso se dan redescubrimientos de las mismas soluciones, como en el *vicious-circle-principle,* existente ya en Paulo Véneto, por Russell.

---

28 V. p. 202, n. 50.

29 V. p. 406, n. 41, s.

3. Un tercer grupo de problemas comunes a la Lógica occidental es el de las cuestiones sobre la *Lógica modal.* Planteadas por Aristóteles (§ 15), fueron detenidamente tratadas por los Escolásticos (§ 33) y han resucitado de nuevo entre los Lógicos matemáticos de la última fase (49.01).

4. Hemos de aludir aún al *análisis de los cuantificadores:* los de Alberto de Sajonia y Peirce han surgido del mismo planteamiento del problema y completamente paralelos.

5. También entre las Lógicas india y occidental se pueden señalar tales correspondencias. D. H. H. Ingalls ha descubierto recientemente una larga serie de problemas y soluciones comunes en ambos dominios. Llama sobre todo la atención el hecho de que la Lógica india, que se desarrolló bajo condiciones totalmente diversas de la occidental e independientemente de ella, acabara por hallar *exactamente* el silogismo escolástico y convirtiera en el problema central, lo mismo que la Lógica occidental, la cuestión de la "conexión necesaria".

Podrían presentarse otros ejemplos más a este respecto: parece, pues, como si en la Historia de la Lógica formal existiesen un número de problemas fundamentales que, a pesar de la diversidad de los puntos de partida, son siempre adoptados de nuevo y —lo que es todavía más importante— resueltos de la misma manera.

Quizá no sea fácil de explicar con exactitud, pero es algo que resulta inmediatamente evidente a cualquier lector Lógico, la comunidad del *espíritu,* del interés quiero decir, por ciertas cuestiones, y de la índole y manera como son tratadas por todos los investigadores en el dominio de lo que abarcamos en las distintas formas de la Lógica formal. Léanse, uno a continuación de otro, por ejemplo, los textos 16.19, 22.12 ss., 31.22, 33.14 y 41.11 ss. No puede quedar el menor lugar a duda sobre el hecho de que en ellos se manifiesta la misma actitud y el mismo espíritu.

E. El problema del progreso

Con la cuestión de la unidad de la Lógica se halla estrechamente relacionado el difícil problema de su progreso. Una cosa hay aquí segura: que este problema no puede resolverse *a priori* por medio de una fe ciega en el continuo perfeccionamiento de la ciencia humana, sino únicamente sobre la base de una minuciosa investigación particular de tipo empírico. Sólo desde la Historia podemos averiguar si existe un progreso en la Lógica, no mediante un dogma filosófico.

Ahora bien, el problema no resulta fácil de resolver con nuestros actuales conocimientos históricos. Algunas de las cuestiones de que consta parece pueden ser respondidas con seguridad; para responder a otras nos faltan todavía las bases.

Con seguridad se puede aceptar lo que sigue:

1. La Historia de la Lógica no muestra, como hemos observado ya, un desarrollo lineal ascendente. Si se da, por tanto, algún progreso en su seno, no puede tener lugar, *primeramente,* más que dentro de un determinado período y forma de la Lógica, o también, en *segundo lugar,* de tal manera que las formas posteriores se consideren superiores a las precedentes.

2. Es claramente perceptible un cierto progreso dentro de los períodos y formas particulares de la Lógica. Donde mejor podemos comprobarlo es en la

Lógica india, si bien también es posible hacerlo dentro de la escolástica y la matemática. Cada período particular nos proporciona un criterio seguro para el progreso; cada uno de ellos tiene sus problemas fundamentales, y comparando la formulación y solución de los mismos en los diversos Lógicos de cada período, se aprecia fácilmente cómo los posteriores plantean con más precisión las cuestiones, emplean mejores métodos para su solución y conocen mayor número de leyes y reglas.

3. Si se considera la Historia de la Lógica en su totalidad, se puede constatar también en ella, con seguridad, un cierto progreso. Éste consiste en la existencia de nuevos problemas en las formas posteriores de la Lógica. Así resulta, por ejemplo, en parte, totalmente nueva y, por consiguiente, también más completa, respecto de la época antigua, la problemática semiótica considerablemente elaborada por los Escolásticos; son igualmente nuevas entre los Lógicos matemáticos las antinomias lógicas (por oposición a las semánticas); y nuevo resulta también el problema de la definición de los cuantificadores en Alberto de Sajonia. Otra vez no son éstos más que unos cuantos ejemplos entre los muchos posibles.

En el estado actual de la ciencia, por el contrario, parece todavía sin decidir la siguiente cuestión: ¿Es superior, *como conjunto*, a las anteriores cualquier forma posterior de la Lógica?

A esta cuestión se responde con demasiada frecuencia afirmativamente atendiendo a la Lógica matemática, y sobre todo porque, de una parte, se compara únicamente con su inmediato predecesor, la Lógica "clásica", y se deja impresionar uno, de otra, por la multitud de leyes y reglas formuladas en esta nueva forma de la Lógica con ayuda del cálculo.

Ahora bien, no se puede establecer una igualdad, en modo alguno, entre la Lógica "clásica" y la totalidad de la Lógica antigua: aquélla es más bien una forma decadente de nuestra ciencia, un "período muerto" de su desarrollo. Y el cálculo es, ciertamente, un valioso instrumento de la Lógica, pero sólo en cuanto permite una comprensión nueva de los contextos lógicos. Que con él se ha alcanzado semejante comprensión, por ejemplo, en la Lógica de las relaciones es algo que no puede negarse. Y es tan grande tanto la comodidad como la precisión de este instrumento, que ningún Lógico serio puede renunciar a él hoy. No nos atrevemos a afirmar, sin embargo, que el cálculo haya permitido *dondequiera* a la Lógica matemática superar a todas las formas más antiguas de la Lógica. Piénsese, por ejemplo, en la Lógica sentencial bivalente: lo que los *Principia Mathematica* ofrecen esencialmente de nuevo en este terreno es del todo insignificante comparado con la Escolástica.

A esto hay que añadir que no conocemos suficientemente las formas más primitivas de la Lógica. Durante decenios se ha hablado de un pretendido gran descubrimiento de De Morgan: Łukasiewicz ha mostrado después que su famosa ley pertenecía a las adquisiciones fundamentales de la Escolástica. El descubrimiento de las matrices de verdad se atribuía a Peirce o incluso a Wittgenstein; pues bien, el mismo Peirce las halló en los Megáricos. La definición clásica de número, de Frege, la ha descubierto D. Ingalls en la India en Mathurānātha (s. XVII), y por lo que a esto respecta sabemos con exactitud, como queda dicho, que de las Lógicas india y escolástica no poseemos aún más que piezas fragmentarias, por más que existan muchos elementos más en manuscritos e incluso en obras impresas sin

estudiar; y que la Lógica megárica, fuera de algunos escasos fragmentos retransmitidos por sus adversarios, se ha perdido.

Influye también en la respuesta a la cuestión sobre el perfeccionamiento progresivo de la Lógica, a través de toda su historia, la circunstancia de existir diversas formas de la Lógica, no siendo las primitivas simples precursoras de las actuales, sino que en buena parte tienen los mismos o parecidos problemas, si bien tratados desde otros puntos de vista y con otros métodos. Ahora bien, a un Lógico formado en la Lógica actual se le hace difícil ambientarse en otra. Dicho de otra manera: le resulta difícil hallar un criterio de comparación. Se sentirá siempre inclinado a apreciar como valioso únicamente lo que encaja en el cuadro de su Lógica. Presionados por nuestra técnica, que ya en sí no es ninguna Lógica, con un conocimiento superficial de las formas pasadas de la misma, y enjuiciándolas desde un punto de vista particular, corremos demasiado el peligro de malentender y subestimar las demás formas.

En el estado actual de la investigación es posible enumerar ya diversos elementos existentes en las formas más antiguas de la Lógica y que nos faltan todavía hoy a nosotros. Un ejemplo lo ofrece la doctrina escolástica de la suposición que manifiestamente es más rica en puntos de vista fundamentales y reglas que todo lo que hasta ahora ha producido la Semiótica matemática. Otro es, quizá, el tratamiento de la implicación (*vyāpti*) por los pensadores del Navya-Nyāya. Y otros más que se podrían aducir.

Por lo demás, si un Lógico imparcial lee ciertos textos escolásticos tardíos o incluso algunos fragmentos estoicos, no puede escapar a la impresión de que el nivel lógico general de los mismos, la libertad de movimiento en dominios extraordinariamente abstractos y la exactitud de las formulaciones se ha podido, quizá, alcanzar en nuestro tiempo, pero nunca superar. El Lógico matemático moderno tiene, ciertamente, un firme apoyo en el cálculo, mas este mismo cálculo le permite con excesiva frecuencia dispensarse de una labor mental que quizá le sería necesaria. Lo que durante largo tiempo se afirmó respecto del problema de las clases vacías en la Lógica matemática parece ser un ejemplo convincente de este peligro.

Estas reflexiones se declaran en contra del progreso de la Lógica en su conjunto, es decir, de una forma a otra: parece que no tenemos suficientes razones para defenderlo. Con todo, de ello no se sigue aún que se halle lo bastante fundada la tesis que defiende un mero desarrollo cíclico de la Lógica formal con una constante repetición de las mismas cimas.

El Historiador únicamente puede decir que no sabemos si se da un progreso en la Historia de la Lógica en su conjunto.

§ 4. MÉTODO Y PLAN

A. Historia de los problemas y documentación

En consonancia con las directrices de la serie *Orbis Academicus*, la presente obra ha de ser una exposición de la historia *de los problemas*, y precisamente en sus *documentos*.

No se trata, por tanto, aquí de una Historia material de la Lógica que trate *todo* lo que ha tenido algún relieve histórico, sino de una exposición de la historia de la *problemática*, junto con la íntimamente relacionada con ella, de los conceptos y métodos fundamentales. Se han tenido en cuenta únicamente aquellos períodos que han aportado algo fundamental a la problemática, y de entre los Lógicos solamente aquellos que nos han parecido especialmente buenos representantes de sus períodos. Junto a esto, se han tratado mucho más ampliamente de lo que admitiría una historia material de la Lógica algunos pensadores de excepcional importancia, Aristóteles sobre todo, aunque también Frege.

La exposición se ha realizado de la mano de los documentos. Presentamos, en alemán, los redactados en otras lenguas. Este proceder, desacostumbrado en una obra científica, tiene su justificación en el hecho de que sólo muy pocos lectores podrían entenderlos *todos,* caso de que se hubiesen aducido los textos en lengua original. Pues, aun aquellos que poseen un cierto conocimiento del griego, no se encuentran sin más en situación de comprender fácilmente un texto lógico-formal redactado en dicha lengua. Por otra parte, los especialistas en Lógica podrán encontrar fácilmente los textos originales gracias a las referencias exactas a las fuentes *.

Los pasajes aducidos han sido comentados con cierto detenimiento donde esto ha parecido provechoso. Sin un comentario así, muchos de ellos sólo con dificultad podrían ser entendidos.

B. Plan de la obra

Una Historia de los problemas podría ordenarse según los problemas mismos. Podrían tratarse primeramente las cuestiones referentes a la Semiótica p. e., las referentes a la Lógica sentencial luego, las referentes a la Lógica de los predicados, etc., siguiendo cada uno de estos problemas a lo largo de toda la Historia. Así, p. e., el capítulo relativo a la Lógica sentencial arrancaría de Aristóteles, seguiría por la teoría megárico-estoica de los λόγοι, por las *consequentiae* escolásticas luego, por la interpretación lógico-sentencial del cálculo de Boole, por McColl, Peirce y Frege, por los capítulos 2-5 de los *Principia* y, finalmente, por Łukasiewicz.

Ha impedido, sin embargo, semejante tratamiento el proceso de desarrollo no lineal de la Lógica, y sobre todo el hecho de que ésta adopta en cada época una forma distinta, pues cada grupo particular de problemas dentro de una forma se halla estrechamente ligado con otros conjuntos de problemas de la misma. Un conjunto de problemas arrancado de su contexto e incluido entre los análogos de otra forma de la Lógica no sólo se volvería ininteligible, sino que resultaría torcidamente comprendido. Un buen ejemplo de ello es el problema de la implicación: en la Escolástica hay que situarlo dentro de su teoría de la significación, de forma que, sin ella, resultaría ininteligible. Cualquier problema planteado en el seno de una forma de la Lógica ha de ser comprendido desde la totalidad de la problemática de la misma.

---

* V. para nuestra edición castellana, lo indicado sobre el particular en el *Prólogo,* páginas 1 y 2.

Como consecuencia se ha impuesto la necesidad de ordenar la exposición de conjunto siguiendo las formas de la Lógica. Dentro de cada una de ellas hemos procurado tratar los grupos particulares de problemas relacionándolos entre sí. Esto, sin embargo, no resultó ser siempre lo mejor: así, p. e., en la exposición del período clásico antiguo pareció más bien recomendable una agrupación cronológica de la materia por autores y escuelas, sobre todo por el hecho de haber alcanzado uno de ellos, Aristóteles, una importancia incomparable.

C. Carácter del contenido

El estado todavía muy fragmentario de nuestros conocimientos en muchos dominios nos ha vedado aspirar a cualquier tipo de perfección. Un período verosímilmente de relativa importancia como el árabe no ha podido ser tenido en cuenta. Lo que se ha reproducido de la Escolástica no son, a ciencia cierta, más que fragmentos. Tampoco nuestros conocimientos acerca de las Lógicas griega y matemática son, ni con mucho, suficientes. Con lo cual ofrecemos más bien una visión de conjunto sobre *algunos* aspectos de la Historia de los problemas de la Lógica, que una recapitulación de todo lo que en ella es esencial.

Lo que se ha pretendido, por el contrario, ha sido ofrecer una orientación general sobre el *tipo* de problemas, métodos y conceptos, propios de las diversas formas particulares de la Lógica y, juntamente con ello, una cierta exposición también de la marcha general de la Historia de la Lógica y de sus leyes. La insistencia se ha reservado para este progreso de la problemática en su conjunto.

Por ello, nos hemos decidido también, a pesar de las razones de tipo objetivo y subjetivo que hablaban en contra, a aventurar una breve exposición de la Lógica india, que resulta muy interesante precisamente desde el punto de vista de las leyes de la evolución total. Al mismo tiempo es la única forma de la Lógica que se ha desarrollado con *absoluta independencia* de las demás. Con todo, hubimos de componer el capítulo sobre ella de manera diferente, no sólo porque nuestros conocimientos en este punto abarcan menos que en el campo de la Lógica escolástica, p. e., sino además, por la necesidad de apoyarnos en traducciones. Ese capítulo debe considerarse como una especie de apéndice.

§ 5. TERMINOLOGÍA

Para poder proponer comparativamente los problemas y proposiciones formulados en las distintas épocas y lenguas era preciso servirse en nuestro comentario de una terminología unitaria. Ésta la hemos tomado, en su mayor parte, del vocabulario de la Lógica formal contemporánea. Mas, como éste no ha de ser familiar a la mayoría de los lectores, vamos a explicar ahora brevemente las expresiones técnicas más importantes.

A. Expresiones técnicas *

Por *"expresión"*, *"fórmula"*, *"palabra"*, *"signo"*, etc., se entiende aquí el *sign-vehicle* de Morris, el elemento material, por tanto, del signo, es decir, una cierta cantidad de tinta seca o un haz de ondas sonoras. Una clase de expresiones de especial importancia son las *sentencias*, es decir, aquellas expresiones cuyo sentido es verdadero o falso; hemos de insistir en que por "sentencia" entendemos aquí una *expresión*, y, por consiguiente, un signo en sentido material, y *de ninguna manera* lo que este signo *significa*. Podría traducirse, por consiguiente, por "sentencia" la *propositio* escolástica (v., con todo, 26.03), pero no el ἀξίωμα estoico, ya que éste es manifiestamente *no* un signo, sino lo que el signo significa (un λεκτόν). Para este último hemos reservado el vocablo "proposición". Cuando el sentido exacto no resultaba del todo claro, como, por ejemplo, en Russell, nos hemos atenido a "sentencia"; en cambio, cuando la ambigüedad es, por así decirlo, sistemática y, por tanto, pretendida, como en Aristóteles, usamos "proposición". Ésta no es, desde luego, una solución satisfactoria, pues "proposición" significa, además, una sentencia *afirmativa*. El alemán, por lo demás, no dispone de un par de palabras tan claras como las inglesas *sentence* para "sentencia" y *proposition* para lo que la sentencia significa.

Las expresiones se dividen (el pensamiento es aristotélico: v. p. 60, n. 18 y 28) en *atómicas* y *moleculares:* las primeras carecen de partes que sean, a su vez, expresiones del lenguaje en cuestión, mientras las segundas constan de ellas. Las expresiones moleculares se descomponen, de acuerdo con la tradición aristotélico-escolástica, por un lado, en sujeto y predicado, y, por otro, en *functor* y *argumento*. De ellos, el functor es el elemento determinante, y el argumento el determinado, exactamente igual que sucede con el sujeto y el predicado, con la única diferencia de que son conceptos más generales que éstos. "Y", "no", los nombres de relaciones, etc., se consideran functores.

De nuevo con Aristóteles (v. 13.04), distinguimos entre expresiones constantes y expresiones variables o, más brevemente, *constantes* y *variables*. Las primeras tienen un sentido determinado. mientras las otras sirven únicamente para indicar lugares vacíos en los que pueden colocarse constantes. Así, por ejemplo, en "*x* fuma", "*x*" es una variable, y "fuma" una constante. Llamamos, con Frege [30], *función* a la expresión molecular en la que aparece una variable, y así hablamos, entre otras, de *funciones sentenciales*, es decir, de expresiones que se convierten en sentencias, caso de que se sustituya correctamente en ellas una variable por una constante. El ejemplo anterior, "*x* fuma", es una de estas funciones sentenciales.

Las funciones sentenciales más empleadas son las siguientes: la *suma lógica*, o disyunción no exclusiva; el *producto lógico*, o unión de dos sentencias (o nombres de clases) por medio de "y"; la *implicación*, o unión de dos senten-

* V. para nuestra edición castellana, lo indicado sobre el particular en el *Prólogo*, página 3.

30 V. p. 334, n. 19.

cias por medio de "si... entonces"; la *equivalencia* o unión de dos sentencias por medio de "sí y sólo si, entonces".

A las funciones se añaden, a veces, los *cuantificadores* (v. 44.01), que son expresiones como "todos", "para todo *x*", "hay un *y*...", etc.

Llamamos *variables sentenciales* a aquellas variables que sólo pueden ser sustituidas con sentido por sentencias; las que sólo pueden ser sustituidas con sentido por términos se denominan *variables de términos*. En consecuencia, hablamos de leyes de la Lógica sentencial y de la Lógica de los términos y dividimos, a su vez, la Lógica formal en *Lógica sentencial* y *Lógica de los términos*. La última se subdivide, a su vez, en Lógica de los predicados, Lógica de las clases y Lógica de las relaciones. La Lógica de los predicados trata de las *comprensiones;* la Lógica de las clases, de las *extensiones;* la Lógica de las relaciones es la teoría de las propiedades formales especiales que convienen a las relaciones, como la simetría (si entre *a* y *b* se da la relación *R*, entonces se da también entre *b* y *a*), la transitividad (si entre *a* y *b* y entre *b* y *c* se da la relación *R*, entonces se da también entre *a* y *c*), etc.

Denominamos, con W. Morris[31], *Semiótica* a la doctrina general de los signos. Ésta se divide en *Sintaxis* (teoría de las relaciones entre los signos), *Semántica* (teoría de las relaciones entre los signos y lo significado) y *Pragmática* (teoría de las relaciones entre los signos y las personas que los usan). En consecuencia, hablaremos de leyes y teorías sintácticas, semánticas y pragmáticas. En el terreno de la Semántica, distinguimos entre la *designación* y la *significación* del signo: éste, en efecto, *designa* los objetos, pero *significa* un contenido. Así, por ejemplo, la palabra "caballo" designa un caballo, pero significa aquello que hace que un caballo sea un caballo, la equinidad, diríamos. Distinguimos, además, entre un *lenguaje-objeto* (o simplemente lenguaje) en el que los signos designan objetos paralingüísticos, y el correspondiente *meta-lenguaje*, cuyos signos designan los signos del lenguaje-objeto. De acuerdo con esta terminología, la palabra "gato", por ejemplo, pertenece, en la sentencia "el gato es un animal", al lenguaje-objeto (pues aquí designa un objeto paralingüístico), pero pertenece, en cambio, al meta-lenguaje en la sentencia "gato es un sustantivo", pues aquí designa, efectivamente, a la palabra "gato" y no al gato mismo. Cuando se emplea una expresión para designar otra (semejante), la escribimos entre comillas, según la prescripción de Frege (39.03).

Distinguimos, finalmente, entre *leyes* y *reglas* lógicas (la distinción es estoica [§ 22, A y B] y escolástica [v. el comentario a 31.13]); las primeras indican qué *es*, y son, por tanto, sentencias; las segundas son indicaciones de cómo se *debe* proceder, no constituyendo, por tanto, sentencias.

B. Los símbolos lógico-matemáticos

En contraposición al uso extendido, incluso el del autor mismo, se ha evitado el empleo del simbolismo lógico-matemático en los comentarios a los textos que no sean lógico-matemáticos. Dicho simbolismo puede emplearse en muchos

[31] Morris, *Foundation;* Idem, *Signs.*

casos, como una cómoda simplificación; además, las leyes formuladas con su ayuda resultan, para el especialista, de lectura mucho más fácil que las funciones sentenciales o las sentencias verbales. Con todo, ha habido dos razones que se han pronunciado en contra de este empleo:

1. En primer lugar, objetivamente, trae consigo un peligro nada despreciable de interpretación errónea de los textos. Existe, desde luego, este peligro en cualquier traducción, pero éste se hace especialmente grande cuando se sirve uno de una terminología de sentido tan sutilmente preciso como la de la Lógica matemática. Tomemos, por ejemplo, los signos de la implicación. Actualmente disponemos fundamentalmente de dos: "⊃" y "⥽". Pues bien, ¿cuál de los dos habría que usar para representar la implicación de Diodoro? Ciertamente, el primero no, pues expresa la de Filón; pero tampoco el segundo, pues esto sería indicar que se está seguro de que Diodoro ha definido la implicación exactamente igual que Lewis o que Buridano, lo cual en modo alguno es cierto. Otro ejemplo es la transcripción de la Silogística aristotélica de Peano-Russell, tal como aparece en los *Principia*[32], la cual es, sin duda, una interpretación equivocada del pensamiento aristotélico: si en realidad se la concibe así, resultan falsas numerosas leyes de la Silogística, siendo así que en otra interpretación (la de Łukasiewicz) puede demostrarse que son correctas[33].

Desde luego que podrían representarse con la ayuda de un simbolismo lógico-matemático algunos conceptos que no pertenecen a este campo, como, por ejemplo, el referido concepto de implicación de Filón o Buridano. Pero representar ésta así, para servirse en otros casos de fórmulas verbales, sería crear un confusionismo que era preciso evitar.

Con esto no se ha dicho, naturalmente, que no pueda crearse un simbolismo lógico-matemático para cualquier forma de la Lógica. Más bien el empleo de un simbolismo artificial, cuando se trata de un Lógico en particular o de una forma de la Lógica concreta, no sólo es posible, sino incluso muy recomendable. Pero en tal caso se trataría de un simbolismo *especial*. Lo que es imposible crear es un único simbolismo que pudiera hacer a todos los conceptos desarrollados en las distintas formas de la Lógica.

2. A esto se añadió una razón de tipo subjetivo, a saber, el destino de la obra: había que tener en cuenta la falta de conocimientos matemáticos de los lectores con formación humanística. Para éstos, que precisamente constituirán la mayoría, un simbolismo lógico-matemático no supondría una facilidad, sino un obstáculo fundamental en la lectura.

Por esta circunstancia hemos ido tan lejos, que hasta en el capítulo sobre la Lógica matemática hemos citado, en cuanto ha sido posible, aquellos textos en los que no aparece simbolismo artificial alguno. Es verdad que también hemos citado textos simbólicos, pero lo hemos hecho de forma que todo el que se halle interesado por el lenguaje simbólico de la Lógica matemática pueda aprenderlo en lo fundamental en esta obra. Con todo, se han elegido los textos que tratan los problemas fundamentales de la Lógica de forma que, en cuanto sea posible, resulten comprensibles sin el conocimiento del simbolismo.

---

32 P. M. I 144 (*10.26).

33 V. Menne, *Logik und Existenz*.

C. ADVERTENCIAS TIPOGRÁFICAS

Todos los textos están numerados con el sistema decimal haciendo referencia la primera cifra al párrafo en el que se citan; la segunda representa una numeración corrida dentro del párrafo mismo. En las referencias bibliográficas y comentarios se reproduce la misma numeración.

Los textos están impresos en letra mayor y los comentarios en más pequeña, con excepción de las fórmulas construidas por el autor, que, señaladas con números decimales de tres cifras, aparecen también en letra grande.

Las palabras añadidas van entre paréntesis. Lo que va entre corchetes es que va entre paréntesis en el texto original. Una excepción se hace con las fórmulas: *todos* los paréntesis que aparecen en ellas con lo que encierran están también en el texto original.

Las comillas y subrayados de los textos de la época antigua y escolástica se deben a nosotros.

Las anotaciones críticas al texto se citan en nota al pie de página.

Los textos alemanes más antiguos reproducidos en la obra se han transcrito en la ortografía actual (sobre todo los de Frege, por ejemplo).

Las observaciones para la lectura del capítulo sobre la Lógica india se hacen en el § 50, D.

SEGUNDA PARTE

LA FORMA GRIEGA DE LA LÓGICA

§ 6. INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA GRIEGA

A. Serie cronológica de los pensadores

Aristóteles, el primer Historiador de la Filosofía, llama a Zenón de Elea el "fundador de la Dialéctica"[1]; con todo, los dos hombres que por primera vez, a lo que sabemos, se plantearon en serio problemas lógicos, a saber, Platón y Euclides de Megara, son ambos discípulos de Sócrates; y Aristóteles mismo atribuye a Sócrates importantes servicios en el terreno de la Lógica[2], o más bien en el de la Metodología, a partir de la cual se había de desarrollar más tarde la Lógica. De esta forma hay que considerar quizá a Sócrates como el padre de la Lógica griega.

Aristóteles es discípulo de Platón, y su Lógica ha surgido, sin duda, de la praxis de la Academia platónica. El principal discípulo y durante muchos años colaborador de Aristóteles, Teofrasto, constituye el eslabón entre el pensamiento lógico de su maestro y el de la Estoa. Al mismo tiempo que la Lógica aristotélica, se desarrolló, en efecto, en línea paralela, la que había partido de Euclides, cuyos primeros representantes son los Megáricos, como Diodoro Crono, Filón de Megara y otros; y posteriormente los Estoicos estrechamente ligados a los Megáricos, con Crisipo como pensador más importante.

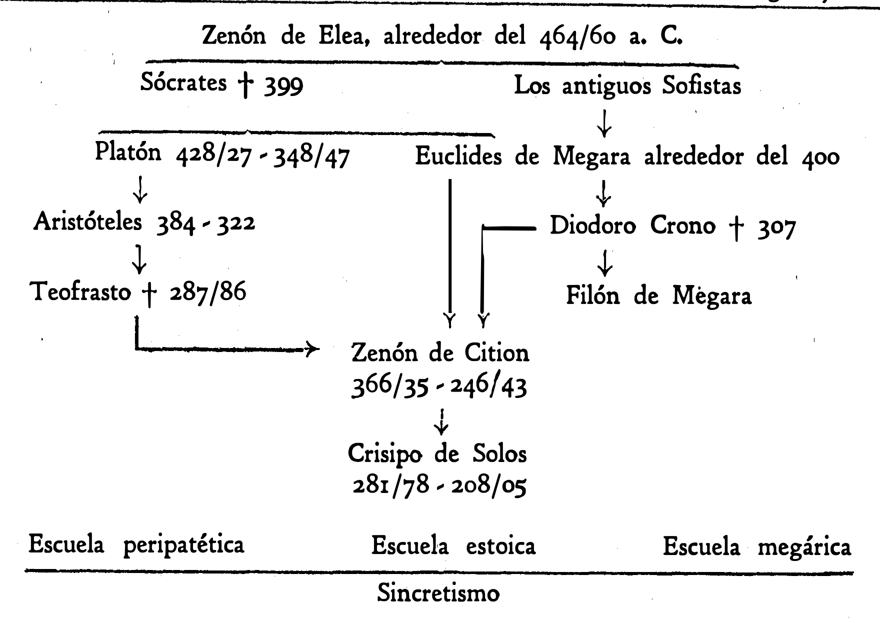
A la muerte de Crisipo nos encontramos con una lucha entre las dos orientaciones, la peripatética y la megárico-estoica (en este momento representada únicamente por los Estoicos). En este período va ganando en importancia el Sincretismo. Tampoco en esta época faltan Lógicos, entre los que parecen los más importantes los Comentadores de las obras de Lógica de Aristóteles (Alejandro, Filopono) y algunos Escépticos (sobre todo Sexto Empírico en el s. III p. C.), y más tarde Boecio, en el V/VI.

El siguiente cuadro sinóptico muestra las relaciones cronológicas y de contenido hasta Crisipo:

---

1 *DL* VIII 57; *AM* VII 6.

2 *Met.* M 4, 1078 b 17-32, esp. 27-29.



B. Períodos

La problemática de la Lógica formal ha surgido, a grandes rasgos, con Aristóteles: él ha sido, sin duda, el más fecundo de los pensadores en este campo: y esto en el sentido de que sus obras han suscitado por primera vez un gran número de problemas lógicos. Junto a él conoce, además, la Historia de la Lógica antigua un grupo de pensadores de igual importancia, es a saber, la escuela megárico-estoica. Aristóteles vivió en el s. IV a. C., y el desarrollo fundamental de la escuela megárico-estoica puede considerarse concluido con la muerte de Crisipo de Solos a fines del s. III a. C. De esta forma, en la antigüedad griega tenemos que ocuparnos fundamentalmente de un período relativamente corto, el que va de la segunda mitad del s. IV al final del III a. C.

Pero esto no significa que fuera de estos ciento cincuenta años no haya problemática lógica, que aflora ya antes de Aristóteles en forma de la dialéctica presocrática y especialmente de la platónica, sin llegar, desde luego, a una Lógica teorética. Y, en concreto, muchos años después todavía de la muerte de Crisipo, hasta el fin de la Edad Antigua, e. d., hasta la muerte de Boecio (s. VI p. C.), existió una intensa meditación sobre problemas lógicos entre los llamados Comentadores. Este último período no se puede comparar en fecundidad con el aristotélico-estoico; con todo, a él le debemos diversas ideas dignas de tenerse en cuenta.

De acuerdo con lo dicho, la Edad Antigua puede dividirse, desde nuestro punto de vista, en tres períodos principales:

1. El período de preparación; hasta el tiempo en que Aristóteles comenzó a redactar sus *Tópicos*.

2. El período aristotélico-megárico-estoico: desde la segunda mitad del s. IV hasta el final del III a. C.

3. El período de los Comentadores: desde el 200 a. C., aproximadamente, hasta la muerte de Boecio (comienzo del s. VI p. C.).

El segundo de estos períodos es de tan extraordinaria importancia, que será conveniente, a pesar de su brevedad, dividirlo en dos secciones: Aristóteles y la escuela megárico-estoica. Con ello tenemos en total cuatro secciones cronológicas: 1, los prearistotélicos; 2, Aristóteles y sus discípulos inmediatos; 3, la escuela megárico-estoica; 4, los Comentadores.

C. Estado de la investigación

La Historia de la Lógica griega es el período relativamente mejor conocido del desarrollo de la Lógica formal. Al contrario de la Edad Media, de la época moderna y en parte de la Logística, casi todos los textos que nos quedan de los Lógicos de ese tiempo son de fácil acceso en buenas ediciones modernas. Aparte de esto existen ya una serie de trabajos científicos sobre el contenido de estos textos. Son éstas, obras de dos tipos:

a) Por una parte, los filólogos se han esforzado desde hace más de un siglo por resolver los muchos y con frecuencia difíciles problemas histórico-literarios de la Lógica antigua. Cuanto más es de agradecer este intenso trabajo de los Lógicos, tanto menos se puede prescindir del hecho de que la inmensa mayoría de los filólogos carecen de una formación lógico-formal, pasando con demasiada frecuencia por alto lo más interesante desde el punto de vista lógico en los textos antiguos. A esto se añade que en ellos domina sobre todo, un interés por las cuestiones ontológicas, metafísicas, gnoseológicas y psicológicas, hasta el punto de que se desatiende la Lógica casi por norma regular. En la gran obra en dos tomos de Pohlenz sobre la Estoa, por no citar más que un ejemplo, no se dedica a la Lógica más que unas páginas. También resultan con mucha frecuencia insuficientes las ediciones realizadas sin la conveniente preparación lógica: la de los fragmentos estoicos de Kochalsky puede servir de ejemplo.

b) Por otra parte, también los Lógicos han tratado, especialmente a partir de las obras precursoras de G. Vailati (1904) y A. Rüstow (1908), un número relativamente considerable de problemas de estos textos. Revolucionario en este terreno ha sido el estudio de J. Łukasiewicz *Zur Geschichte der Aussagenlogik* (1935). Del mismo autor tenemos también un libro sobre el principio de contradicción en Aristóteles y otro sobre la Silogística aristotélica (asertórica). Otro investigador importante es H. Scholz con su extraordinariamente instructiva *Geschichte der Logik* (1931) y toda una serie de diversos trabajos. Ambos han formado pequeñas escuelas. J. Salamucha ha estudiado el concepto de deducción en Aristóteles (1930). I. M. Bocheński ha escrito una monografía sobre Teofrasto (1939); J. Stakelum (1940) y R. van den Driessche (1948), discípulos suyos, han publicado estudios sobre el período de los Comentadores: el primero ha trabajado sobre Galeno y el segundo sobre Boecio; este último autor ha sido tratado también por K. Dürr (1952). A. Becker, discípulo de Scholz, nos ha legado un importante trabajo sobre los silogismos posibles en Aristóteles (1933). B. Mates,

influido por Łukasiewicz, ha estudiado detenidamente la Lógica estoica (1953).

El estado de la investigación en nuestros días se puede definir de la siguiente manera: los estudios sobre Aristóteles se hallan bien encaminados, si bien nos falta todavía mucho (así la discusión de los *Tópicos*); de Aristóteles tenemos, además, buenas ediciones. De igual modo conocemos relativamente bien la Lógica megárico-estoica de la que en verdad son de desear todavía nuevas ediciones. Del período de los Comentadores hay todavía poco hecho, si bien en general existen buenas ediciones. También la investigación del período prearistotélico es, con mucho, insuficiente, a pesar de los valiosos estudios de A. Krokiewicz (filólogo con formación lógica). De desear es especialmente un estudio detallado de los comienzos de la Lógica en Platón, obra que, desde luego, ofrecería extraordinarias dificultades.

En el apéndice bibliográfico y en los diversos capítulos se encontrarán referencias más concretas a la literatura sobre el tema.

I. LOS PRECURSORES

§ 7. LOS COMIENZOS

Cuando Aristóteles puso fin con los *Elencos sofísticos* a su primera Lógica, es decir, los *Tópicos*, pudo escribir con orgullo:

7.01 De todas las invenciones, una parte ha sido tomada de la mano de otros que antes habían trabajado en ella, y desarrollada luego paso a paso, por sus sucesores; la otra parte, de nueva invención, por regla general, primeramente ha tenido sólo un escaso crecimiento, de más valor sin embargo, con mucho, que el acrecentamiento por ella alcanzado gracias a los posteriores. Es que el comienzo es quizá la porción mayor del todo, y por ello también la más difícil...

Mas de la presente doctrina no había hasta ahora algo elaborado ya y otra parte todavía sin elaborar, sino que hasta el presente no existía en absoluto nada de ella.

A. Textos

Lo que dice Aristóteles de su "presente doctrina" parece conservar su validez incluso hoy día: antes de los *Tópicos* no conocemos una *Lógica,* es decir, una *doctrina* elaborada de las reglas y leyes lógicas. Con todo, parece como si mucho antes de Aristóteles muchos griegos hubiesen empleado con plena consciencia ciertas reglas de deducción, sin haberlas formulado, desde luego, reflejamente, y mucho menos haberlas elevado a axiomas. El mismo Aristóteles dice en otro lugar que el "fundador de la Dialéctica" es Zenón de Elea [3]. De hecho, apenas es posible que éste haya formulado sus conocidas paradojas sin tener conciencia de las reglas empleadas. Los textos que se le atribuyen los encontramos sólo en los comentadores posteriores, en Simplicio, entre otros, investigador serio; la crítica no pone en duda la autenticidad de las proposiciones que allí se le atribuyen expresamente. Vamos a citar algunos ejemplos de su dialéctica:

[3] V. p. 37, n. 1.

7.02 Caso de que sean muchos (los entes), deben ser tantos como son, ni más ni menos. Si en efecto son tantos como son, entonces son limitados (determinados). Si (por el contrario) los entes son muchos, entonces son ilimitados (indeterminados): pues siempre hay otros (entes) entre los entes, y otros más entre aquéllos. Y de esta forma los entes son ilimitados (indeterminados).

7.03 Si (el ente) es, cada uno ha de tener magnitud y grosor, y una parte de él ha de guardar distancia de las otras... Y así, si son muchos, deben ser al mismo tiempo pequeños y grandes, pequeños porque no tienen magnitud, y grandes porque son ilimitados (indeterminados).

7.04 Si existe un lugar, está en algo; pues todo ente está en algo; pero lo que está en algo, está también en un lugar. Por tanto, el lugar ha de estar también en un lugar, y así hasta el infinito; por tanto, no hay lugar.

G. Vailati ha puesto de relieve un texto de Platón en el que se emplea un proceso discursivo semejante:

7.05 *Sócrates:* Y luego he aquí lo más bonito del asunto. Él concede en cierta manera que la opinión de quienes opinan contrariamente a la suya de él, y según la cual él está en un error, es verdadera, ya que admite que todos expresan lo que es.

Teodoro: Totalmente.

Sócrates: Concedería por tanto que la suya propia es falsa, si admite que es verdadera la de aquellos que sostienen que él está en el error.

Teodoro: Necesariamente.

Sócrates: ¿Mas los otros no reconocen que están en el error?

Teodoro: Ciertamente que no.

Sócrates: Él empero, confiesa por el contrario, como consecuencia de lo que ha escrito, que también esta opinión es verdadera.

Teodoro: Así parece.

Sócrates: Desde todos los puntos, pues, comenzando por Protágoras, habrá disputa, o más bien por parte de éste adhesión, toda vez que concede que dice la verdad al que le contradice; en este caso hasta el mismo Protágoras tendrá que admitir que ni un perro ni el primer hombre que se presente es la medida ni de *una* sola cosa que no haya aprendido. ¿No es así?

Teodoro: Así es.

Lo mismo contiene el extenso fragmento de Gorgias[4]. Lástima que esta pieza venga expresada de una forma tan manifiesta en terminología estoica y revele, además, una técnica de pensamiento lógico tan desarrollada que no sólo no nos

[4] Diels, *Vors.* II 279-283

permite atribuírsela a los Sofistas, sino tampoco a Aristóteles. Es, por el contrario, posible que haya formulado el joven Aristóteles la famosa demostración de la necesidad de la Filosofía realmente en la forma que se le atribuye. En las tres redacciones siguientes, entre otras, no ha sido transmitida:

7.06 Hay casos en los que, trátese de la concepción que sea, podemos, sobre la base de esta (concepción), refutar una proposición presente. Como si alguno, por ejemplo, dijese que no es necesario filosofar: ese inquirir si es necesario o no filosofar, se dice filosofar, como el mismo (Aristóteles) dijo en el "Protréptico", y filosofar es el mismo seguir una doctrina filosófica. Mostrando que ambas cosas son propias en cualquier caso del hombre, refutamos la proposición sentada. En este caso se puede demostrar a partir de las dos apreciaciones.

7.07 O como dice Aristóteles en la obra titulada "Protréptico" en la que exhorta a los jóvenes a la filosofía. Dice, en efecto, así: Si se ha de filosofar, hay que filosofar; si no se ha de filosofar, hay que filosofar también. En cualquier caso, por consiguiente, hay que filosofar.

7.08 Del mismo tipo es también el Logos aristotélico en el "Protréptico": Bien haya que filosofar o no, se ha de filosofar. Ahora bien, o hay que filosofar o no hay que filosofar; luego en todo caso se ha de filosofar.

B. Interpretación

Todos los textos arriba aducidos proceden del círculo de la "Dialéctica". Esta palabra, empleada después con sentidos tan ambiguos e impropios, significaba entonces simplemente lo mismo que para nosotros hoy "discusión": se trataba de un enfrentamiento entre dos interlocutores o escritores. Ésta es probablemente la razón por la que la mayoría de las reglas de deducción aquí empleadas —su nombre era, a lo que parece, "Logoi"— llevan a conclusiones negativas: se buscaba refutar algo, mostrar que la afirmación presentada por el adversario era falsa.

Esto sugiere la sospecha de que tales Logoi pertenecen al campo de la Lógica sentencial, es decir, que se trata de relaciones lógicas entre sentencias como totalidades, sin ningún análisis de su estructura. Y así se entendieron, de hecho, a veces los Logoi prearistotélicos. Con todo, esta interpretación parece insostenible: el mismo Aristóteles no llegó a conocer las extraordinariamente abstractas leyes de la Lógica sentencial más que en casos excepcionales al final de su carrera científica; cuánto menos intentar atribuir esta posición —megárico-estoica— a los Prearistotélicos. Trátase más bien de ciertas especificaciones de las reglas generales de la Lógica sentencial. Así, estos dialécticos no se acomodan en su discurso al esquema abstracto de la Lógica sentencial, que corresponde al *modus ponendo ponens:*

1. Si p, entonces q; ahora bien p; luego q,

sino a la ley más particular:

2. Si *A* conviene a *x*, entonces *B* conviene también a *x*; ahora bien, *A* conviene a *x*; luego *B* conviene también a *x*.

Intencionadamente prescindimos aquí de los cuantificadores, pues, si bien necesariamente hubieron de barruntarlos confusamente al discurrir así, no se puede, sin embargo, en esta etapa hablar todavía de semejantes elementos de las leyes lógicas.

Notemos todavía que en la fase de la Dialéctica prearistotélica se trata, sin excepción, de reglas, no de leyes. Son principios que enuncian cómo se debe proceder, y no leyes que expresan un contenido objetivo. Lo cual no quiere decir que los dialécticos fueran conscientes de alguna manera de la diferencia entre ambas; mas, desde nuestro punto de vista, lo que ellos usan son reglas.

Con estos presupuestos podemos interpretar cada uno de los Logoi anteriormente aducidos de la forma que sigue. Damos para cada uno de ellos la proposición *lógica* correspondiente a la regla discursiva que en él se cumple.

Zenón, en la cita de Simplicio (7.02,03,04):

7.021 Si *A* conviene a *x*, entonces convienen *B* y *C* también a *x*; ahora bien, *B* y *C* no convienen a *x*; luego tampoco *A* conviene a *x*.

7.022 Caso de que: si *A* conviene a *x*, también *B* conviene a *x*, y si *B* conviene a *x*, también *C* conviene a *x*, entonces, caso de que *A* convenga a *x*, también *C* conviene a *x*.

Platón, en el *Teeteto* (7.05):

7.051 Si *A* conviene a *x*, entonces *A* no conviene a *x*; luego *A* no conviene a *x*.

Mejor mirada la cosa, la proposición empleada es mucho más compleja y pertenece al terreno de la Metalógica. Platón discurre de esta manera: la proposición sostenida por Protágoras significa: para todo *x*, si *x* dice "*p*", entonces *p*. Vamos a representar, en abreviatura, por "*S*" esta proposición. Ahora bien, hay un *x* (al menos uno) que dice que no *S*. Luego no *S*. Luego, si *S*, entonces no *S*. De aquí se sigue, según 7.051, que no *S*. Desde luego que Platón no sacó expresamente esta conclusión, pero está a la vista que es la que se proponía.

Aristóteles, según Alejandro de A. (7.06):

7.061 Caso de que: si *A* conviene a *x*, *A* conviene a *x*, y si *A* no conviene a *x*, *A* conviene a *x*, entonces *A* conviene a *x*.

El Escoliasta anónimo presenta una fórmula más perfecta (7.08):

7.081 Si *A* conviene a *x*, entonces conviene *A* a *x*; si *A* no conviene a *x*, entonces conviene *A* a *x*; o *A* conviene a *x* o *A* no conviene a *x*; luego: *A* conviene a *x*,

mas se puede poner en duda si, de hecho, se encontraba también en Aristóteles. Es posible que el *Protréptico* contuviera sencillamente la fórmula más simple transmitida por Lactancio:

7.082 Si *A* no conviene a *x*, entonces *A* conviene a *x*; luego *A* conviene a *x*.

Los desarrollos que tienen lugar en el extenso fragmento de Gorgias se basan en una serie de fórmulas semejantes (v. p. 42, n. 4); con todo, parecen tan intensamente sometidas en su elaboración a la luz de la Lógica estoica, que no nos ofrecen garantía alguna de que realmente procedan de los Sofistas mismos.

§ 8. PLATÓN

Si bien Platón, en lo que respecta a muchas de las reglas empleadas en su Dialéctica, pertenece al mismo período que Zenón (por otra parte como el Aristóteles joven también), sin embargo con él comienza en nuestro campo, y esto desde diversos puntos de vista, algo esencialmente nuevo.

A. El concepto de Lógica

En primer lugar es mérito imperecedero de Platón haber sido el primero en formarse un concepto claro de la Lógica y haberlo formulado. El texto correspondiente se encuentra en el *Timeo* y dice:

8.01 ..., que Dios inventó la visión para nosotros y nos hizo presente de ella para que contemplando los cursos de la inteligencia en el firmamento, los pudiésemos trasladar a los movimientos de nuestro propio pensamiento, de la misma naturaleza que aquellos en tanto lo pueden ser lo perturbable y lo imperturbable, y para que tras su indagación minuciosa y una vez efectuado el cálculo de su justo caminar como corresponde a su esencia, ordenemos a imitación de los cursos circulares, libres de todo error en Dios, los de nosotros mismos.

Tal concepción de la Lógica fue posible en Platón únicamente por ser, a lo que parece, el iniciador de otra idea revolucionaria, a saber, la de ley de necesidad universal (entroncando con la doctrina del Logos de Heráclito y otros pensadores precedentes). La idea de semejante ley se halla en estrecha relación con la doctrina platónica de las ideas, surgida a su vez de la reflexión sobre la geometría, ya para entonces constituida. Hasta tal punto se halla determinada por este pensamiento toda la tradición occidental postplatónica, que a un occidental no le es fácil caer en la cuenta de su enorme importancia. Sin el concepto de ley de validez universal no era posible la Lógica formal. Como mejor se ve lo

que Platón significa desde este punto de vista para la Historia de la Lógica, es considerando el proceso de esta ciencia en la India, es decir, en una órbita cultural que hubo de crearse la Lógica sin tener un Platón: en la Historia de la Lógica india se hace manifiesto cómo necesitó de siglos para lo mismo que en Grecia se alcanzó, gracias al impulso del genio de Platón, en el espacio de una generación: la elevación al plano de la vigencia universal.

No es posible exponer aquí la doctrina platónica de las ideas por pertenecer a la Ontología y a la Metafísica, aparte de hallarse gravada por espinosos problemas histórico-literarios.

B. La lucha por las fórmulas lógicas

Platón se esforzó toda su vida por desarrollar el ideal aquí expuesto de la Lógica, pero sin éxito. Los siguientes fragmentos de su Dialéctica nos darán una idea de lo penoso que le resultó solucionar cuestiones que a nosotros se nos presentan como elementales en la Lógica: en ellos lucha con fatiga por leyes completamente simples:

8.02 *Sócrates:* Pues digo que si el alma prudente es buena, la que se encuentra en el estado opuesto al de la prudencia, será mala. ¿Mas era ésta la falta de razón y de freno? —Efectivamente—. Y más, ¿cumpliría el hombre sensato sus deberes para con los dioses y para con los hombres? Pues, ¿no dejaría de ser ya sensato si no hiciera esto? —No puede ser de otra forma.

8.03 *Sócrates:* ... Mira pues, si no te parece que necesariamente todo lo piadoso ha de ser también justo.

Eutifrón: Cierto, así me parece.

Sócrates: ¿Y piadoso también todo lo justo? ¿O todo lo piadoso justo, sí, mas lo justo no todo piadoso, sino en parte justo y en parte también otra cosa?

Eutifrón: No puedo seguir tus razonamientos, Sócrates.

8.04 Preguntado por ti si los valientes son audaces, he respondido afirmativamente; si los audaces, en cambio, son también valientes, no se me ha preguntado. Pues si me lo hubieses preguntado, te hubiera respondido que no todos. Y en cuanto a mi afirmación, en modo alguno has demostrado que no tengo razón y que los valientes no sean audaces. Luego declaras que los que poseen conocimientos son más audaces que cuando no los poseían y más que los que carecen de ellos, y en fuerza de esto, que la valentía y el saber son una misma cosa. Mas a seguir razonando de esta forma podrías llegar a creer que la fuerza era saber. Procediendo efectivamente de esta forma, comenzarías preguntándome si los fuertes son poderosos, a lo que respondería afirmativamente; luego, si los que han adquirido el arte de la lucha tienen más potencia que los

que la ignoran o ellos mismos una vez adquirida más que antes, y te respondería afirmativamente; y apoyándote en mis concesiones podrías llegar a decir, con razonamientos del mismo género, que según confesión mía, el saber es fuerza. Mas en modo alguno confieso yo en este caso que los que tienen potencia sean fuertes, si bien reconozco que los fuertes son potentes, pues no tengo potencia y fuerza por la misma cosa, sino que la una, la potencia, resulta del saber o incluso de la demencia o de cualquier afecto; la fuerza, en cambio, proviene en parte de la naturaleza, en parte de la buena conformación y trato del cuerpo. E igualmente no admito en nuestro caso que audacia y valor sean una sola y misma cosa, de forma que puede acontecer que todos los valientes sean audaces, mas no que los audaces sean todos valientes: la audacia puede provenir, efectivamente, al hombre, tanto del ejercicio, de un afecto cualquiera o de la demencia, al igual que la potencia, mientras que el valor procede de las condiciones naturales y de una atención y desarrollo esmerados del espíritu.

En el primero de estos textos se trata de la tesis (falsa): En la hipótesis: si A conviene a x, también B conviene a x; entonces: en el caso de que A no convenga a x, tampoco B conviene a x. El segundo muestra las dificultades de la conversión de la proposición universal, e. d., si "todos los A son B", se sigue también que "todos los B son A". Lo difícil que resultaba a Platón este problema lo muestra de forma todavía más clara el tercer texto, extraordinariamente interesante aparte de esto, porque en él Platón, para demostrar la invalidez de las llamadas reglas de la conversión, busca refugio en complicadas discusiones extra-lógicas (como las relativas a la fuerza corporal, p. e.).

C. La diáiresis

De todas formas, la lucha de Platón no resultó infructuosa. Él parece haber sido el primero en elevarse de una Dialéctica negativa al concepto de demostración positiva. La meta de la Dialéctica para él no es sólo la refutación de las opiniones contrarias, sino la positiva "determinación de la esencia". Con ello llamó definitivamente la atención sobre la Lógica de los predicados, en la que probablemente radica también la causa de la forma de la Lógica aristotélica. La tarea capital que Platón se propuso fue el descubrimiento de la esencia, es decir, el hallazgo de sentencias tales que señalaran el qué de un objeto. Para ello encontró un método especial —el primer proceso discursivo lógico reflejamente elaborado que conocemos—, a saber, su famoso "acoso" de la definición por medio de la división (διαίρεσις). El famoso texto del *Sofista*, en el que antes de aplicar dicho método se ensaya en un ejemplo más simple, muestra hasta qué punto era consciente Platón no sólo de la necesidad de su empleo, sino de formularlo con la mayor claridad posible:

8.05 *Extranjero:* ... Mas ahora tienes que ponerte a indagar conmigo, comenzando, a mi modo de ver, lo primero por el sofista, tratando de indagar y definir claramente lo que es. Tú y yo no tenemos, efectivamente, de común sobre él en este momento sino el nombre, pudiendo suceder, en cambio, que cada uno de los dos nos representemos por nuestra parte quizá de una manera distinta la realidad a la cual lo aplicamos. Porque es que se impone siempre en todo entenderse por medio de aclaraciones sobre la cosa misma, más bien que sobre el sólo nombre *sin* ellas. En cuanto a la casta que nos proponemos investigar ahora, no es el asunto más fácil de todos comprender qué es el sofista. Mas cuando se ha de llevar a cabo con éxito algo grande, todos están de acuerdo desde antiguo en que es preciso ensayarse primero en lo pequeño y más fácil antes de abordar el tema más importante en sí mismo. Esto es también, Teeteto, lo que por mi parte aconsejo en esta ocasión para los dos: ya que opinamos que es duro y difícil el acoso del género sofista, ensayar previamente en otro tema más fácil, el método aplicable a esta investigación. A no ser que tengas tú otro camino más fácil que proponer.

Teeteto: No, no lo tengo.

Extranjero: ¿Quieres, pues, que tomemos un tema sencillo para intentar constituirlo en modelo de nuestro tema superior?

Teeteto: Sí.

Extranjero: ¿Y qué podríamos proponer que sea fácil de penetrar y pequeño y que no requiera sin embargo una explicación inferior a la de otros más importantes? El pescador de caña, por ejemplo: ¿No es, de hecho, algo conocido de todos y que no exige demasiado esfuerzo?

Teeteto: Así es.

Extranjero: Y con todo espero nos ha de proporcionar un procedimiento y una explicación no del todo inadecuada para lo que queremos.

Teeteto: Esto sería excelente.

Extranjero: Pues bien, comencemos con él: Dime, ¿le consideraremos en posesión de un arte o desprovisto de ella, pero dotado de otra facultad cualquiera?

Teeteto: Desde luego en manera alguna desprovisto de un arte.

Extranjero: Mas no hay sino dos formas para todas las artes.

... ...

Extranjero: Ahora bien, si todas las artes se resumen en adquisitivas y productivas, ¿entre cuáles colocaremos al pescador de caña, Teeteto?

Teeteto: Es claro que entre las adquisitivas.

Extranjero: ¿Mas no hay dos formas de adquisición, una el intercambio voluntario por ambas partes por medio de regalo, compra o alquiler; mientras que todo lo restante que se reduciría a apresar de palabra o con la acción, sería el arte de la captura?

Teeteto: Esto se deduce de lo que hemos dicho.

Extranjero: Pues bien, ¿no hay que dividir el arte de capturar también en dos?

Teeteto: ¿De qué manera?

Extranjero: Incluyendo lo que en ella se realiza al descubierto, entre la lucha; y lo que se realiza encubierto, entre la persecución.

Teeteto: Bien.

Extranjero: Ahora bien, sería ilógico no dividir el arte de la persecución a su vez en dos.

Teeteto: Dime cómo.

Extranjero: Reservando una para el género inanimado y otra para el animado.

Teeteto: Cómo no, si las dos existen en realidad.

Extranjero: ¿Cómo no iba a ser así? Y de la del género inanimado, desconocida fuera de algunas partes del arte del buzo y otras igualmente limitadas, la vamos a dejar estar; la del género animado, en cambio, la vamos a llamar caza.

Teeteto: Sea.

Extranjero: ¿Y no se podría establecer con derecho una doble especie dentro de la caza de animales? Una, la del género pedestre, dividida en diversos nombres y tipos, la caza de animales de tierra; la otra que comprende todos los animales nadadores, la caza de animales acuáticos.

Teeteto: Sin duda alguna.

Extranjero: ¿Y entre los nadadores, no distinguimos el género volátil y el acuático?

Teeteto: ¿Cómo no?

Extranjero: ¿Y la caza del género volátil en conjunto se llama caza de aves?

Teeteto: Así se llama, efectivamente.

Extranjero: ¿Y la de los animales acuáticos comúnmente pesca?

Teeteto: Sí.

Extranjero: Pues bien, ¿no podríamos dividir a su vez esta caza en dos grandes partes?

Teeteto: ¿En cuáles?

Extranjero: En cuanto que una realiza la captura por medio de lazos, y la otra mediante heridas.

Teeteto: ¿Qué quieres decir con esto y según qué criterio se distinguen?

Extranjero: Una se ha de llamar caza con redes porque enreda todo lo que quiere retener.

Teeteto: Sin duda alguna.

Extranjero: Redes, lazos, anzuelos, nasas y semejantes, ¿se han de llamar de otra manera que trampas?

Teeteto: En modo alguno.

Extranjero: Caza con trampa llamaremos, por consiguiente, a esta parte de la caza, o algo parecido.

Teeteto: Sí.

Extranjero: La que se realiza, en cambio, a golpe de garfio o arpón, tendríamos que llamarla con una palabra, distinguiéndola de aquélla, pesca vulnerante. O ¿cómo se le podría llamar, Teeteto, con otro nombre mejor?

Teeteto: No nos preocupemos del nombre porque éste es bastante acomodado.

Extranjero: La modalidad de pesca vulnerante nocturna, practicada al resplandor del fuego, es llamada por los que se dedican a ella, pesca de antorcha.

Teeteto: Perfectamente.

Extranjero: La que se realiza de día con garfios en la punta y arpones, se llama en general pesca con garfio.

Teeteto: Así se denomina, en efecto.

Extranjero: Ahora bien, lo que en esta pesca con garfio, perteneciente a la vulnerante, se ejecuta actuando de arriba abajo, recibe, por valerse predominantemente de arpones en esta forma, el nombre de pesca con arpón.

Teeteto: Así la llaman algunos.

Extranjero: Y el resto constituye, se puede decir, una clase todavía.

Teeteto: ¿Cuál?

Extranjero: La que se ejecuta en sentido totalmente inverso con el anzuelo, alcanzando al pez no en cualquier parte del cuerpo como con el arpón, sino siempre en la cabeza y en la boca, sacándolo luego de abajo con la ayuda de varas y cañas. ¿Y cómo decir, Teeteto, que se ha de denominar a esta modalidad?

Teeteto: Por mi parte opino que se ha realizado ya lo que nos habíamos propuesto ha poco averiguar.

Extranjero: Estamos, pues, de acuerdo tú y yo, en lo que se refiere a la pesca con caña, no sólo acerca del nombre, sino que además hemos logrado una explicación suficiente de la cosa misma. Efectivamente, del arte tomado en su totalidad, la mitad es adquisitiva; de la adquisitiva, la captura; de la captura, la persecución; de la persecución, la caza; de la caza, la caza acuática; de la caza acuática, la sección inferior entera estaba constituida por la pesca; una parte de ésta era la pesca vulnerante; de la pesca vulnerante, la pesca con garfio; y de ésta ha recibido su nombre, copiándolo de la forma misma de actuar, la modalidad que se vale de un golpe vulnerante dado de abajo arriba, colgando la presa hacia abajo, a saber, pesca con caña, que es la que buscábamos.

Teeteto: De todas formas, esto ha quedado, de hecho, lo suficientemente en claro.

Aparece claro que este procedimiento no es concluyente. Como ya Aristóteles indicó[5] con penetración, se trata aquí de una ordenación progresiva, no de una demostración. Como *método* puede ser de utilidad, pero Lógica formal no lo es.

Esto había de serlo la primera la obra de Aristóteles. Con todo, cuanto más de cerca se contempla el contenido de su producción lógica, se confirma uno en que todo lo que contiene el *Organon* se halla condicionado de una forma o de otra por la praxis del platonismo. Los *Tópicos* probablemente no son más que una reelaboración refleja de los numerosos Logoi que corrían por la Academia. La *Analítica* parece también apoyarse, por más que sea un hallazgo del mismo Aristóteles, en la "división" por él perfeccionada y elevada a nivel de auténtico procedimiento lógico. Éste es el segundo gran mérito de Platón para con la Lógica formal: el haber hecho posible con su labor la aparición de esta ciencia con Aristóteles.

5 *An. Pr.* A 31, 46a31 - b25.

II. ARISTÓTELES

§ 9. LA OBRA DE ARISTÓTELES Y SUS PROBLEMAS HISTÓRICO-LITERARIOS

La obra lógica de Aristóteles que ha llegado a nosotros plantea numerosos y con frecuencia difíciles problemas histórico-literarios que en parte no han sido plenamente resueltos todavía. Todos ellos son de importancia decisiva para la historia de los problemas de la Lógica por haber hecho esta ciencia, parece, más progresos en el corto espacio de la vida de Aristóteles que en cualquier otra época. No es exagerado decir que Aristóteles ocupa un puesto único en la Historia de la Lógica en cuanto a un mismo tiempo, 1, fue el primer Lógico formal, 2, desarrolló la Lógica en *dos*, por lo menos (quizá en tres), formas diversas, 3, logró llevar algunas de sus partes a una perfección admirable. A esto se añade, además, que durante más de dos milenios influyó en forma totalmente definitiva en la Historia de la Lógica, y hasta la conformó e incluso todavía hoy mucho de lo que en ella aprendemos hay que referirlo a él. De aquí se sigue que una comprensión adecuada del desarrollo del pensamiento lógico en este autor es de capital importancia para la inteligencia de la historia de los problemas de la Lógica, de la occidental especialmente, como es natural.

A. SUS OBRAS

Las obras del Estagirita a nosotros llegadas fueron ordenadas y editadas por Andrónico de Rodas en el s. I a. C. El *Corpus Aristotelicum* así constituido contiene, en lo que se refiere a Lógica, el llamado (posteriormente) *Organon*, a saber:

1. Las *Categorías*.
2. De la proposición (propiamente: sobre la interpretación; para ella usaremos el título de *Hermeneia*).
3. Los *Analíticos primeros*, dos libros: A y B.
4. Los *Analíticos posteriores*, dos libros: A y B.
5. Los *Tópicos*, ocho libros: A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ.
6. Los *Elencos sofísticos*, un libro.

Aparte de estas obras, de los libros denominados en su conjunto *Metafísica* el cuarto (Γ) está dedicado íntegramente a problemas de Lógica. Otros escritos, como la *Retórica* y la *Poética* p. e., contienen también aquí y allá problemas de Lógica.

B. Los problemas

Los problemas más importantes relativos al *Organon* son los siguientes:

1. *El problema de la autenticidad*

Repetidas veces se ha puesto en duda en el pasado la autenticidad de todos los escritos lógicos de Aristóteles. Hoy, en cambio, prescindiendo de determinados pasajes, y quizá de ciertos capítulos en particular, sólo las *Categorías* se consideran inauténticas en serio. La duda sobre la autenticidad del *Hermeneia* no parece convincente. Los restantes escritos pueden considerarse a grandes rasgos auténticos [6].

2. *Naturaleza de estos escritos*

¿Deben considerarse las obras de Aristóteles como conjuntos construidos siguiendo un plan y como tratados sistemáticamente redactados? Según el estado actual de la investigación, esto sólo puede aplicarse a algunas partes del *Organon* en particular. La máxima unidad, relativamente, corresponde al *Hermeneia* y a los *Tópicos*. Los *Analíticos primeros* han surgido, según a primera vista se manifiesta, en varios estratos; los *Analíticos posteriores* son, en su conjunto, más bien una compilación de notas destinadas a las explicaciones que una obra sistemática. Pero incluso en las partes del *Organon* redactadas sistemáticamente se encuentran aquí y allá interpolaciones posteriores.

3. *Cronología*

El *Organon,* tal como aparece, se halla estructurado según un principio sistemático: las *Categorías* tratan de los términos; el *Hermeneia,* de la sentencia; los restantes escritos, de la conclusión: del silogismo en general los *Analíticos primeros,* del silogismo apodíctico (científico), del dialéctico y del sofístico, respectivamente, las otras tres obras. Andrónico encontró en el texto mismo del *Organon* base para esta sistematización: al comienzo de los *Analíticos primeros* [7] se dice, p. e., que el silogismo consta de proposiciones (πρότασις), y éstas, a su vez, de términos (ὅρος). De igual manera se divide el silogismo en los *Tópicos* [8] y *Analíticos primeros* mismos [9]. Al final de los *Elencos sofísticos* apa-

---

[6] La tesis de Josef Zürcher (*Aristoteles' Werk und Geist),* según la cual casi todo el contenido lógico-formal del *Organon* no procedería de Aristóteles, sino de su discípulo Teofrasto, no puede tomarse en serio.

[7] *An. Pr.* A 1, 24a1 ss.

[8] *Tóp.* A 1, 100a25 ss.

[9] *An. Pr.* A 1, 24a28 ss.

rece la proposición citada más arriba (7.01), la cual parece indicar que este escrito ocupa el último lugar en el conjunto de la obra lógica de Aristóteles.

Tampoco es imposible que Aristóteles mismo haya trazado, al final de su vida, una división de toda su Lógica colocando sus apuntes y tratados, de acuerdo con ella, según el orden citado. Con todo, esta tardía ordenación sistemática tiene poco que ver, como sabemos hoy, con el desarrollo de esta Lógica.

No contamos con criterios externos para fijar la sucesión cronológica de las diversas partes del *Organon*. Su contenido nos ofrece, por el contrario, una serie de puntos de referencia que hemos de reproducir brevemente aquí [10].

a. *Criterios cronológicos*

aa) Un primer criterio para fijar la fecha de redacción de un escrito aristotélico nos lo da el hecho de que el silogismo, tal como se entiende en los *Analíticos primeros* (vamos a denominarlo "silogismo analítico"), no aparece para nada en varias de las partes del *Organon*. Ahora bien, siendo como es uno de los hallazgos más importantes, resulta apenas creíble que Aristóteles no se haya servido de él una vez logrado. De aquí concluimos que los escritos en los que no aparece el silogismo analítico son anteriores a aquellos en los que aparece.

bb) Resulta luego que en ciertas partes del *Organon* nos encontramos con la presencia de variables (a saber, las letras A, B, Γ, etc.) y en otras no. Mas las variables son, a su vez, uno de los hallazgos que han abierto brecha en el campo de la Lógica. Hasta qué punto fueran del agrado de Aristóteles se desprende de los lugares en que usa y abusa de ellas hasta la saciedad. Pero he aquí que no aparecen las variables en obras en que serían de verdadera utilidad, lo que nos permite suponer que dichas obras son anteriores a aquellas en las que aparecen.

cc) El tercer criterio tomado del nivel técnico de la especulación no puede formularse de una manera sencilla como los dos anteriores; sin embargo, cualquier Lógico con experiencia lo descubre al primer contacto con un texto. Desde este punto de vista median poderosas diferencias entre los diversos textos del *Organon:* mientras que en unos nos hallamos a un nivel todavía muy primitivo que recuerda la Lógica presocrática, en otros se muestra Aristóteles como el maestro de una técnica estrictamente formal y de extraordinaria pureza lógica. En el análisis cada vez más penetrante de la sentencia se manifiesta un aspecto de este avance: primeramente se realiza con la ayuda del sencillo esquema sujeto-

[10] La gran investigación sobre los problemas histórico-literarios del *Organon* fue iniciada por Ch. Brandis en su trabajo *"Über die Reihenfolge der Bücher des aristotelischen Organons"* (v. Bibliogr. 2.73); la conocida obra de Jaeger *(Aristoteles, Grundlegung)* ha ofrecido puntos de vista decisivos, siendo aplicado su principio fundamental por F. Solmsen *(Die Entwicklung)* al *Organon*. Las tesis de Solmsen han sido sometidas por Sir W. D. Ross a una crítica minuciosa *(Pr. and Post. Analytics,* 6-23) que ha dado como resultado el rechazar algunas de ellas. En A. Becker *(Die Arist. Theorie)* y J. Łukasiewicz *(Arist. Syllogistic;* v. Bocheński, *Anc. Form. Log.)* se encontrarán aportaciones importantes para la cronología del *Organon*.

predicado *(S — P)*, se añade luego el cuantificador ("Todo [ningún, algún] *S* [no] conviene a *P*), para encontrarnos, finalmente, con una fórmula sutil que recuerda la implicación formal de la actual Lógica: "Todo lo que conviene a *S* conviene también a *P*". Este criterio se podría formular así: cuanto más elevada y formal es la técnica de análisis y de demostración, tanto más posterior es la obra.

dd) La Lógica modal responde a la filosofía de Aristóteles (cuyo elemento esencial está constituido por la doctrina del acto y la potencia) mucho mejor que la pura Lógica asertórica en la que no se pone de manifiesto la diferencia entre acto y potencia. La asertórica encaja, por el contrario, mucho mejor dentro del marco del platonismo del que Aristóteles dependió en su juventud. De esta forma podemos considerar redactados con posterioridad aquellos escritos o capítulos en los que aparece la Lógica modal.

ee) Todavía se pueden apurar más algunos de los criterios aducidos. Así se puede, p. e., seguir fácilmente una cierta evolución en la teoría del silogismo analítico. Parece, además, que Aristóteles empleó en un principio las letras como simples abreviaciones de palabras, y sólo más tarde como auténticas variables. Finalmente, en la formación de la Lógica modal se deja sentir una evolución de relativa importancia.

Se puede, desde luego, poner en duda si uno solo de estos criterios basta para fijar la cronología. Mas, si concurren todos, o al menos varios, la conclusión resultante parece probable en la medida en que esto es posible en las ciencias históricas.

b. *Fijación de la cronología*

La aplicación de estos criterios permite establecer el siguiente orden cronológico para los escritos aristotélicos sobre Lógica:

aa) Los *Tópicos* (juntamente con las *Categorías*, caso de que se demuestre su autenticidad) pertenecen indiscutiblemente a los comienzos. En ellos no se distinguen huellas de silogismo analítico, ni variables, ni Lógica modal, y el nivel técnico de la especulación es relativamente bajo. Los *Elencos sofísticos* constituyen simplemente el último libro de los *Tópicos:* con todo, da la impresión como si hubiera sido redactado algo más tarde. A la misma época pertenece probablemente el libro Γ de la *Metafísica*. Los *Tópicos* contienen, junto con los *Elencos sofísticos*, la *primera Lógica* de Aristóteles. Lo que se dice al final de los *Elencos sofísticos* sobre "toda" la Lógica se refiere a *esta* primera elaboración.

bb) El *Hermeneia*, y quizá el libro B de los *Analíticos posteriores*, representan una especie de fase de transición: en ellos encontramos la Silogística en gestación. En el *Hermeneia* no hay todavía rastro de silogismo ni aparece ninguna variable. Ambas cosas hacen su aparición en el libro B de los *Analíticos posteriores*, si bien no son a todas luces más que simples comienzos. El nivel técnico de la especulación es muy superior al de los *Tópicos*. El *Hermeneia* contiene, además, una doctrina modal, primitiva con todo, si se la compara con la de los *Analíticos primeros*.

cc) El libro A de los *Analíticos primeros*, si se exceptúan los capítulos 8-22, contiene la *segunda Lógica* de Aristóteles: una silogística asertórica ya desarro-

llada. El Filósofo posee aquí ya un concepto claro del silogismo analítico, usa las variables con seguridad y se mueve con soltura en un nivel técnico relativamente elevado. El análisis de la sentencia se ha hecho más profundo. Sin embargo, faltan todavía dos elementos: la Lógica modal y consideraciones reflejas sobre el sistema de la Silogística. Al mismo período se puede adscribir, quizá también, el libro A de los *Analíticos posteriores*. Si bien esto ha sido impugnado por F. Solmsen, los contraargumentos de W. D. Ross parecen convincentes [11].

dd) Finalmente podemos asignar a un período todavía posterior los capítulos 8-22 del libro A que contienen la Silogística modal, y el libro B de los *Analíticos primeros*. Puede decirse que contienen la *tercera Lógica* de Aristóteles, que se distingue menos de la segunda que ésta de la primera. Encontramos en este conjunto una Lógica modal elaborada (si bien con muchas imperfecciones y claramente sin concluir), así como minuciosas observaciones de orden en parte metalógico, sobre el sistema de la Silogística. En ellas nos ofrece Aristóteles puntos de vista de una sutileza y penetración admirables y hasta llega a construir algunas proposiciones lógico-sentenciales con empleo de variables sentenciales.

Es evidente que no puede hablarse de seguridad absoluta en la solución del problema cronológico, máxime hallándose el texto contaminado en muchos lugares con interpolaciones de otros períodos. La *seguridad* llega únicamente hasta poderse afirmar que los *Tópicos* contienen, con los *Elencos sofísticos,* una Lógica distinta y anterior a la de los *Analíticos* y que el *Hermeneia* representa una fase intermedia. Lo demás son hipótesis bien fundamentadas que pueden al menos aspirar a una gran probabilidad.

De acuerdo con ellas, hablaremos aquí de una triple Lógica aristotélica.

C. TERMINOLOGÍA

Con frecuencia ha resultado realmente difícil encontrar vocablos adecuados en alemán para los tecnicismos empleados por Aristóteles. En más de un caso ha sido preciso usar diversos vocablos con una cierta arbitrariedad. A continuación consignamos los más importantes:

La traducción más correcta de ζῷον sería "ser dotado de sensación". Con todo, literalmente ζῷον significa "animal" ("ser dotado de vida"), término también más corriente en alemán, y que hemos adoptado en consecuencia.

λόγος significa de suyo, ante todo, "palabra", y en ciertos textos de hecho se puede traducir así. En otros, sin embargo, parece designar Aristóteles con este término, no la palabra, sino lo significado por ella, o bien usarlo indeterminadamente. En tales pasajes hemos conservado el término griego.

ὅρος significa a ciencia cierta, no concepto, sino literalmente "límite". De ὅρος se deriva ὁρισμός, "definición"; ésta es, en efecto, una determinación (delimitación). Sin embargo, en el contexto de la Silogística (e. d., en los *Analíticos primeros)* es completamente seguro que nada tiene que ver ὅρος con este

[11] Sir W. D. Ross opina que también el libro B fue compuesto después de los *Analíticos primeros*.

significado. Se trata más bien, a lo que parece, sencillamente de una palabra que está "en el límite", e. d., en el comienzo o fin de una sentencia; es, por consiguiente, el sujeto o el predicado. Mas tampoco ὅρος se puede interpretar, en consonancia con lo dicho a propósito de λόγος, en sentido meramente lingüístico. El latín tiene una buena traducción: *terminus* que hemos adoptado teniendo presente que el vocablo no es completamente ajeno al alemán [12].

El término πρότασις lo hemos traducido en la mayor parte de los lugares por "premisa". En ciertos textos, sin embargo, en los que el contexto no se refería directamente al silogismo, hemos empleado el vocablo "proposición". Hemos elegido el vocablo neutral "proposición" para no forzar, como en el caso de λόγος y ὅρος, ninguna de las posibles interpretaciones de la Lógica aristotélica (v. 10.04).

ὑπάρχει lo hemos traducido por "conviene". La traducción es muy inexacta, ya que el término griego significa en el lenguaje aristotélico propiamente "es en" (latín: *inest*). Mas por resultar imposible encontrar otra mejor, hemos empleado "conviene" en el sentido expuesto.

En general nos hemos esforzado aquí, como en todo el libro, siguiendo los consejos de B. Mates [13], por conservar la máxima fidelidad al texto, aun renunciando a la perfección del lenguaje.

§ 10. CONCEPTO DE LÓGICA. SEMIÓTICA

A. Nombre y lugar que ocupa la Lógica

Aristóteles no posee ninguna denominación técnica para la Lógica: lo que nosotros denominamos hoy día "lógico", en él recibe el nombre de "analítico" (ἀναλυτικός) [14] o "que se sigue de las premisas" (ἐκ τῶν κειμένων) [15], mientras la expresión "lógico" (λογικός) significa lo mismo que nuestro "probable" [16] o bien "epistemológico".

10.01 Hay, para decirlo sólo en esquema, tres clases de proposiciones y problemas: las unas son proposiciones éticas, las otras físicas, las terceras lógicas; ... lógicas, por ejemplo, si una misma ciencia puede tener como objeto cosas opuestas.

La cuestión de si la Lógica es una parte de la filosofía o su instrumento (ὄργανον) y por consiguiente un arte, no la ha tratado Aristóteles en ninguna parte de los escritos que conservamos.

---

12 El Prof. H. Scholz de Münster de W. me ha dado valiosos consejos a este respecto.

13 *Stoic Logic.*

14 *An. Post.* A 22, 84a7 s.

15 *An. Post.* A 32, 88a18 y 30.

16 *An. Pr.* B 16, 65a36 s.; A 30, 46a9 s.; B 23, 68b9 s.; *Tóp.* A 1, 100a22 y 29 ss.; v. Bonitz, 183.

B. El objeto de la Lógica

Con todo, sabía Aristóteles con exactitud qué es lo que él pedía de la Lógica, como se desprende con claridad de la ejemplar exposición del objeto de sus tratados lógicos. Dice en los *Tópicos:*

10.02 El presente trabajo tiene por objeto hallar un método, según el cual, partiendo de (supuestos) probables, podamos formar silogismos sobre cualquier tema propuesto... Silogismo es un Logos en el que, puestos determinados (supuestos), se sigue necesariamente, en virtud de estos supuestos, otra cosa distinta de ellos. Demostración es, pues, cuando el silogismo consta de (premisas) verdaderas y primeras..., dialéctico (aquel) silogismo que concluye a partir de probables..., y erístico es el silogismo que (concluye) a partir de (premisas) que parecen probables y que (en realidad) no lo son, o aquél que parece (concluir) a partir de (premisas) probables o que parecen probables.

Compárese con éste el siguiente texto de los *Analíticos primeros:*

10.03 Una vez delimitado esto vamos a decir de qué (premisas), cuándo y cómo surge el silogismo; luego hemos de hablar de la demostración. Y se ha de hablar antes del silogismo que de la demostración, porque el silogismo es más general, ya que la demostración es un determinado silogismo, pero no todo silogismo es una demostración.

El pensamiento es terminante: Aristóteles busca una conexión tal que le permita concluir con necesidad, estableciendo una aguda distinción entre la validez de esta conexión y la clase o verdad de las premisas. Nuestros textos contienen la primera formulación histórica de la idea de una Lógica *formal,* independiente de la materia, y de validez universal.

El silogismo constituye, según ello, el objeto de la Lógica. Es un Logos que consta de proposiciones integradas, a su vez, por términos. Así define Aristóteles la proposición y el término:

10.04 Proposición es, pues, un Logos que afirma o niega algo de algo... Llamo término a aquello en que se resuelve la proposición, esto es, lo que se predica, y aquello de lo que se predica, con la adición de ser o de no ser.

Lo que en este texto llama la atención es la absoluta neutralidad de los tecnicismos elegidos, ὅρος, πρότασις y συλλογισμός (traducimos por "término" el primero, y por "proposición" el segundo) respecto de cualquier interpretación filosófica: la proposición consta, efectivamente, de términos y el silogismo de proposiciones; mas éste es un Logos; y "Logos" puede significar tanto palabra como pensamiento, como, incluso, contenido objetivo, con lo que queda abierto

el camino a una interpretación formalista, psicologista y objetivista. Todas estas interpretaciones son admisibles en el marco de la Lógica aristotélica: ninguna queda excluida por el sistema lógico puro. El fundador de la Lógica formal al elegir su terminología se alzó gracias a una intuición genial al plano de la Lógica pura por encima de polémicas de interpretación.

Considerando el conjunto de la Lógica aristotélica, es fácil de ver que este neutralismo no es consecuencia de una falta de interés por los problemas de interpretación, sino al contrario, una abstracción de una compleja teoría semiótica. En ciertos pasajes parece adoptar Aristóteles la teoría psicologista; dice, p. e.:

10.05 La demostración no está en la palabra (λόγος) externa, sino en la (palabra) que está en el alma; por lo cual, tampoco el silogismo.

Frente a esto hay que advertir que él mismo asigna una gran importancia a la "palabra externa", pues elaboró una teoría completa de la Sintaxis lógica y numerosas doctrinas semánticas. Estas doctrinas que vamos inmediatamente a referir, permiten comprobar cómo la praxis de la Lógica aristotélica apunta claramente tanto a "*expresiones con sentido*", cuanto a su objeto.

C. SINTAXIS

Aristóteles es, siguiendo en esto algunas indicaciones de los Sofistas y de Platón, el fundador de la Sintaxis lógica. Él fue quien realizó el primer ensayo que conocemos de sistematización de las categorías sintácticas. En el *Hermeneia* encontramos una división detallada de los elementos del discurso en atómicos (nombres y verbos) y moleculares (oraciones).

10.06 Nombre es, pues, un sonido que convencionalmente significa algo, sin inclusión de tiempo, ninguna de cuyas partes tiene significación aisladamente.

10.07 Verbo es una palabra que indica el tiempo, ninguna de cuyas partes tiene significación aisladamente, y que es siempre un signo de lo que se expresa de otra cosa.

Esta teoría se completa ulteriormente con el examen de los casos y flexiones de las palabras, así como con reflexiones acerca de los nombres negativos y verbos:

10.08 Oración es un sonido que convencionalmente significa algo y una de cuyas partes separadamente significa algo en cuanto simple locución (φάσις), no en cuanto asentimiento (afirmación, κατάφασις) o repulsa (negación, ἀπόφασις).

10.09 La primera oración enunciativa, unitaria, es la afirmación y después la negación. Todas las demás son unitarias mediante conjunción.

Adelantándonos a explicaciones ulteriores, podemos resumir el esquema completo de las categorías sintácticas, tal como aparece en el *Hermeneia*, de la siguiente forma:

Sonidos de significación convencional [17]:

— atómicos (φάσις) [18]:
- — nombre (ὄνομα) en sentido amplio [19]:
  - — nombre en sentido estricto [20]:
    - — simple
    - — compuesto [21]
    - — individual
    - — universal [22]
  - — nombre negativo [23]
  - — casos del nombre [24]
  - — verbo ῥῆμα [25]
  - — verbo negativo [26]
  - — flexión del verbo [27]
- — otras φάσεις

— moleculares (λόγος) [28]:
- — sentencia (ἀπόφανσις) [29]:
  - — atómica [30]:
    - — afirmativa (κατάφασις)
    - — negativa (ἀπόφασις) [31]
    - — con sujeto singular
    - — con sujeto universal
      - — universalmente considerado
      - — no universalmente considerado [32]
  - — molecular [33]
- — otros λόγοι (llamados también φάσεις) [34].

---

17 *Herm.* 2, 16a19 s. y 27 ss.; 4, 17a1 s.
18 *Ibid.* 5, 17a17 ss.
19 *Ibid.* 3, 16b19 ss.
20 *Ibid.* 2, 16a19 ss.
21 *Ibid.* 22 ss.; 4, 16b32 s.
22 *Ibid.* 7, 17a38 ss.
23 *Ibid.* 2, 16a30 ss.
24 *Ibid.* 32 s.
25 *Ibid.* 3, 16b6 ss.
26 *Ibid.* 11 ss.
27 *Ibid.* 16 ss.
28 *Ibid.* 4, 16b26 ss.
29 *Idem.*
30 *Ibid.* 6, 17a8 s.
31 V. supra n. 30.
32 V. supra n. 30.
33 V. supra n. 30.
34 *Herm.* 5, 17a37 s.

Este esquema es la base de todo el desarrollo de la Sintaxis lógica e incluso de la Semántica hasta la aparición de la Lógica matemática. Sólo ésta había de introducir una innovación fundamental, la tentativa de tratar las categorías sintácticas valiéndose de un lenguaje *artificial*. Aristóteles —y la tradición estoica y escolástica después de él— buscaron, por el contrario, incluir en su estructura sintáctica el lenguaje vivo de la vida cotidiana.

D. SEMÁNTICA

Los textos anteriormente citados contienen ya pensamientos que pertenecen al dominio de la Semántica, cuyo principio general es formulado así por Aristóteles:

10.10 Los sonidos de que está formada la voz son, pues, signos de las representaciones suscitadas en el alma y la escritura es, a su vez, un signo del sonido.

A esto se añade que las ideas son, a su vez, signos de las cosas. Aristóteles presta gran atención al paralelismo entre cosas, ideas y signos, desarrollando a este respecto dos importantes teorías semióticas:

10.11 Dícense homónimas cosas que sólo el nombre tienen común, siendo distinto el contenido (λόγος) correspondiente al nombre. Así, p. e., el nombre animal (ζῷον) se aplica tanto al ser humano como al ser humano pintado o al animal...

Sinónimas dícense cosas en las cuales tanto el nombre en común cuanto el contenido correspondiente al nombre es el mismo. Así, p, e., llamamos animal tanto al ser humano como al buey...

Parónimas, finalmente, dícense todas las cosas que se denominan siguiendo a otra, de manera que su denominación adopta una forma flexional diversa. De esta forma, p. e., se denomina el gramático por la gramática y el valiente por la valentía.

Debe excluirse de las demostraciones la homonimia por conducir a sofismas [35]. En otro pasaje distingue Aristóteles varias especies de homonimia:

10.12 No es, por consiguiente, el bien algo común según una idea. Mas ¿de qué forma se predica?, pues no parece que pertenezca a los homónimos por acaso. ¿Son (llamadas las cosas "buenas") por proceder de una o por componer una todas, o más bien por analogía? Pues como luz en el cuerpo (es) la mente en el alma y cosas tales en otros casos.

Esta división podemos representarla en el siguiente esquema:

[35] *El. sof.* 4, 165b30 ss.

Expresiones homónimas:

— en sentido estricto (ἀπὸ τύχης)
  (accidentalmente homónimas)
— en sentido amplio
  (sistemáticamente homónimas)
    — de uno (ἀφ' ἑνός)
    — para uno (πρὸς ἕν)
    — por analogía (κατὰ ἀναλογίαν).

En la *Metafísica* y el *Hermeneia* nos encontramos con una clara teoría semiótica de la verdad:

10.13 Lo verdadero y lo falso, en efecto, no se hallan en las cosas, algo así como si el bien fuese verdadero y el mal falso, sino en el pensamiento.

10.14 Mas, así como los pensamientos surgen en el alma, bien sin ser verdaderos o falsos, bien de forma que necesariamente les haya de convenir una de las dos cosas, así sucede también en el lenguaje. Pues verdad y falsedad se dan en dependencia de la composición y la división. Los nombres y verbos por sí solos se asemejan a la representación sin composición ni división.

10.15 Mas no toda (oración) expresa algo, sino sólo aquella en la que se da verdad o error. Pero no es éste el caso general. La súplica, por ejemplo, es una (oración), pero no es ni verdadera ni falsa... Trátase aquí de la oración en cuanto sentencia (ἀποφαντικὸς λόγος).

Por medio de equivalencias, también establece Aristóteles la definición de verdad:

10.16 Si es verdad decir que (algo) es blanco o no es blanco, es preciso que sea blanco o no sea blanco; y si es blanco o no es blanco, entonces resulta verdad afirmarlo o negarlo; y si no lo es, se miente; y si se miente, no lo es.

§ 11. LOS TÓPICOS

A. Objeto y meta

Los *Tópicos* contienen la primera Lógica de Aristóteles y por consiguiente, el primer ensayo de exposición sistemática de nuestra ciencia. También aquí cae fuera de nuestro propósito ofrecer, aunque no fuera más que una visión de conjunto de la multitud de reglas contenidas en esta obra. Nos vamos a limitar a la exposición del objetivo de los *Tópicos*, el análisis de la sentencia tal como

la concibe Aristóteles en esta obra primeriza, y una breve reseña de la Sofística. Las leyes y reglas de deducción más importantes en ellos contenidas fueron consideradas, a lo que parece, también como válidas en obras posteriores. Por esta razón se tratarán en el apartado sobre las fórmulas no-analíticas (§ 16):

11.01 De lo dicho se podría deducir para cuántas y qué cosas es útil este arte. Para tres lo es: para el ejercicio dialéctico, para el intercambio ideológico y para las ciencias filosóficas. Que resulta útil para el ejercicio dialéctico, es de por sí evidente, pues poseyendo un método seguro, podremos acometer con mayor facilidad el objeto propuesto. Y para el intercambio ideológico, porque en el trato con otros podremos examinar las opiniones del vulgo y refutar, basados no en pareceres ajenos, sino en los propios, lo que nos pareciere no bien dicho por la parte contraria. Para las ciencias filosóficas, finalmente, porque, hallándonos en situación de considerar (las dificultades) por ambos lados, con mayor facilidad descubriremos lo que hay de verdad o falsedad en cada uno de los puntos. Pero es que además, nos puede ser también útil para conocer cuál es el primero de entre los principios de cada ciencia particular; porque de los principios particulares de una ciencia dada es imposible sacar nada al respecto, por ser los principios lo primero de todo; es preciso, más bien, abordar el tema valiéndose de proposiciones probables relativas al objeto en cuestión. Y ésta es la virtualidad propia de la dialéctica, o su efecto más genuino. Porque, siendo un arte indagatoria, domina el acceso a los principios de todas las ciencias.

La Lógica así concebida trata proposiciones y problemas que pueden comprehensivamente describirse de la siguiente forma:

11.02 Las mismas y numéricamente idénticas son las cosas de las que surgen los argumentos y en torno a las cuales giran las conclusiones. Los argumentos brotan de las proposiciones, y aquello en torno a lo cual giran las conclusiones son los problemas.

11.03 Problema y proposición se diferencian por la forma. Si se dice, en efecto: ¿es animal bípedo que camina, la definición de hombre?, y ¿es animal, el género de hombre?, tenemos una proposición. Si, por el contrario, (se dice): ¿es animal bípedo que camina, la definición de hombre o no?, y ¿es animal el género o no?, entonces tenemos un problema. Y así en lo demás. De forma que problemas y proposiciones son numéricamente idénticos. Lo que sucede es que de toda proposición se puede hacer problema variando su forma.

De revolucionaria transcendencia es la clasificación de los métodos de demostración que nos da en el mismo contexto:

11.04 Una vez sentado esto hemos de establecer cuántas especies hay de argumentaciones dialécticas. Inducción es la una; la otra, silo-

gismo. Y qué es silogismo lo hemos declarado más arriba. Inducción es el tránsito de lo particular a lo general, p. e.: si el mejor timonel es el que está versado en su oficio, y el mejor auriga lo mismo; entonces el mejor, en absoluto, es el que está versado en su materia, sea cual fuere. La inducción es más convincente, más manifiesta, más perceptible sensorialmente y familiar al vulgo; el silogismo más constructivo y más eficaz para la refutación.

El objeto de los *Tópicos* lo constituyen fundamentalmente los llamados lugares (τόποι). Aristóteles no llegó a definirlos nunca, y hasta hoy nadie ha logrado expresar clara y brevemente qué son en realidad. En todo caso se trata de ciertas indicaciones muy generales en orden a la formación de argumentos. Un ejemplo:

11.05 Un lugar es, pues, considerar si se ha explicado como un accidente lo que conviene a una cosa de otra manera. Este error tiene lugar, sobre todo, en los géneros; así, p. e., se afirma que al blanco le es accidental ser color; pues no le es accidental al blanco ser color, sino que el color es su género.

B. Los Predicables

En el libro primero de los *Tópicos* ha desarrollado Aristóteles, como introducción a estos lugares, dos teorías diferentes sobre la estructura de la sentencia, las dos de importante significación histórica y de interés todavía hoy, a saber, la teoría de los llamados Predicables y la de las Categorías:

11.06 Toda proposición y todo problema designan un género o un propio (ἴδιον) o un accidente. En este punto se ha de componer la diferencia específica con el género, en cuanto que con él está ligada. Y como una propiedad designa la esencia, y otra no la designa, se ha de dividir en las dos partes ahora indicadas y llamar a la parte que representa la esencia, definición; la otra se designará como propio de acuerdo con la denominación común que le hemos dado.

11.07 Hemos de exponer ahora qué es definición, propio, género y accidente. Definición es una oración que declara la esencia. Aquí, en lugar de una palabra se pone una oración, o una oración en lugar de una oración, pues se puede definir también lo expresado mediante una oración.

11.08 Propio (ἴδιον) es lo que no designa la esencia (τὸ τί ἦν εἶναι) de una cosa, sino solamente le conviene y es convertible con ella en la sentencia. Así es una propiedad del hombre el ser capaz de aprender la gramática: si, en efecto, es hombre, es capaz de aprender la gramática, y si es capaz de aprender la gramática, es hombre.

11.09 Género es lo que se predica de varias cosas y diferentes según la especie, a modo de esencia (τί ἐστι).

11.10 Accidente (συμβεβηκός) es lo que no es ninguna de estas cosas, ni definición, ni propio, ni género, mas conviene a la cosa, y lo que a una y misma cosa, sea cual fuere, puede convenir y no convenir, como, p. e., a una y misma persona puede convenir y no convenir el estar sentado.

La importancia en Lógica de esta división de los "Predicables" reside en el hecho de tratarse de un intento de análisis de la estructura de la sentencia y precisamente bajo la perspectiva de las relaciones de sujeto y predicado. Dicho análisis es realizado desde un punto de vista objetivo, no formal; con todo, en él resuenan también ideas puramente estructurales, como, p. e., la diferencia entre género y diferencia específica o propio, en la que el género viene manifiestamente simbolizada por un nombre y las propiedades por un functor.

A modo de apéndice a la doctrina de los Predicables, presenta Aristóteles una teoría de la Identidad:

11.11 Lo idéntico, para no describirlo más que en forma general, parece caer bajo una triple división. Llamamos a algo idéntico, bien según el número, bien según la especie o bien según el género: idéntico según el número, a lo que tiene más de un nombre, pero la realidad es sólo una, como vestido y manto; según la especie, a lo que siendo más de una cosa no muestra diferencia alguna específica, como, p. e., hombre (es idéntico) a hombre y caballo a caballo; efectivamente, a tales cosas que quedan bajo la misma especie se les denomina idéntico en cuanto a la especie. De la misma manera se llama idéntico, según el género, a lo que cae bajo el mismo género, como caballo (es idéntico) a hombre.

C. Las Categorías

La teoría de las Categorías contiene otro análisis de la sentencia distinto, que parece ser un desarrollo sistemático de indicaciones contenidas en Platón. Sólo en un lugar (prescindiendo de las *Categorías*)[36] encontramos una enumeración de diez categorías (como la que comúnmente se atribuye a Aristóteles como única):

11.12 Después de esto vamos a referir los géneros de las categorías, a los cuales pertenecen las cuatro citadas (11.06-11.10). Son en número de diez: la sustancia, la cantidad, la cualidad, la relación, el "ubi", el cuándo, el "situs", el "habitus", la acción, la pasión. A una de estas categorías, en efecto, deben pertenecer siempre el accidente, el género, el propio y la definición, pues todas las premisas constituidas por medio

---

[36] *Cat.* 4, 1b25-2a4. Los otros pasajes en los que se enumeran las categorías son: *Fís.* A 7, 190a31; *Et. Nic.* A 4, 1096a23; *An. post.* A 22, 83a21; *Fís.* E 1, 225b5; *Met.* Δ 7, 1017a25. V. además Bocheński, *Ancient Formal Logic*, 34, n. 11, y Prantl I 207, n. 356.

de ellos significan, o el "qué", o el "cómo", o el "cuánto", o alguna otra categoría. Y es evidente que el que expresa el "qué" expresa, bien la sustancia (οὐσίαν), bien el "cómo", bien alguna otra categoría. Pues cuando, tratándose de un hombre, aclara que el ser en cuestión es un hombre o un animal, dice qué es y expresa la sustancia; y cuando, tratándose del color blanco, aclara que la realidad en cuestión es blanco o color, dice qué es y expresa la cualidad. Y de igual forma cuando, tratándose de la dimensión de un codo, aclara que lo que está en cuestión es la dimensión de un codo, dirá qué es y expresa la cantidad. Y de la misma manera sucede con las restantes categorías.

En este texto se observa un desacuerdo: el "qué" (τί ἐστι) significa primero una categoría especial, la de la sustancia (οὐσία), según un texto paralelo de las *Categorías* [37], y luego, sin embargo, significa lo mismo que "esencia", que debe hallarse en todas las categorías, no solamente en la de sustancia. Si, por el contrario, en la lista de las diez categorías en lugar de "qué" se pone "sustancia", el pensamiento queda claro.

Aquí se considera la doctrina de las categorías como división práctica de las sentencias y problemas. Aparte de esto se trata de dos problemas mucho más importantes para Aristóteles. En los *Analíticos primeros* se lee:

11.13 El que una cosa convenga a otra y el que una cosa sea verdad de otra, ha de darse de tantas maneras cuantas son las categorías.

Es decir, que la llamada cópula de la sentencia tiene tantos significados cuantas son las categorías. Ésta es la primera razón por la que la teoría de las categorías es de tanta importancia en Lógica. La segunda reside en el hecho de que, mientras esta teoría supone un intento de clasificación de los objetos desde el punto de vista de su predicabilidad, Aristóteles ha venido a dar en ella al problema de la clase universal que ha resuelto con penetración genial, si bien es verdad que con la ayuda de una demostración, como hoy sabemos, equivocada. El pasaje en cuestión lo hallamos en el libro tercero de la *Metafísica:*

11.14 Mas no es posible que el uno o el ser sean géneros de los seres. Es necesario, en efecto, que existan las diferencias de cada género y que cada diferencia sea una; pero es imposible atribuir las especies del género a sus propias diferencias, o el género considerado independientemente de sus especies. Por consiguiente, si el ser o el uno fueran género, ninguna diferencia tendría ni ser ni unidad.

El razonamiento expuesto por Aristóteles en esta formulación tan extraordinariamente ceñida es el siguiente:

1. Para todo *A*: si *A* es un género, hay (al menos) un *B* que es la diferencia específica de *A*.

---

[37] *Cat.* 4, 1b25 s.; v. 5, 2a11 ss.

2. Para todos los *A* y *B*: si *B* es la diferencia específica de *A*, entonces no: *B* es *A*. Ahora bien, suponiendo

3. que hubiera un género *omni*comprehensivo *V*: de éste sería válido que:

4. para todo *B*: *B* es *V*.

Ahora bien, como *V* es un género, ha de tener una diferencia (según 1): la llamaremos *D*. Para este *D* tendríamos, por una parte, que: *D* es *V* (según 4), y por otra, que: *D* no es *V* (según 2). Resulta, por tanto, una contradicción, debiendo ser, en consecuencia, al menos una de las premisas falsa (v. 16.32). Mas he aquí que Aristóteles acepta como correctos 1 y 2; habrá, por consiguiente, de rechazar la hipótesis de la existencia de un género omnicomprehensivo (3): tal *summum genus* no existe. He aquí el fundamento de la doctrina escolástica de la analogía[38] y la primera teoría de los tipos *in nuce* (v. § 48).

La demostración es defectuosa, pues "*D* es *V*" no es falso, sino sin sentido (48.14). Y sin embargo, se trata aquí de una idea que, sin duda alguna, merece el calificativo de intuición genial.

D. Sofística

El último libro de los *Tópicos* conocido con el nombre "*De los elencos sofísticos*" contiene una doctrina ampliamente desarrollada sobre los sofismas. Como la mayoría de las partes restantes de los *Tópicos*, pertenece a la primera forma de la Lógica aristotélica, todavía no formalizada, sino guiada por los intereses prácticos de la discusión cotidiana. En los *Analíticos primeros*[39] encontramos una segunda doctrina sobre los sofismas, mucho más reducida que la primera, pero de un formalismo, en cambio, incomparablemente mayor. En ella, todos los sofismas se reducen a transgresiones de las leyes de la Silogística. Y sin embargo, nadie ha logrado, ni el mismo Aristóteles ni ningún otro hasta hoy, reemplazar, desde el punto de vista de la Lógica formal, la primitiva teoría de los *Elencos sofísticos*. El conocimiento de esta doctrina es indispensable hasta para la comprensión de la Lógica escolástica. Por esta razón hemos de aducir algunos textos sobre ella.

11.15 La refutación (es) un silogismo que descubre la contradicción de la conclusión (del silogismo adversario). Algunas (refutaciones) no logran esto, sin embargo parecen (lograrlo) por diversas causas; de ellas es la más natural y extendida (el uso torcido) de las palabras. Efectivamente, como no es posible entablar una discusión trayendo las cosas mismas a ella, usamos en su lugar palabras a modo de signos; por esto creemos que vale de las cosas lo que vale de las palabras, como en el caso de las piedras del que calcula. Pero no es igual, porque las palabras y el número de las locuciones son limitadas (numéricamente), mientras las cosas son ilimitadas en número. Es, por tanto, preciso que una locución y (que una palabra) signifique varias cosas.

---

38 V. p. 190, n. 33.

39 *An. Pr.* B 16-21, 64b27-67b26.

Texto de gran importancia histórica: en él rechaza Aristóteles el formalismo, y con todo derecho, en cuanto hace al lenguaje ordinario: sin una división previa de las diversas funciones de los signos no se pueden formular correctamente leyes en este tipo de lenguaje. Sobre el texto citado se basa el vigoroso desarrollo de las doctrinas de la suposición, apelación y analogía en la Edad Media (§§ 27 y 28). En cuanto a Aristóteles y demás Lógicos antiguos se refiere, parece como si hubiesen sorteado la dificultad que aquí se encierra mediante la adición de reglas por medio de las cuales el lenguaje ordinario se convertía en un lenguaje artificial con una única función para cada palabra.

11.16 Dos clases hay de refutaciones (sofísticas): las unas dependen del lenguaje, las otras (tienen su fundamento) fuera del lenguaje. Las (subclases de las refutaciones sofísticas) que inducen a error dependiendo del lenguaje son en número de seis: homonimia, anfibología, composición, división, prosodia y figura de dicción.

11.17 En la homonimia se apoyan argumentos tales como "los que saben, aprenden; en efecto, los que saben sus letras son (precisamente) los que aprenden las letras que se les dicta". "Aprender", efectivamente, es aquí equívoco (en griego significa): "comprender valiéndose de la ciencia" y "adquirir ciencia".

11.18 En la anfibología se apoyan los siguientes (sofismas): ... "Es posible que el que está callado hable", pues (la expresión) "el que está callado habla" puede querer decir, o bien que el que habla está callado, o que las cosas que dice son tales (que están calladas).

11.19 En la composición se apoyan (sofismas) tales como, p. e., "Es posible que el que está sentado camine y que el que no está escribiendo escriba". Pues no significa lo mismo cuando se dice en composición, el que está sentado anda que cuando se dice en división...; y lo mismo pasa cuando se dice, en composición, que el que no escribe escribe. Pues (en composición) significa que el que no escribe tiene potencia de escribir. Y si se dice en composición, que tiene potencia, cuando no escribe, de escribir.

11.20 En la división se apoyan (sofismas como éstos): 5 es 2 y 3, y (por tanto) par e impar (a un mismo tiempo), y el mayor es igual (que el pequeño), pues es igual de grande y algo más (al mismo tiempo).

11.21 Las especies de sofismas (que tienen su causa) fuera de la dicción son siete: (1) los que se apoyan en el accidente; (2) los que expresan algo simplemente, o no simplemente, sino en función del lugar, el tiempo o la relación; (3) los que se fundan en la ignorancia del elenco, *(ignorantia elenchi)*; (4) los que provienen de (una falsa conclusión derivada del) consiguiente; (5) los que provienen de presuponer lo que se ha propuesto al principio (como término de la investigación) *(petitio principii)*; (6) los que provienen de tomar como causa lo que no es causa; (7) (los que) de varias cuestiones hacen una.

Un ejemplo de (1) es: "Si Corisco es algo distinto de hombre, entonces es algo distinto de sí mismo" [40]; de (2): "Si el indio, que es todo negro, tiene los dientes blancos, entonces es blanco y no blanco" [41]; (3) consiste en que se prueba otra cosa distinta de la que se debía probar [42]; (5) consiste en suponer lo que había que probar [43]. Sólo (4) contiene un error lógico, consistente en deducir del consecuente de una sentencia condicional el antecedente [44].

§ 12. TEORÍA DE LA OPOSICIÓN; EL PRINCIPIO DE CONTRADICCIÓN; EL PRINCIPIO DE TERCERO EXCLUIDO

A. Teoría de la oposición

Aristóteles desarrolló dos teorías distintas de la oposición. La primera, contenida en los *Tópicos* [45] y correspondiente al período más primitivo de su evolución, donde se halla expuesta con la máxima claridad es en el escrito pseudo-aristotélico sobre las *Categorías:*

12.01 Se dice que una cosa es opuesta a otra en cuatro sentidos: en el sentido de la relación, de la contrariedad, de la privación y del "habitus", y en cuarto lugar, de la afirmación y la negación. Para describir en rasgos generales estos opuestos es, p. e., relativo el doble respecto de la mitad, contrario el mal del bien; como privación y "habitus" se corresponden mutuamente ceguera y vista, y como afirmación y negación estar sentado y no estar sentado.

Dos cosas son dignas de nota en este texto: el suponer la división puntos de vista materiales y el tratarse —incluso en la última especie de oposición, la contradictoria— de relaciones entre términos, no entre proposiciones.

Muy de otra manera sucede en el período posterior. La segunda doctrina presupone la teoría aristotélica de la cuantificación posterior a los *Tópicos:*

12.02 Puesto que las cosas unas son generales, otras particulares —entiendo por universal lo que se puede predicar naturalmente de muchos, por particular lo que no, como, p. e., hombre es universal, Calias un individuo...—, al predicar universalmente del universal que algo le conviene o no, las sentencias se han de oponer contrariamente. Y digo

---

40 *El. sof.* 5, 166b32 s.

41 *Ibid.* 5, 167a7 ss.

42 *Ibid.* 5, 167a21-27.

43 *Ibid.* 5, 167a36-40.

44 *Ibid.* 5, 167b1-30; v. 16.15.

45 *Tóp.* A 2, 109b18 ss.; B 8, 113b15 ss.

que algo se predica del universal universalmente, como, p. e., todo hombre es blanco, ningún hombre es blanco. Mas, cuando del universal se predica algo, pero no universalmente, entonces estas sentencias no son contrarias... Cuando digo que algo se predica del universal no universalmente, pienso, p. e., en sentencias como éstas: el hombre es blanco, el hombre no es blanco. Pues si bien "hombre" es universal, en la sentencia no está usado universalmente. El "todo", en efecto, no designa al universal, sino que algo se ha de tomar universalmente.

Mas predicar el universal universalmente en el predicado, no es verdad, pues ninguna afirmación en la que el predicado universal se predica universalmente es verdadera. P. e.: todo hombre es todo animal.

Este texto contiene los siguientes puntos doctrinales: 1. Diferencia de las sentencias generales y singulares por la especie del sujeto; 2. División de las sentencias generales, por la extensión del sujeto, en universales y particulares; 3. Rechaza la cuantificación del predicado. La totalidad de la doctrina es ya formal y pura, y trata expresamente de sentencias.

Al comienzo de los *Analíticos primeros* se encuentra otra división:

12.03 Proposición es un Logos que afirma o niega algo de algo, el cual es universal, particular o indeterminado. Llamo universal al convenir a todo o no convenir a nada; particular, al convenir a uno o no convenir a uno, o no convenir a todos; indeterminado, a convenir o no convenir sin "universal" o "particular".

Tres clases de sentencias enumera, por tanto, aquí Aristóteles: universales, particulares e indeterminadas. Llama la atención que no enumere las singulares. Esto obedece seguramente a que en la Silogística todo término ha de aparecer o como sujeto o como predicado: el término singular, en cambio, no puede ser, según Aristóteles, predicado[46]. En las sentencias particulares "a uno" equivale a "al menos a uno, pero es posible que a todos". Sentencia indeterminada, por el contrario, debe interpretarse probablemente, como recientemente ha demostrado Sugihara[47], en el sentido de "*B* conviene a un *A* (al menos) y no conviene a un *A* (al menos)". Por lo demás son raros los casos en los que en la Silogística sean distintas las propiedades formales de las sentencias particulares y de las indeterminadas, de forma que Aristóteles mismo afirma frecuentemente la equivalencia de estas sentencias[48]. Posteriormente, ya en Alejandro de Afrodisia[49], estos casos fueron totalmente excluidos.

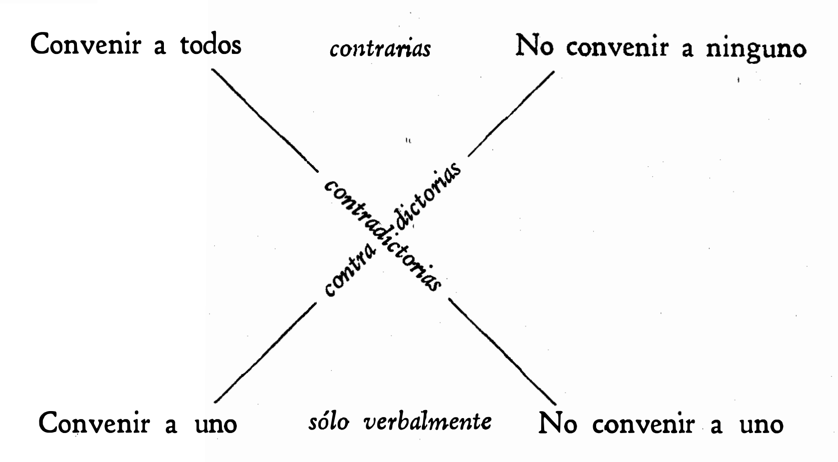
12.04 Pues bien, digo que hay cuatro tipos de proposiciones opuestas en el lenguaje, a saber: convenir a todos y a ninguno, convenir a

46 *An. Pr.* A 27, 43a25-43. V. Łukasiewicz: *Arist. Syllogistic,* 5 ss.
47 *Particular and indefinite propositions.*
48 P. e., *An. Pr.* A 4, 26a29 s.: A 7, 29a27 ss.
49 *In An. Pr.* 30, 29 ss.

todos y no a todos, convenir a alguno y a ninguno, convenir a uno y no a uno; en realidad, sin embargo, solamente tres. Porque convenir a uno y no convenir a uno solo, se oponen sólo verbalmente. De éstas son contrarias las universales: convenir a todos y a ninguno, como, p. e.: "Toda ciencia es moralmente buena", "Ninguna ciencia es moralmente buena"; las demás son contradictorias.

Aquí tenemos el que después se convirtió en el clásico "cuadrado lógico" que podemos representar en el siguiente esquema:

12.041



Las relaciones lógicas aquí expresadas aparecen referidas en los siguientes pasajes:

12.05 Cuando se trata de oposición de contrariedad entre universales tomados universalmente, el uno ha de ser verdadero y el otro falso.

12.06 Es claro que la negación de una afirmación simple es simple..., p. e., Sócrates es blanco, Sócrates no es blanco... (La negación) de "Todo hombre es blanco" (es) "No todo hombre es blanco"; de "Un hombre es blanco", "Ningún hombre es blanco".

La tradición posterior incluye en el "cuadrado lógico" también las llamadas leyes de la subordinación, que dicen:

Si A conviene a todo *B*, entonces conviene a un *B* [50].

Si A no conviene a ningún *B*, entonces no conviene a un *B* [51].

---

[50] *Tóp.* B 1, 109a3-6; Γ 6, 119a34 ss.

[51] *An. Pr.* A 5, 27b21.

B. Obversión

Si bien la negación aparece normalmente en la Lógica aristotélica sólo como functor determinante de sentencias, sin embargo encontramos diversos pasajes del *Organon,* en los que se tratan fórmulas con negaciones que determinan nombres. Así, leemos en el *Hermeneia:*

12.07 (De la proposición) "Todo hombre es no justo" se sigue "Ningún hombre es justo"; la contradictoria de "Un hombre es justo" es "No todo hombre es no justo", pues ha de haber alguno (justo).

Estas leyes fueron descubiertas ostensiblemente con gran esfuerzo tras examen de diversas fórmulas falsas [52]. Parecidos resultados presenta Aristóteles también para las sentencias individuales en el *Hermeneia* [53].

En los *Analíticos primeros* desarrolla una doctrina parecida en forma más sistemática y con variables:

12.08 Sean *A* ser bueno, *B* no ser bueno, *C* (comprendido) bajo *B,* ser no bueno; *D* (comprendido) bajo *A,* no ser no bueno. A todo ha de convenir, o *A* o *B,* mas a ninguno mismo (ambos), y o *C* o *B,* mas a ninguno mismo (ambos). Y a quien (conviene) *C,* a todo ése ha de convenir *B* [porque, si (es) verdad decir que (algo) es no blanco, (será) verdad también (decir) que no es blanco; pues es imposible ser al mismo tiempo blanco y no blanco, o ser madera no blanca y ser madera blanca; y así, si no (se realiza) la afirmación, se realizará la negación]. A *B,* en cambio, no siempre le (convendrá) *C* [pues lo que ni en absoluto (es) madera, no será tampoco no blanca]. Y a la inversa, a quien (conviene) *A,* a todo (ése) conviene *D* [pues (le conviene) o *C* o *D;* mas como no es posible a la vez ser no blanco y blanco, (le) conviene *D;* pues de lo que es blanco (es) verdad, en efecto, decir que no es no blanco]. Pero *A* no (conviene) a todo *D* [pues de lo que no es en absoluto madera, no (es) verdad decir que (sea) *A,* que sea por tanto, madera no blanca. De forma que (es) verdadero *D,* pero no *A,* (a saber), que (es) madera blanca]. Pero (es) claro que tampoco *A* (y) *C* en modo alguno (pueden convenir) al mismo, (pero) *B* y *D* pueden convenir a uno y mismo.

C. El principio de contradicción

Mientras Aristóteles no alude más que de pasada [54] al por él bien conocido y posteriormente tan a menudo controvertido principio de identidad, al de con-

52 *Herm.* 13, 22a21-22b22.

53 *Herm.* 10, 20a23-26.

54 *An. Pr.* B 22, 68a20.

tradicción le dedicó un libro completo de la *Metafísica* (Γ). Se trata manifiestamente de un escrito de juventud, compuesto quizá en un momento de polémica, por las faltas lógicas que contiene. Con todo, se trata de una noción fundamental para la Lógica.

Las formulaciones más importantes del principio de contradicción son las siguientes:

12.09 Lo mismo no puede a la vez convenir y no convenir a lo mismo bajo el mismo respecto.

12.10 Sea *A* ser bueno y *B* no ser bueno...; a todo (sujeto) ha de convenir o *A* o *B*, y a ninguno ambos.

12.11 Es imposible que (sentencias) contradictorias sean a la vez verdaderas.

12.12 Es imposible afirmar y negar a la vez con verdad.

Las dos primeras fórmulas están concebidas en lenguaje-objeto; las dos últimas, en metalenguaje, con clara penetración de la diferencia entre ambas formas.

En los *Tópicos* y en el *Hermeneia* presenta Aristóteles incluso una ley más categórica:

12.13 Es imposible que los contrarios convengan a la vez a lo mismo.

12.14 (Llamo) opuesta contrariamente a la (sentencia) afirmativa universal y a la negativa universal...; por lo cual, éstas no pueden ser verdaderas a la vez.

Ahora bien, por lo que se refiere a la importancia de esta ley, leemos en la *Metafísica:*

12.15 Éste es el más firme de todos los principios.

12.16 Por lo cual, todos los que demuestran, reducen (sus demostraciones) a este (principio) como a creencia última; pues es ésta por naturaleza el punto de arranque (ἀρχή) también de los otros axiomas.

Esta última afirmación se entiende perfectamente si se tiene presente que en tiempo del Aristóteles joven demostrar significaba, ante todo, refutar. Mas, una vez que Aristóteles hubo construido su propia Silogística, en la que la refutación desempeñaba sólo un papel subordinado, halló no sólo que el principio de contradicción no puede en modo alguno regir como primer axioma, sino que incluso puede ser violado en un silogismo correcto.

En época moderna llamó la atención por primera vez sobre esta doctrina aristotélica I. Husic en 1906[55]. A los lectores habituados a la interpretación "clásica" de la Lógica aristotélica les puede parecer tan llamativa que merece la pena

[55] *Aristotle on the law of contradiction*. V. Łukasiewicz: *O zasadzie*, y Salamucha: *Pojęcie dedukcji*.

aducir no sólo lo estrictamente necesario, sino todo el contexto del que resalta con claridad el pensamiento del autor.

12.17 Ninguna demostración presupone, en cambio, que no sea posible afirmar y negar al mismo tiempo, a menos que fuera preciso demostrar también la conclusión en esta figura. Y se demuestra en tanto se presupone que el primero (el término mayor: v. § 13, C, 4) es verdad (afirmarlo) del medio, pero que no es verdad negarlo. Mas ninguna diferencia implica el suponer que el (término) medio es y no es (a la vez), e igualmente el tercero (término menor). Pues, si se da (un término medio) del que es verdad decir que es hombre, aunque sea verdad (decir que) es no-hombre, (se seguirá la conclusión) solamente si el hombre es un animal, y no un no-animal; pues en nada será menos verdad (decir) que Calias es un animal y no un no-animal, aun cuando sea (al mismo tiempo) verdad de no-Calias.

El silogismo aquí aducido tiene (sin cuantificadores) la forma siguiente:

12.171 Si *M* es *P* y no no-*P*, y *S* es *M*, entonces *S* es *P* y no no-*P*.

El principio de contradicción no es, por consiguiente, un axioma, y no es preciso presuponerlo a no ser en silogismos del tipo anterior. El texto aducido es además notable, porque el término medio de 12.171 es un producto (v. comentario a 15.051) y porque en el menor aparece un nombre individual (v. § 13, C, 5), ambas cosas contrarias a la praxis de la Silogística. Pero es que el texto procede de los *Analíticos posteriores* y debe pertenecer a un período temprano.

Sin embargo, Aristóteles va todavía más allá, y afirma que el principio de contradicción puede ser violado incluso en un silogismo concluyente:

12.18 En la figura media (e. d., segunda: v. 13.07) puede formarse un silogismo tanto con (premisas) contradictorias como contrarias. Sea "*A*", en efecto, "bueno", "*B*" y "*C*" ciencia. Caso de que alguien suponga que toda ciencia y (que) ninguna ciencia es moralmente buena, entonces *A* conviene a todo *B* y a ningún *C*, de forma que *B* (tampoco conviene) a ningún *C*; y por tanto, ninguna ciencia es ciencia.

Este silogismo tiene la forma siguiente:

12.181 Si todo *M* es *P* y ningún *M* es *P*, entonces ningún *M* es *M*.

D. El principio de tercero excluido

Más arriba hemos presentado ya una fórmula de este principio. (12.10). Otras fórmulas son:

12.19 Respecto de lo que es y de lo que ha sido, es necesario que la afirmación o la negación sean verdaderas o falsas, y en lo que (se pre-

dica) universalmente de lo universal, siempre lo uno es verdadero, lo otro falso.

12.20 Es necesario que una parte de la contradicción sea verdadera; más: si es necesario negarla o afirmarla, es imposible que ambas cosas sean falsas a la vez.

La rectitud de estos enunciados es presupuesta constantemente por Aristóteles en la práctica, dedicándose a la justificación del principio de exclusión de tercero (del *tertium non datur)* un capítulo especial del libro cuarto de la *Metafísica* (Γ 8). Con todo, Aristóteles ha puesto en duda, al menos una vez, su validez universal: en el capítulo 9 del *Hermeneia* no quiere admitir su validez respecto de los futuros contingentes. La razón de ello es la siguiente:

12.21 Si es verdad decir de algo que es blanco o que no es blanco, es preciso que sea blanco o que no sea blanco..., y es entonces necesario que sea verdadera la afirmación o la negación. Nada hay en consecuencia y nada será ni sucederá nada por acaso o al azar... sino que todo es por necesidad y no por acaso... Es por consiguiente claro que en toda oposición (contradictoria) la afirmación o la negación es necesariamente verdadera (y) falsa la otra (de ellas); pues, si se trata de los no entes, que pueden ser y no ser, no es lo mismo que respecto de los entes.

Como queda dicho, esta consideración no ha tenido ninguna influencia sobre el sistema lógico de Aristóteles. Por el contrario, su eficacia desde el punto de vista histórico fue poderosa en la Edad Media.

La duda sobre la validez del principio de tercero excluido surgió de la intuición de los difíciles problemas que este principio plantea. Hasta hoy no se ha agotado la polémica en torno a él.

§ 13. SILOGÍSTICA ASERTÓRICA

Vamos a reproducir aquí, interpretándola a continuación, una página de los *Analíticos primeros* en una traducción lo más literal posible. Contiene lo esencial de la posteriormente denominada Silogística asertórica de Aristóteles. Se trata de un texto revolucionario, en el que se adoptan al tiempo, por primera vez en la Historia, tres grandes hallazgos: las variables, la consideración formal pura y el sistema axiomático. Él constituye el comienzo de la Lógica formal. Breve como es, durante más de dos mil años constituyó la base de la especulación lógica, y ha sido demasiadas veces gravemente mal entendido. Merece ser leído con atención.

A. TEXTO

Presenta en primer lugar Aristóteles las leyes de la conversión de las sentencias que, por razones sistemáticas, se aducen más abajo, en 14.08 ss. A continuación dice:

13.01 Cuando pues, tres términos guardan tal relación entre sí que el último está en el medio (en su totalidad) todo, y el medio está en el primero (como) en su totalidad o no lo está, resulta necesariamente de los (términos) extremos un silogismo perfecto.

13.02 Si de todo *B* se predica *A* y de todo *C*, *B*; de todo *C* se ha de predicar *A*.

13.03 De igual forma si *A* no conviene a ningún *B* y *B* a ningún *C*, *A* no convendrá a ningún *C*.

13.04 Mas, si el primer (término) sigue (ἀκολουθεῖ) a todo medio y el medio, en cambio, no conviene a ningún último, de los (términos) extremos no se seguirá silogismo alguno; pues nada resulta necesariamente del hecho de que estos (términos) sean así. Porque es que el (término) primero puede convenir tanto a cualquiera como a ningún último de forma que no surja necesariamente conclusión, ni particular ni universal. Y no siendo necesaria ninguna (de las dos), de estas (premisas) no resulta silogismo. Términos de toda conveniencia: animal, hombre, caballo; términos de ninguna (conveniencia): animal, hombre, piedra.

13.05 Mas, si un término (se encuentra en relación) de universalidad, y el otro de particularidad respecto de otro, cuando lo universal se halla adscrito al (término) extremo mayor, afirmativa o negativamente, y lo particular al menor afirmativamente, el raciocinio ha de ser completo... Supongamos que *A* conviene a todo *B* y *B* a algún *C*..., *A* ha de convenir a algún *C*.

13.06 Y si *A* no conviene a ningún *B*, pero *B* conviene a algún *C*, (entonces) *A* no ha de convenir a algún *C*. Y de la misma manera también si las (premisas) *B C* son indeterminadas y afirmativas.

13.07 Cuando lo mismo conviene en uno a todo, en otro no conviene a nada, o en ambas a todo o a nada, a tal figura llamo la segunda.

13.08 Supongamos que *M* no se predica, en efecto, de ningún *N*, pero se predica de todo *X*; mas como la (premisa) negativa puede convertirse, *N* no convendrá a ningún *M*; mas *M* convenía, por hipótesis, a todo *X*; luego *N* a ningún *X*; esto queda mostrado, efectivamente, anteriormente.

13.09 A su vez, si *M* (conviene) a todo *N*, pero a ningún *X*, tampoco *X* convendrá a ningún *N*. Pues, caso de que *M* a ningún *X*, tampoco *X* a ningún *M*; pero *M* convenía a todo *N*; *X* no convendrá, por tanto, a ningún *N*, pues ha resultado, en efecto, de nuevo la primera figura; mas, toda vez que la (conclusión) negativa puede convertirse, tampoco *N* convendrá a ningún *X*, de forma que será el mismo raciocinio. Lo mismo se puede mostrar también por reducción al imposible.

13.10 Si *M* conviene a *X* y a ningún *N*, *N* no ha de convenir a un *X*. En efecto, toda vez que la (premisa) negativa puede convertirse, *N* no convendrá a ningún *M*; mas se había supuesto que *M* convenía a

un *X;* así, *N* no convendrá a un *X*. Resulta, pues, una conclusión por la primera figura.

13.11 A su vez, si *M* (conviene) a todo *N* y no conviene a un *X*, *N* no ha de convenir a un *X*. Pues, si conviene, en efecto, a cualquiera, y además se predica *M* universalmente de *N*, *M* ha de convenir a todo *X;* ahora bien, se había supuesto que no convenía a uno.

13.12 Si a la misma cosa le conviene universalmente una, y no le conviene universalmente otra, o ambas (le convienen) universalmente o universalmente no (le convienen): a esta figura la llamo tercera.

13.13 Si tanto *P* como *R* convienen a todo *S*, (resulta) que *P* ha de convenir a un *R;* en efecto, toda vez que la (premisa) afirmativa se puede convertir, *S* convendrá a un *R*, de forma que, pues *P* (conviene) a todo *S* y *S* a un *R*, *P* ha de convenir a un *R;* surge, en efecto, una conclusión por la primera figura. La misma demostración se puede hacer también por (reducción al) imposible y por éctesis. Si ambos, en efecto, convienen a *S* y se toma un cierto de *S*, p. e., *N*, a éste convendrán tanto *P* como *R*, de forma que *P* convendrá a un *R*.

13.14 Y si *R* conviene a todo *S* mas a ningún *P*, la conclusión será que *P* no conviene necesariamente a un *R*. Pues es, en efecto, la misma especie de demostración con conversión de la premisa negativa *R S*. Podría también demostrarse por el imposible como en lo que precede.

13.15 Si... *R* (conviene) a todo *S* y *P* a uno, *P* ha de convenir a un *R*. Toda vez que, en efecto, la (premisa) afirmativa es convertible, *S* convendrá a un *P*, y por tanto, por convenir *R* a todo *S* y *S* a un *P*, *R* convendrá también a un *P;* luego *P* conviene a un *R*.

13.16 A su vez, si *R* conviene a uno y *P* a todo *S*, *P* ha de convenir a un *R;* pues el tipo de demostración es, en efecto, el mismo. Se puede demostrar también por el imposible y por éctesis.

13.17 Si *R* (conviene) a todo *S*, mas *P* no conviene a uno, *P* no ha de convenir a un *R*. Pues, caso de que (conviniera) a todo *R*, y *R* a todo *S*, *P* convendría también a todo *S;* mas no le convenía. También se demuestra sin reducción (al imposible) si se supone un *S* que no conviene a *P*.

13.18 Si... *P* no (conviene) a ningún *S* y *R* a alguno, *P* no convendrá a algún *R*. Resulta, efectivamente, de nuevo, la primera figura por conversión de la premisa *R S*.

B. Interpretación

Esta página está redactada en un lenguaje tan denso, que sólo con dificultad resultará inteligible a la mayoría de los lectores. Realmente su estilo es, en efecto, una muestra de la más alta significación desde el punto de vista de la historia

de los problemas: es, en efecto, el corte mental y estilístico de todos los auténticos Lógicos formales, bien sean estoicos o escolásticos, llámense Leibniz o Frege. Por esta razón hemos reproducido esta página con fidelidad literal. Vamos a parafrasearla ahora, comentándola:

13.01: Aristóteles da aquí una definición de la primera figura. A modo de ejemplo puede servir: el arte adquisitivo está comprendido "en" el arte en general como en un todo; el arte persecutorio (como la caza) está contenido en el adquisitivo como en un todo; luego el arte persecutorio está comprendido en el arte en general como en un todo. El ejemplo lo hemos tomado de la διαίρεσις platónica (8.05), de la que parece haberse derivado el silogismo aristotélico.

En el § 14 diremos qué es un raciocinio perfecto.

13.02: Este modo se llamará, a partir de Pedro Hispano, "*Barbara*". En lo sucesivo denominaremos todos los modos con los términos mnemotécnicos procedentes de Pedro Hispano [56].

Mediante sustitución obtendremos un ejemplo:

> Si a todo hombre conviene animal
> y hombre conviene a todo griego,
> entonces animal conviene a todo griego.

13.03: *Celarent:*

> Si a ningún hombre conviene piedra
> y hombre conviene a todo griego,
> entonces piedra no conviene a ningún griego.

13.04: Se presentan dos sustituciones mediante las cuales se puede mostrar que todo otro modo es inválido. Se trata probablemente de las siguientes:

Modo		*Sustitución*
Si *A* a todo *B* y *B* a ningún *C*, entonces *A* a ningún *C*.	1.	Si animal conviene a todo hombre y hombre no conviene a ningún caballo, entonces animal no conviene a ningún caballo.
	2.	Si animal no conviene a todo hombre y hombre no conviene a ninguna piedra, entonces animal no conviene a ninguna piedra.

En ambos casos, las premisas son verdaderas; la conclusión, en cambio, es en uno verdadera, en otro falsa. El modo no es, por tanto, válido.

13.05: *Darii:*

> Si a todo ateniense conviene griego
> y ateniense conviene a un Lógico,
> entonces griego conviene a un Lógico.

56 V. p. 222, n. 65, v. Rose y ss.

Se ha de tener presente que tanto aquí como en lo que sigue "uno" ha de tener el sentido de "al menos a uno".

13.06: *Ferio:*

Si egipcio no conviene a ningún griego
y griego conviene a un Lógico,
entonces egipcio no conviene a un Lógico.

13.07: Aquí Aristóteles da la definición de la segunda figura, en la que el término medio es predicado en ambas premisas. Tres casos considera: 1, una premisa es universal afirmativa, la otra, universal negativa; 2, ambas premisas son universales afirmativas; 3, ambas son universales negativas. Sólo en el primer caso resultan conclusiones válidas.

13.08: *Cesare:*

Si hombre no conviene a ninguna piedra
y hombre conviene a todo griego,
entonces piedra no conviene a ningún griego.

Éste se reduce mediante conversión de la premisa mayor (primera) a *Celarent* (13.03):

Si hombre no conviene a ninguna piedra ≡
Si piedra no conviene a ningún hombre
y hombre conviene a todo griego,
entonces piedra no conviene a ningún griego.

13.09: *Camestres:*

Si (1) animal conviene a todo hombre
y (2) animal no conviene a ninguna piedra,
entonces (3) hombre no conviene a ninguna piedra.

La demostración se realiza mediante la reducción a *Celarent* (13.03). Primeramente se convierte la premisa menor (2):

(4) Piedra no conviene a ningún animal;

a ésta se añade la otra premisa:

(1) Animal conviene a todo hombre.

(4) y (1), por el contrario, son las premisas de *Celarent,* de las que resulta la conclusión,

(5) Piedra no conviene a ningún hombre.

Conviértase ésta, y se obtendrá la conclusión deseada (3).

Es importante tener en cuenta que esta conclusión no fue expuesta por Aristóteles sino al final del proceso de demostración.

13.10: *Festino:* La demostración de esta figura se realiza por reducción a *Ferio* (13.06), convirtiendo la premisa mayor como en *Cesare* (13.08).

13.11: *Baroco:*

Si (1) griego conviene a todo ateniense
y (2) griego no conviene a un Lógico,
entonces (3) ateniense no conviene a un Lógico.

Esta demostración se conduce de forma que primeramente se establece la falsedad de la conclusión, es decir, se toma su contradictoria:

(4) Ateniense conviene a todo Lógico.

Ahora bien, se mantiene la primera premisa (la mayor):

(5) Griego conviene a todo ateniense.

De aquí resulta un silogismo en *Barbara* (13.02):

Si (5) griego conviene a todo ateniense
y (4) ateniense conviene a todo Lógico,
entonces (6) griego conviene a todo Lógico.

La conclusión (6) de este silogismo se opone, empero, contradictoriamente a la premisa mayor de *Baroco* (2); mas, como ésta se había supuesto, hay que rechazar dicho modo. Hay que rechazar, por tanto, una de sus dos premisas (4) o (5); mas, como se había supuesto (5), se ha de rechazar (4); y de esta forma resulta la contradictoria de (4), es decir, (3).

13.12: Aquí da Aristóteles la definición de la tercera figura, en la que el término medio es sujeto en ambas premisas. Se enumeran los tres mismos casos que en 13.07.

13.13: *Darapti:*

Si griego conviene a todo ateniense
y hombre conviene a todo ateniense,
entonces griego conviene a un hombre.

Este silogismo se reduce, primero, a *Darii* (13.05) mediante conversión de la premisa menor, del mismo modo que *Cesare* (13.08) se reduce a *Celarent* (13.03). Mas luego aplica Aristóteles otros dos métodos de demostración todavía: un proceso —como en *Baroco* (13.11)— "por el imposible" y por "éctesis". Ésta consiste en tomar una parte de los atenienses, quizá un individuo (esto se discute), digamos, p. e., Sócrates. De aquí resulta que, como lo mismo griego que hombre convienen a todo ateniense, Sócrates ha de ser lo mismo griego que hombre. Luego hay un griego que es hombre. Según lo cual, griego conviene a un hombre (al menos).

13.14: *Felapton:*

Si egipcio no conviene a ningún ateniense
y hombre conviene a todo ateniense,
entonces egipcio no conviene a un hombre.

La demostración se realiza mediante conversión de la premisa menor (la segunda): resulta un *Ferio* (13.06).

13.15: *Disamis:*

Si ateniense conviene a todo griego
y Lógico conviene a un griego,
entonces Lógico conviene a un ateniense.

Es de notar, en primer término, que Aristóteles pone aquí, como en 13.16 y 13.17, la premisa menor en primer lugar.

Para realizar la demostración se reduce el silogismo a *Darii* (13.05), lo mismo que *Camestres* (13.09) a *Celarent* (13.03).

13.16: *Datisi:*

Si lógico conviene a un griego
y ateniense conviene a todo griego,
entonces ateniense conviene a un lógico.

La demostración se realiza por reducción a *Darii* (13.05), con conversión de la premisa menor (aquí la primera).

13.17: *Bocardo:*

Si griego conviene a todo ateniense
y Lógico no conviene a un ateniense,
entonces Lógico no conviene a un griego.

Las premisas se encuentran de nuevo en orden inverso: la menor, primero. La demostración se lleva a efecto por reducción al imposible, e. d., por medio de *Barbara* (13.02), de manera análoga a *Baroco* (13.11). Se recomienda, además, una demostración por éctesis, que, con todo, no se verifica.

13.18: *Ferison:*

Si egipcio no conviene a ningún griego
y Lógico conviene a un griego,
entonces egipcio no conviene a un Lógico.

Aristóteles reduce este silogismo a *Ferio* (13.06) mediante la conversión de la premisa menor (segunda).

Esta paráfrasis —téngase bien presente— es una concesión a la mentalidad moderna, pues Aristóteles no argumentó en sus *Analíticos* ayudándose de sustituciones, como lo acabamos de hacer nosotros, si se exceptúan las demostraciones de invalidez. Sin embargo, en el estado actual de la cultura lógica pareció necesario explicar el texto de esta forma un tanto elemental.

C. Estructura del silogismo

Si reflexionamos sobre los desarrollos recién comentados, nos encontramos en primer término, con que la definición que Aristóteles da de silogismo (10.02), si bien le conviene, es mucho más amplia: el *silogismo analítico* —así vamos a denominar la clase de fórmulas tratadas en los capítulos 4-6 de los *Analíticos primeros*— se puede describir de la siguiente forma:

1. Es una sentencia condicional, cuyo antecedente es una conjunción de dos premisas. Su forma general es: "Si *p* y *q*, entonces *r*", en la que "*p*" y "*q*" se han de sustituir por formas sentenciales. El silogismo aristotélico *no* tiene, por tanto, la forma posterior: "*p*, *q*, luego *r*", que es una *regla;* aquél no es una regla, sino una *sentencia.*

2. Las tres formas sentenciales, de cuya unión resulta el silogismo, tienen siempre una de las cuatro formas siguientes: "*A* conviene a todo *B*", "*A* no conviene a ningún *B*", "*A* conviene (al menos) a un *B*", "*A* no conviene (al menos) a un *B*"; en lugar de la última aparece también la fórmula (equivalente): "*A* no conviene a todo *B*". A veces se emplean también las palabras "necesario" o "debe" que aquí significan solamente que la conclusión correspondiente se sigue lógicamente de las premisas.

3. Si anteriormente no hemos hablado de sentencias, sino de formas sentenciales, ello se debe a que los silogismos aristotélicos en lugar de palabras presentan siempre letras ("*A*", "*B*", "Γ", etc.), que, con toda evidencia, deben considerarse *variables,* pues Aristóteles mismo presenta ejemplos de cómo pueden ser sustituidas (v. 13.04). Bien es verdad que es ésta la única clase de sustituciones que conoce para dichas variables: jamás ha pensado, p. e., en la sustitución de una variable por otra. Con todo, se trata aquí de un descubrimiento revolucionario: la Lógica formal surgió por el empleo de letras en lugar de palabras constantes.

4. En todo silogismo encontramos seis de estas letras, denominadas "términos" (ὅροι, "límites"), que son idénticos dos a dos. La terminología empleada por Aristóteles en este punto es la siguiente: el término que contiene el predicado de la conclusión y su idéntico en una premisa se llaman *"término mayor"*, con toda evidencia por tener en la primera figura —pero sólo en ella— la mayor extensión. El término que hace de sujeto de la conclusión y su idéntico en una premisa es llamado por Aristóteles *"menor"* o *"último"* (ἔλαττον, ἔσχατον) por la misma razón. Finalmente, cada uno de los dos términos idénticos que aparecen solamente en las premisas, *"término medio"*. Por oposición a él, los otros dos se denominan "extremos" (ἄκρα). En el texto aristotélico no se definen así ciertamente los términos: Aristóteles da más bien complicadas definiciones fundadas en la significación de los mismos; mas, en la praxis de su Silogística, se atiene habitualmente a las designaciones recién expuestas. A veces se denomina también la *premisa* que contiene el término mayor, *"mayor"*; y *"menor"*, la otra.

5. Dichas letras (las variables) sólo pueden ser sustituidas en el sistema por términos universales: son variables de términos para términos universales. Pero no sería exacto denominarlas variables de clases, pues esto supondría en Aristóteles una diferencia entre extensión y comprensión, de la que no puede hablarse.

Se puede preguntar uno por qué razón el fundador de la Lógica, cuya evolución filosófica llegó, con toda seguridad, del platonismo al reconocimiento de la importancia del individuo, ha desatendido completamente en su obra más madura (al contrario del *Hermeneia*) los términos singulares. La razón de esto radica verosímilmente en que supone que tales términos no son apropiados para predicados[57], y la técnica silogística exige que todo término extremo aparezca, al menos una vez, como predicado.

6. Se afirma corrientemente que se requiere todavía otra limitación más, a saber, que los términos vacíos no pueden sustituir a las variables. Mas esto no es verdad sino en determinadas interpretaciones de la Silogística; en otras no es necesaria esta limitación.

Resumiendo: en la Silogística tenemos un sistema formal de Lógica de los términos con variables restringidas a términos universales y que consta de sentencias, no de reglas.

Este sistema está, además, axiomatizado. He aquí, pues, juntas tres de las mayores adquisiciones de nuestra ciencia: el procedimiento formal, las variables y la axiomatización. Pero lo que hace más admirable todavía esta adquisición es el hecho de que el sistema se ha logrado casi por completo (no falta más que una elaboración más exacta de los modos de las cuatro figuras): cosa rara en la primera formulación de un descubrimiento lógico revolucionario.

D. Las figuras y otros silogismos

Los silogismos se dividen en tres clases (σχήματα) o figuras, como más tarde se tradujo, según la posición del término medio. Sólo ha de haber tres de estas figuras:

13.19 Si pues, hay que tomar una cosa común a ambas, y esto puede suceder de tres maneras —bien, en efecto, se predica 1, *A* de *C* y *C* de *B;* bien 2, *C* de los otros dos; bien 3, ambos de *C*—, y éstas son precisamente las (tres) figuras aludidas, es claro que todo silogismo ha de realizarse mediante una de estas figuras.

Ahora bien, no es muy claro que Aristóteles haya tenido noción de una cuarta figura. Los silogismos incluidos en ella los trata como conclusiones que se pueden alcanzar a partir de las comprendidas ya en la primera figura:

13.20 Pero es claro que en todas las figuras, si no llega a efecto conclusión alguna, siendo ambos términos afirmativos o (ambos) negativos, no resulta necesidad alguna en absoluto; si son, en cambio, afirmativo y negativo, y es (además) el negativo universal, resulta una conclusión sobre la base de la relación del (término) extremo menor respecto del medio, p. e., si *A* conviene a todo *B* o a algún *B*, pero *B* no conviene

57 *An. Pr.* A 27, 43a25-43.

a ningún *C*. Pues convirtiendo las premisas, *C* no ha de convenir a algún *A*. Y lo mismo en las demás figuras.

Trátase aquí de lo siguiente: las premisas son (1) "*A* conviene a todo *B*", (2) "*B* no conviene a ningún *C*". Se las convierte y se las permuta al mismo tiempo (la permutación apenas tiene importancia para Aristóteles) y se tiene: "*C* no conviene a ningún *B*" y "*B* conviene a algún *A*". Pero éstas son las premisas del cuarto silogismo de la primera figura (*Ferio*, 13.06) que tiene por conclusión "*C* conviene a algún *A*". Ahora bien, asignando a "término mayor" y "término menor" la significación que, siguiendo a Albalag y a los modernos más arriba (§ 13, C, 4) hemos ofrecido, resulta claramente *C* el término mayor y *A* el menor, siendo por tanto, (2) la premisa mayor y (1) la menor. Mas de aquí se sigue que el término medio es predicado en la premisa mayor y sujeto en la menor, al contrario de la primera figura. Se trata, por consiguiente, de una cuarta figura. Que Aristóteles no quiere admitirla se desprende del hecho de que define teóricamente los términos *no* por su *posición* en el silogismo, sino por su *extensión*, es decir, no de una manera formal, sino según su significado. El silogismo en cuestión fue denominado más adelante *Fresison*.

Aristóteles propuso explícitamente dos silogismos de esta figura, a saber, aparte del ya aducido *Fresison*, *Fesapo* (también en 13.20); sólo insinuados, hay tres más [58]: *Dimaris*, *Bamalip* y *Camenes*.

El mismo texto permitiría obtener todavía más conclusiones de dos silogismos de la segunda figura (*Cesare:* 13.08 y *Camestres:* 1309) y de tres de la tercera (*Darapti:* 13.13, *Disamis:* 13.15 y *Datisi:* 13.16). Llama justamente la atención que estas indicaciones no aparezcan en el texto, en el que propiamente se expone la Silogística; da la impresión, por ello, como si Aristóteles hubiera realizado estos descubrimientos cuando su sistema estaba ya completo.

Parece igualmente una adición posterior la siguiente anotación, a partir de la cual se llegaron a formar los llamados posteriormente "silogismos subordinados", *Barbari*, *Celaront*, *Cesaro*, *Camestrop* y *Calemop:*

13.21 Mas, si se trata de (conclusiones) universales, se puede decir también de otra manera. Pues cuantas caen, en efecto, bajo el (término) medio o bajo la conclusión, todas ellas originan el mismo silogismo, si se ponen unas en el (término) medio y otras en la conclusión; p. e., si la conclusión *A B* se lleva a efecto por medio de *C*, *A* se habrá de predicar de todo lo que cae bajo *B* o *C*. Pues, si *D* (está) en efecto, en *B* como en su totalidad y *B* en *A*, entonces estará también *D* en *A*. A su vez, si *E* (está) en *C* como en su totalidad y *C* en *A*, también *E* estará en *A*. De igual manera si el raciocinio es negativo. En la segunda figura solamente se puede concluir lo que se encuentra bajo la conclusión, p. e., si *A* no (conviene) a ningún *B* y (conviene) a todo *C*, la conclusión (es) que *B* no (conviene) a ningún *C*; ahora bien, si *D* cae bajo *C*, es claro que *B* no le convendrá. Que no conviene, en cambio, a los que caen bajo *A*, no se desprende del silogismo.

[58] *An. Pr.* B 1, 53a3-14.

Estos silogismos no están, desde luego, elaborados.

Al intentar resumir el contenido de los textos aducidos comprobamos que Aristóteles, de hecho, ha formulado las bases necesarias para un sistema de veinticuatro modos silogísticos, seis en cada figura. Sin embargo, de los veinticuatro, él mismo solamente trató diecinueve, y de ellos sólo catorce por extenso. Los diez restantes se dividen todavía en tres clases: (1) formulados con precisión (*Fesapo*, *Fresison*, 13.20); (2) no formulados, pero sugeridos con claridad (*Dimaris*, *Bamalip*, *Camenes*)[59]; (3) sólo indirectamente indicados: los cinco modos "subalternos" (13.21).

Por aquí se comprende que en la historia se hable unas veces de catorce modos, otras de diecinueve y en otros casos de veinticuatro. Evidentemente, lo correcto es la última cifra, pues de la circunstancia de que el fundador de la Silogística no haya elaborado con precisión algunos modos, es claro que no puede deducirse ningún principio sistemático.

§ 14. AXIOMATIZACIÓN DE LA SILOGÍSTICA. OTRAS LEYES

A. Teoría del sistema axiomático

La Silogística fue, y en diversas formas, axiomatizada por Aristóteles. Bajo esta perspectiva vamos a aducir primeramente los pasajes más importantes, en los que presenta su teoría del sistema axiomático, para exponer luego la axiomatización misma. Esta teoría es, en efecto, la primera que nos es bien conocida, debiendo ser considerada, a pesar de sus fallos, como una contribución revolucionaria más de Aristóteles a la Lógica. Se trata, desde luego, de una doctrina metodológica, no lógico-formal, cosa de que el mismo Aristóteles se daba perfecta cuenta:

14.01 Vamos a decir ahora mediante qué, cuándo y de qué manera surge todo silogismo; luego habremos de hablar sobre la demostración. Mas (se ha de hablar) del silogismo antes que de la demostración, por ser aquél más general: la demostración es, en efecto, un silogismo, mas no todo silogismo es demostración.

Ahora bien, la doctrina aristotélica de la demostración constituye justamente su Metodología. Mas como la Metodología de la deducción se halla siempre íntimamente relacionada con la Lógica formal, se hace necesario un desarrollo más por extenso, al menos de algunos puntos particulares:

14.02 Consideramos saber algo simplemente, y no a la manera sofística, accidentalmente, cuando creemos conocer la causa por la que la cosa es, (y) que es su causa y que no admite ser de otra forma... Más adelante diremos si hay, además, otra forma de conocer; (aquí) decimos

---

59 *An. Pr.* B 1, 53a3-14.

que mediante la demostración se conoce. "Demostración" llamo al silogismo científico. "Científico" llamo a aquel (de tal naturaleza) que por medio de él conocemos. Ahora bien, si conocer es lo que hemos propuesto, el conocimiento apodíctico habrá de ser (resultado) de premisas verdaderas, primeras, directas, más conocidas y anteriores, (que además) son causas de la conclusión. Pues así serán los principios propios del demostrando. Ahora bien, el silogismo se dará también sin estas (condiciones); la demostración, en cambio, no.

14.03 En las demostraciones hay tres (elementos): primeramente, el demostrando, la conclusión [y esto es lo que conviene al género en sí]; en segundo lugar, los axiomas [axiomas son aquello a partir de lo cual (se demuestra)]; en tercer lugar, el género (que funciona) como sujeto, cuyas propiedades y accidentes que por sí le convienen presenta la demostración.

De estos textos se desprende con claridad que para Aristóteles la demostración, 1) es un silogismo, 2) con premisas especiales y 3) con una conclusión en la que se expresa una propiedad (11.08) de un género. Mas esto sólo se consigue mediante un silogismo de la primera figura:

14.04 De entre las figuras es especialmente científica la primera. Aquellas ciencias, en efecto, que son (de naturaleza) matemática realizan las demostraciones por esta (figura), p. e., la Aritmética, la Geometría, la Óptica; y (también), por decirlo así, cuantas investigan el por qué... De forma que también por esto es especialmente científica: pues, en el saber, lo principal es investigar el por qué. Además, por sólo esta (figura), se puede alcanzar la ciencia del qué... Finalmente, ella no supone ninguna (otra figura), mientras que aquellas (otras), por su medio, se desarrollan y rellenan sus lagunas. Es, por tanto, claro que ocupa el primer lugar en el saber.

La importancia de esta doctrina, si bien muy grande, no ha sido más que histórica; lo esencial de los puntos de vista aristotélicos sobre la estructura del sistema axiomático ha seguido siendo hasta hoy, por el contrario, una pieza de toda Metodología de la deducción:

14.05 Nosotros, en cambio, decimos que no toda ciencia es demostrativa, sino que la (ciencia) de los (principios) directos no se constituye mediante demostración. [Y que esto es necesario, es claro: pues si, en efecto, es preciso conocer el antecedente a partir del cual se realiza la demostración, y (si) el (proceso demostrativo) debe terminar en (proposiciones) directas, éstas han de ser indemostrables]... Que en círculo sencillamente no se puede demostrar, es claro, dado que la demostración ha de proceder de (premisas) anteriores y más conocidas: es imposible, en efecto, que lo mismo sea a la vez anterior y posterior respecto de lo

mismo, a no ser en forma diversa, p. e., (anterior) respecto de nosotros, (posterior) en sí, a la manera que la inducción vuelve conocido... A los que dicen que se puede demostrar en círculo les es (opuesto), no sólo lo recién expuesto, sino también que no dicen otra cosa que: si esto es, es esto. Fácil es probar así todas las cosas... En efecto, si siendo *A* ha de ser *B*, y si (siendo) éste (ha de ser) *C*, entonces, si es *A*, ha de ser *C*; si siendo *A*, ha de ser *B*, y si siendo éste (ha de ser) *A* [esto es, en efecto, una demostración circular], entonces *A* se puede poner por *C*. Decir, pues, "si es *B*, es *A*" es decir "(si es *B*) es *C*"; mas esto equivale a decir que si es *A*, es *C*; pero *C* y *A* son la misma cosa.

Éste es, dicho sea de paso, el pasaje más claro sobre el problema que nos ocupa que presentó a Aristóteles dificultades realmente ingentes. Dos elementos hay que distinguir aquí: por una parte se trata de una doctrina *epistemológica*, según la cual todo saber tiene que reducirse en último término a premisas evidentes y necesarias; por otra, de una teoría *lógica* de la deducción que afirma que no se pueden demostrar todas las sentencias en el sistema, sino que llega un punto en que hay que poner término a la demostración, por no ser posibles ni un *processus in infinitum* ni una demostración en círculo. Dicho de otra manera: en todo sistema ha de haber axiomas.

B. Sistemas de Silogística

Pues bien, esta doctrina fue aplicada por Aristóteles a la Lógica formal misma, es decir, a la Silogística; efectivamente, la Silogística es el primer sistema axiomático que conocemos, o dicho más exactamente, la primera clase de tales sistemas, pues Aristóteles la axiomatizó de varias maneras. Se pueden distinguir en él los siguientes sistemas: 1) con los cuatro silogismos de la primera figura (junto a otras leyes) como axiomas, 2) con los dos primeros silogismos de la misma figura, 3) con silogismos de cualquier figura como axiomas, reduciéndose, entre otras cosas, los silogismos de la primera figura a los de la segunda y tercera. Estos tres sistemas están expresados en lenguaje-objeto; aparte de esto se encuentra también en Aristóteles 4) un esbozo de axiomatización de la Silogística en metalenguaje.

Nos vamos a ocupar primeramente del segundo sistema (el primero ha quedado descrito por extenso más arriba, en el § 13).

14.06 Se pueden reducir también todos los silogismos a los silogismos universales de la primera figura. Pues es claro, en efecto, que los de la segunda se perfeccionan por éstos, si bien no todos de la misma manera, sino los universales mediante la conversión de las (premisas) negativas, y cada uno de los particulares por reducción al imposible. Los particulares de la primera figura se perfeccionan también por sí mismos, pero pueden, además, demostrarse mediante la segunda figura, por reducción al imposible. P. e.: si *A* (conviene) a todo *B* y *B* a algún *C*, (resulta) que *A* (conviene) a algún *C*; pues, si no (conviene), en efecto,

a ninguno, mas (conviene) a todo *B*, *B* no convendrá a ningún *C*; mas esto lo sabemos por la segunda figura.

Aparece aquí cómo *Darii* (13.05) puede reducirse a *Camestres* (13.09); de igual forma se conduce la demostración de *Ferio* (13.06)[60] mostrándose luego que también los silogismos de la tercera figura se pueden deducir fácilmente.

En estos desarrollos aristotélicos, los silogismos de la primera figura juegan siempre el papel de axiomas, y esto precisamente porque deben ser silogismos "perfectos" (τέλειοι)[61]. La explicación de esta expresión es la siguiente:

14.07 Llamo "perfecto" al (silogismo) que no precisa de nada fuera de los presupuestos (εἰλημμένα = premisas) para evidenciar la necesidad (de la conclusión); "imperfecto", en cambio, al (silogismo) que requiere uno o varios (presupuestos más), los cuales son necesarios en virtud de los términos adoptados, pero no aparecen (expresamente) en las premisas.

Mas esto no puede significar sino que los silogismos perfectos son evidentes intuitivamente.

C. La demostración directa

Para poder deducir sus silogismos emplea Aristóteles tres procedimientos distintos, y en cada uno de ellos otra clase de fórmulas no tenidas como axiomas y en parte tácitamente presupuestas. Son la demostración directa (δεικτικῶς ἀνάγειν), la reducción al imposible (εἰς τὸ ἀδύνατον ἀνάγειν) y la éctesis (exposición, ἔκθεσις).

En el procedimiento directo se presuponen expresamente las leyes de la conversión de las sentencias, que son tres:

14.08 Si *A* no conviene a ningún *B*, tampoco *B* convendrá a ningún *A*; pues si conviniera, en efecto, a alguno, p. e., a *C*, no sería verdad que *A* no conviene a ningún *B*; pues *C* es, en efecto, uno de los *B*.

14.09 Si *A* conviene a todo *B*, *B* convendrá también a algún *A*. Si no conviene, en efecto, a ninguno, tampoco *A* convendrá a ningún *B*. Pero se ha supuesto que conviene a todo (*B*).

14.10 Si *A* conviene a algún *B*, *B* ha de convenir también a algún *A*. Si no conviene, en efecto, a ninguno, tampoco *A* (convendrá) a ningún *B*.

Adelanta Aristóteles a la Silogística propiamente tal estas leyes juntamente con sus justificaciones con conciencia plena de que la emplea para el "procedimiento directo". Se trata de las leyes de la conversión de las sentencias afirmativas (universales y particulares) y de las universales negativas. (La convertibilidad de las particulares negativas es rechazada expresamente por inválida)[62].

---

60 *An. Pr.* A 7, 29b11-15.

61 *An. Pr.* A 4, 25b24 s.; A 5, 27a1 s.; A 6, 28a15 s.

62 *An. Pr.* A 2, 25a22-26.

Es digno de notarse que Aristóteles intenta axiomatizar también estas tres leyes: la primera se demuestra por éctesis, y sirve de axioma a las otras dos.

Aparte de estos presupuestos admitidos en la Silogística, se emplean además algunas otras reglas de deducción, sin que Aristóteles fuera consciente de ello. Son las siguientes:

14.101 En la hipótesis de: "Si *p* y *q*, entonces *r*" y "Si *s*, entonces *p*", también "Si *s* y *q*, entonces *r*".

14.102 En la hipótesis de: "Si *p* y *q*, entonces *r*" y "Si *s*, entonces *q*", también "Si *p* y *s*, entonces *r*".

14.103 En la hipótesis de: "Si *p* y *q*, entonces *r*", entonces también "Si *q* y *p*, entonces *r*".

14.104 En la hipótesis de: "Si *p*, entonces *q*" y "Si *q*, entonces *r*", también "Si *p*, entonces *r*".

Algunas de estas reglas son empleadas también, sin ser expresamente nombradas, en la construcción de fórmulas que más tarde habían de recibir el nombre de "polisilogismos":

14.11 Es también claro que toda demostración habrá de realizarse por medio de tres términos y no más, a no ser cuando la conclusión se deduce mediante (varios pares) de premisas distintas... o cuando cada una de las (premisas principales) *A*, *B* se toma de (otro) silogismo, p. e., *A* de (las premisas) *D*, *E*, y *B*, a su vez, de (las premisas) *F*, *G*... Pero entonces también los silogismos serán varios, pues las conclusiones son varias, p. e., (en nuestro caso) *A*, *B* y *C*.

Es digno de notarse también en este texto que Aristóteles parece emplear en él variables sentenciales.

D. La demostración indirecta

Para la demostración por reducción al imposible tiene Aristóteles dos procedimientos diferentes; el primero, y a todas luces más antiguo, no es válido. En ambos se presuponen las leyes de la oposición. Al contrario de las de la conversión, éstas ni las expone sistemáticamente ni las axiomatiza; hacen su aparición aquí y allá, según son necesarias para la deducción. La razón de que no estén ni sistematizadas ni axiomatizadas puede radicar en que lo esencial sobre ellas ha quedado ya expuesto en el *Hermeneia*. Las más importantes han quedado resumidas más arriba (12.05, 12.06).

He aquí ahora los procedimientos:

Primer procedimiento

Se emplea para la reducción de *Baroco* (13.11) y *Bocardo* (13.17), siguiendo el proceso descrito más arriba (en el comentario a 13.11). Como Łukasiewicz[63] ha

[63] Arist., *Syllogistic* 34 s.

mostrado, no es concluyente, lo que puede razonarse mediante la siguiente sustitución: en *Baroco* (13.11) sustituimos "*M*" por "pájaro", "*N*" por "animal" y "*X*" por "lechuza". Tendremos:

Si (1) pájaro conviene a todo animal
y (2) pájaro no conviene a una lechuza,
entonces (3) animal no conviene a una lechuza.

El silogismo es correcto, pues resulta de la sustitución en *Baroco*, mas sus tres proposiciones son evidentemente falsas. Ahora bien, si aplicamos el procedimiento descrito anteriormente (comentario a 13.11), habremos de formar la contradictoria de (3):

(4) Animal conviene a toda lechuza.

La cual con (1) da un silogismo en *Barbara* (13.02) con la conclusión:

(5) Pájaro conviene a toda lechuza,

que no es falsa, sino evidentemente verdadera. Por tanto, el procedimiento no da la conclusión apetecida, debiendo ser considerado incorrecto.

Sería, desde luego, correcto en el caso de que Aristóteles no hubiese concebido el silogismo como una sentencia condicional (en la que no es preciso afirmar el antecedente), sino a la manera escolástica (31.11), como una regla (en la que se parte de premisas afirmadas).

Segundo procedimiento

No sabemos si Aristóteles llegó a percibir la invalidez del primer procedimiento; en todo caso, en el libro B de los *Analíticos primeros* emplea varias veces otro, lógicamente correcto.

Lo encontramos en el lugar en que se ocupa de la por él denominada "conversión" (ἀντιστροφή) de los silogismos. Se trata allí de la sustitución de una premisa por la contradictoria de la conclusión.

14.12 Supongamos que *A* no conviene a ningún *B* y (conviene) a algún *C*; *B C* la conclusión... Si se convierte la (conclusión) en su contradictoria, ambas (premisas) quedan refutadas, pues si *B* (conviene) a todo *C* y *A* a ningún *B*, *A* no conviene a ningún *C*; pero convenía a alguno.

El siguiente esquema reproduce la marcha del pensamiento:

Silogismo original (*Festino*)	Silogismo convertido (*Celarent*)
Si *A* no conviene a ningún *B* y *A* conviene a algún *C*, entonces *B* no conviene a algún *C*.	Si *A* no conviene a ningún *B* y *B* conviene a todo *C*, entonces *A* no conviene a ningún *C*.

La regla que presupone, y de la que Aristóteles era consciente (v. 16.32) —la empleó muchas veces—, es la siguiente:

1. En la hipótesis: "Si *p* y *q*, entonces también *r*", entonces también "Si no-*r* y *q*, entonces no-*p*".

Una regla semejante, también frecuentemente aplicada, es:

2. En la hipótesis: "Si *p* y *q*, entonces *r*", entonces también "Si *p* y no-*r*, entonces no-*q*".

Mediante la aplicación de estas reglas con las leyes de la oposición y de algunas de las reglas de deducción más arriba aludidas (14.103, 14.104) se pueden reducir, de hecho, todos los silogismos a otros.

Aplicaciones

Variando este segundo procedimiento pudo Aristóteles realizar una tercera axiomatización, o más bien, una clase de axiomatización más de su Silogística, tomando alternativamente los silogismos de la primera, de la segunda o de la tercera figura como axiomas, y demostrando los demás por reducción al imposible. He aquí, en resumen, los resultados:

14.13 Es claro... que en la primera figura pueden efectuarse conclusiones por la segunda y la tercera..., en la segunda por la primera y la última..., y en la tercera por la primera y la segunda.

No vamos a seguir los detalles de estos desarrollos[64]; únicamente notamos que Aristóteles sustituye premisas no sólo por sus contradictorias, sino también por sus contrarias, y que su investigación se extiende a todos los silogismos.

Los resultados de la sustitución de premisas por la contradictoria de la conclusión, pueden exponerse esquemáticamente de la siguiente manera:

De un silogismo de la figura	1	2	3
resulta, por sustitución de la negación de la conclusión, un silogismo de la figura:			
por sustitución de la premisa mayor	3	3	1
por sustitución de la premisa menor	2	1	2

E. "DICTUM DE OMNI ET NULLO"

Digamos, finalmente, una palabra sobre el posteriormente famoso "*dictum de omni et nullo*". Se trata de la siguiente proposición:

14.14 El estar completamente una cosa en otra y el predicarse universalmente una cosa de otra es lo mismo. Decimos, sin embargo, "pre-

64 *An. Pr.* B 8-10.

dicarse de todo" cuando nada se puede encontrar (de una cosa) de la que la otra no se predicara; e igualmente "de ninguno".

No está claro si Aristóteles pretendía en realidad, como más tarde se ha supuesto frecuentemente, erigir con esto un axioma para su Silogística. Nos asalta la sospecha de que se trata simplemente de una descripción del primero o segundo modos de la primera figura (13.02, 13.03). Con todo, el *dictum puede* entenderse como un axioma si se le considera como una recapitulación de los cuatro primeros modos de la primera figura, cosa que no es imposible en sí.

Permítasenos todavía presentar en este contexto una cita importante, tanto desde el punto de vista histórico como sistemático. En ella trata Aristóteles un problema de la teoría de las tres figuras (13.20); sin embargo, con ello da un avance fundamental en el análisis de la sentencia y formula además un pensamiento de cierta importancia para la doctrina de la cuantificación:

14.15 No es lo mismo ni en la realidad ni en la expresión decir: *A* conviene a todo aquello a que conviene *B*, y *A* conviene a toda aquella totalidad de que *B* forma parte. Nada impide, en efecto, que *B* convenga a *C*, pero no a todo (*C*), sin embargo. P. e., sea *B* "bello" y *C* "blanco". Pues bien, si a algún blanco conviene belleza, (es) verdad decir que belleza conviene al blanco, mas quizá no a todo (blanco).

En este pasaje se presupone un análisis de la sentencia "*A* conviene a todo *B*", que puede interpretarse de la siguiente manera: "Para todo *x*: si *B* conviene a *x*, entonces *A* conviene a *x*"; sería, pues, la moderna implicación formal. Que Aristóteles pensó en un análisis semejante de la sentencia, al menos durante su último período, parece confirmarlo el hecho de que lo haya aplicado expresamente a la Lógica modal (v. 15.04). Los Escolásticos entendieron este pensamiento, como veremos, como una explicación del *dictum*.

F. Elementos para un sistema metalógico

Aristóteles expuso además, sus silogismos en metalenguaje, de forma que de ello pudo surgir fácilmente un nuevo sistema metalógico:

14.16 En todo (silogismo) uno de los términos debe ser afirmativo y convenir universalmente.

14.17 Es también claro que toda demostración (se realiza) mediante tres términos y no más, a no ser cuando surge una conclusión de otra.

14.18 Siendo esto evidente, es también claro que (todo silogismo resulta) de dos premisas y no más.

14.19 Es también claro que en todo silogismo o ambas, o (al menos) una de las premisas debe ser semejante a la conclusión. Me refiero no sólo a que (deben ser) afirmativas o negativas, sino también necesarias, asertóricas o contingentes.

Aristóteles no se atiene a esta última referencia en la Lógica modal; es posible que se trate de una interpolación debida a una mano extraña.

En el desarrollo de las diversas figuras, Aristóteles estableció reglas semejantes para cada una de ellas. Un ejemplo lo ofrece (13.05). En conjunto, estas reglas constituyen una descripción metalógica casi completa de la Silogística que permitiría un desarrollo de la misma.

G. LA "INVENTIO MEDII"

Vamos a referirnos todavía, brevemente, a una doctrina de los *Analíticos primeros* que en sí no es lógico-formal, sino metodológica: la discusión de la posteriormente denominada *inventio medii*. En la axiomatización pueden proponerse fundamentalmente dos preguntas diferentes: (1) ¿Qué se sigue de premisas dadas? (2) ¿De qué premisas se puede deducir la sentencia (conclusión) dada? Aristóteles trató, sobre todo, de la primera. Sin embargo, en el texto que sigue y su continuación se plantea también la segunda e intenta mostrar de qué condición han de ser las premisas de un silogismo para dar una conclusión determinada. A la vez ofrece consejos prácticos para la construcción de silogismos:

14.20 De lo dicho resulta claro cómo surge cualquier silogismo, de cuántos términos y premisas y guardando qué relación unos con otros, así como también cuáles problemas se han de resolver (literalmente: demostrar) en cada figura, y cuáles en más, cuáles, (por el contrario), en menos figuras. Y ahora hemos de decir cómo tendremos siempre silogismos para un (problema) dado y por qué vía obtendremos los principios para cada uno. Pues quizá, no sólo hayamos de indagar, en efecto, la génesis de los silogismos, sino también tener la facultad de construirlos.

No es necesario reproducir aquí los detalles de esta teoría, que no nos interesa más que como punto de partida del "puente de los asnos" de la Escolástica.

§ 15. LÓGICA MODAL [65]

A. LAS MODALIDADES

Aristóteles distingue fundamentalmente tres clases de principios:

---

65 La Lógica modal aristotélica (lo mismo que la de Teofrasto) la interpretamos aquí al modo que fue usual en la Escolástica. Fue redescubierta en 1934 por A. Becker y me ha servido de base para mis concepciones en la obras sobre la Historia de la Lógica modal, sobre Teofrasto y sobre la Lógica antigua.

Durante la composición de la presente obra me ha comunicado el Prof. J. Łukasiewicz que se halla en posesión de una interpretación totalmente distinta, a cuya luz el sistema aristotélico contiene fallos que fueron subsanados por Teofrasto. Hasta el momento presente esta nueva interpretación no ha sido publicada todavía. [(*Aristotle's Syllogistic*, 2.ª ed., Oxford 1957) (N. d. T.)].

15.01 Toda premisa es, o del convenir, o del convenir necesariamente, o del poder-convenir.

Las expresiones "necesario" (ἐξ ἀνάγκης) y "posible" (poder convenir, ἐνδέχεται, δύναται) tienen diversas acepciones.

1. Respecto del functor "necesario" (o "es preciso") hemos observado ya anteriormente (§ 13, C, 2) que a veces no indica más que la inferencia. Que ello sea así se ve con toda claridad cuando Aristóteles dice "es necesario que *A* convenga necesariamente a *B*" [66], o incluso "es necesario que *A* convenga posiblemente a *B*" [67]. El primer "necesario" significa aquí claramente la relación lógica y no es ningún functor modal. Por otro lado, divide Aristóteles la necesidad en absoluta (ἁπλῶς) e hipotética (τούτων ὄντων) [68]. La necesidad de que algo sea, si es (ὅταν ᾖ), pertenece claramente a esta segunda clase [69].

2. También el simple convenir, incualificado (asertórico), que Aristóteles llama a veces "sólo convenir", se divide en absoluto (ἁπλῶς) y temporal (κατὰ χρόνον), que tienen diversas propiedades lógicas [70].

3. En la posibilidad distingue primeramente Aristóteles dos clases: unilateral y bilateral.

Esta división resulta de una amplia discusión de Aristóteles en el *Hermeneia*. El pasaje tiene una importancia grande para la inteligencia de toda la doctrina de las modalidades, motivo por el que lo reproducimos completo:

15.02 Ser necesariamente es ser posiblemente; pues, si no, se seguirá la negación [pues, o se ha de afirmar, o se ha de negar]: si no es posible, es imposible; luego ser necesariamente es ser posiblemente, lo cual es absurdo. Pero del ser posiblemente se sigue el ser-no-imposiblemente y, de éste, el ser-no-necesariamente; de forma que se añade que ser-necesariamente es ser-no-necesariamente, lo cual es absurdo.

Sin embargo, del ser-posiblemente no se sigue ni el ser-necesariamente ni el ser-no-necesariamente... Pues ser-posiblemente y no-ser (-posiblemente son) a la vez; mas, si es necesariamente o (necesariamente) no es, ambas cosas no serán posibles (a la vez).

Resulta que no-ser-no-necesariamente se sigue de ser-posiblemente; esto es también, en efecto, verdad de ser-necesariamente.

El proceso mental es aquí brevemente el siguiente: si una cosa es necesaria, es también posible; pero lo que es posible puede también no ser (no es imposible que no sea); mas de aquí se sigue que no es necesariamente lo que da lugar a una contradicción. La solución viene de una distinción entre las dos acepciones de "posible":

---

66 *An. Pr.* A 9, 30a39 s.

67 *An. Pr.* A 14, 33a26 s.

68 *An. Pr.* A 10, 30b37-40. V.: *An. Pr.* A 13, 32b8 ss.; *Fís.* B 9, 199b34 ss.; *De som. et vig.* 455b26; *De part. an.* A 1, 639b24 ss., y 642a9 ss.

69 *Herm.* 9, 19a23 ss.

70 *An. Pr.* A 15, 34b7-18.

15.021 *Posibilidad unilateral:* posible es lo que no es no necesario (lo que no es imposible).

15.022 *Posibilidad bilateral:* posible es lo que ni es necesario ni necesariamente no es (ni es imposible).

A esta segunda posibilidad, la bilateral, es a la que se refiere la Silogística, y Aristóteles emplea la primera únicamente cuando no puede por menos. La posibilidad bilateral la define de esta forma en los *Analíticos primeros:*

15.03 Llamo "ser-posible" (ἐνδέχεσθαι) y "posible" (τὸ ἐνδεχόμενον) a aquello de lo que, con tal que no sea necesario, suponiendo que se dé, no resulta nada imposible.

Como se ve, es la misma definición recién dada por nosotros; en la *Metafísica* encontramos otra parecida [71].

En dos textos —ambos confusos, y que casan mal con el conjunto de la doctrina, llegando a crear un problema sin resolver [72]— presenta Aristóteles una subdivisión de la posibilidad bilateral. En el primer pasaje habla de la posibilidad en sentido de "en la mayoría de los casos" (ὡς ἐπὶ τὸ πολύ) y de otra [73]; en el segundo, distingue una posibilidad "natural" (τὸ πεφυκὸς ὑπάρχειν) y otra "indeterminada" (τὸ ἀόριστον) o "fortuita" (τὸ ἀπὸ τύχης), que ha de ser acientífica [74]. Ambos pasajes están probablemente interpolados.

B. ESTRUCTURA DE LAS SENTENCIAS MODALES

El uso constante del "posible" en el sentido de la posibilidad bilateral es una característica sobresaliente de la Lógica modal de Aristóteles. Otra no menos importante es su concepción de la estructura de las proposiciones modales. Dicha concepción es descrita expresamente sólo en un pasaje; sin embargo, toda la Silogística modal se apoya en ella, y con una lógica admirable.

15.04 De dos maneras se puede tomar "esto puede convenir a aquello", a saber, o (en el sentido de) "a lo que aquello conviene" o "a lo que aquello puede convenir"; pues (la expresión) "*A* puede (convenir) a aquello de lo que (se predica) *B*" significa una de estas dos cosas: "a aquello de que se predica *B*" o " a aquello de que se predica (*B* como) conviniéndole (posiblemente)".

Mas esto contiene tres cosas:

Primeramente una sentencia de la forma "*A* conviene a *B*" se transforma en la fórmula "a quien conviene *B* (de quien se predica *B*), conviene también

[71] *Met.* Θ 3, 1047a24 ss.

[72] Becker, *Die arist. Theorie,* 76 ss., 83 ss.

[73] *An. Pr.* A 3, 25a36-b18.

[74] *An. Pr.* A 13, 32b4-22.

A", lo cual representa un finísimo análisis de la sentencia, que recuerda la moderna implicación formal, y que por lo demás, encontramos también en algún otro pasaje de la Analítica (v. 14.15).

Mas luego puede deducirse de este texto que el functor modal no determina a la sentencia en su totalidad, sino a una parte de la misma. La sentencia modal no hay que concebirla, por consiguiente, en Aristóteles en el sentido de "es posible que *A* convenga a *B*". El functor modal no precede a toda la sentencia, sino sólo a uno de sus argumentos. Esta diferencia se vuelve todavía más patente:

Se distinguen, en efecto, en tercer lugar, dos casos posibles:

1. A aquél a quien *conviene* *B* puede convenir también *A*.
2. A aquél a quien *puede convenir* *B*, puede convenir también *A*. En el primer caso, por consiguiente, el functor modal determina sólo al consecuente; en el segundo, también al antecedente.

Este análisis no se aplica a la necesidad expresamente, pero su aplicación a la misma es algo que se ha de presuponer, pues de lo contrario, muchos silogismos serían inválidos.

C. Negación y conversión

En el *Hermeneia* presenta Aristóteles un "cuadrado lógico" para sentencias con functores modales, en el que las dos designaciones de "posible" (δυνατόν y ἐνδεχόμενον) significan la posibilidad unilateral. Este cuadrado puede resumirse en el siguiente esquema, en el que las expresiones colocadas en la misma línea son equivalentes:

posible	no imposible	no necesariamente no
no posible	imposible	necesariamente no
posiblemente no	no imposiblemente no	no necesariamente
no posiblemente no	imposible no	necesario[75].

La doctrina de la negación de las sentencias con functor de posibilidad bilateral es complicada. Como ésta se define mediante la conjunción de dos sentencias, concluye correctamente Aristóteles fundándose en la denominada ley de De Morgan (que, sin embargo, no aparece en él):

15.05 Si alguien pensase que no es posible que si *C* conviene a todo *D* convenga necesariamente a algún *(D)*, supondría una cosa falsa, pues conviene, efectivamente, a todos; mas como conviene a algunos necesariamente, por esto decimos que no conviene a todos posiblemente. En forma que "convenir a alguno necesariamente" y "no convenir a alguno necesariamente" se oponen contradictoriamente a "convenir a alguno posiblemente".

---

[75] *Herm.* 13, 22a ss.

El pasaje es terminantemente claro; su contenido puede formularse de la siguiente manera:

15.051 No es posible *p*, si y sólo si es necesario *p* o también no-*p*.

De aquí se desprende, sin embargo, que la negación de tal sentencia desemboca en una disyunción, cosa que en ningún caso puede emplearse como premisa del silogismo aristotélico. Esto es lo que le impide a Aristóteles, en determinados casos, el empleo de la reducción al imposible.

Otra consecuencia agudamente deducida por Aristóteles de sus presupuestos es su doctrina de la equivalencia de las sentencias afirmativas y negativas con el citado functor:

15.06 Síguese que todas las premisas de posibilidad pueden convertirse mutuamente. No me refiero a las afirmativas en negativas, sino a las que tienen *forma* afirmativa en (sus) contrarias: p. e., poder-convenir y no-poder-convenir; poder-convenir-a todo y poder-convenir-a ninguno y no a todo; (poder-convenir-) a alguno y no a alguno. Y de la misma manera en otros (casos).

Sean las tres sentencias modales:

(*a*) "A conviene posiblemente a *B*",
(*b*) "A conviene no-posiblemente a *B*",
(*c*) "A posiblemente no conviene a *B*".

La verdadera negación de (*a*) es (*b*), mientras (*c*) respecto de (*a*) no es una sentencia negativa, sino que únicamente tiene "forma negativa". Se afirma, pues, que sentencias como (*a*) implican sentencias tales como (*c*); más aún, que son equivalentes a ellas. Tenemos, por tanto, las siguientes leyes:

1. Si y sólo si no-*p* es posible, entonces *p* es posible.
2. Es posible que *A* convenga a todo *B* si y sólo si es posible que *A* no convenga a ningún *B*.
3. Es posible que *A* convenga a algún *B* si y sólo si es posible que *A* no convenga a algún *B*.

Por lo que se refiere a la conversión ordinaria (análogamente a 14.08), se tienen por necesarias aquellas sentencias y leyes con functor de posibilidad en el sentido de posibilidad unilateral[76] que guardan analogía exacta con las de la Lógica asertórica[77].

Por el contrario, las leyes de la conversión de sentencias con functor bilateral son distintas de las asertóricas: la sentencia universal negativa no se puede

[76] *An. Pr.* A 3, 25a26-36.
[77] *An. Pr.* A 3, 25a40-b2.

convertir[78], y sí, en cambio, la particular negativa[79]. Las afirmativas se convierten como las asertóricas[80].

D. Los silogismos

Sobre esta base, y con la ayuda de los mismos procedimientos que desarrolló en la Silogística asertórica, levanta ahora Aristóteles la poderosa estructura de su sistema silogístico con premisas modales. Poderoso es ya por el número de fórmulas minuciosamente tratadas que no bajan de 137. Pero aún más poderoso se muestra, a pesar de sus numerosas imperfecciones, por la penetración con que el viejo maestro de la Lógica se mueve en este terreno tan difícil. *De modalibus non gustabit asinus* era un proverbio medieval; mas no es necesario ser un asno para perderse en este laberinto de leyes abstractas: Teofrasto, y casi todos los modernos después hasta 1934, han interpretado mal el sistema.

Los silogismos de que consta se ordenan en ocho grupos. Llamemos "*N*" a una premisa con el functor "necesario", "*M*" a una con el functor "posible" y "*A*" a una asertórica (que expresa la simple conveniencia). Estos grupos serán los siguientes:

Grupo	1	2	3	4	5 6	7 8
Premisa mayor	*N*	*N*	*A*	*M*	*M A*	*M N*
Premisa menor	*N*	*A*	*N*	*M*	*A M*	*N M*
An. pr. A, capítulo	8	9-11	9-11	14/17/20	15/18/21	16/19/22

Una característica sobresaliente de esta Silogística es que en muchísimos silogismos la conclusión (en contra de 14.19) presenta una modalidad "más intensa" que una de las premisas (e. d., que la necesidad es "más intensa" que la simple conveniencia, y ésta que la posibilidad).

15.07 Acontece también a veces que, mientras (sólo) una premisa es necesaria, la conclusión resulta necesaria; no cualquiera premisa, sin embargo, sino la del (término) extremo mayor; p. e., si se supone que *A* necesariamente conviene o no a *B*, y que *B* sólo conviene a *C*; supuestas, en efecto, tales premisas, *A* convendrá o no convendrá necesariamente a *C*. Ya que, toda vez que *A* conviene o no conviene necesariamente a todo *B*, y *C* es uno de los *B*, resulta claro que una de las dos cosas (a saber, convenir o no-convenir) convendrá también necesariamente a *C*.

78 *An. Pr.* A 3, 25b16 s.

79 *An. Pr.* A 3, 25b17 s.

80 *An. Pr.* A 3, 25a40-b2.

Y de hecho así es, si se presupone la estructura de las sentencias modales descrita más arriba, pues el silogismo aquí presentado (un análogo de *Barbara)* ha de interpretarse así:

> Si a todo aquél a que conviene *B*, conviene necesariamente *A*,
> y a todo aquél a que conviene *C*, conviene *B*,
> entonces a todo aquél a que conviene *C*, conviene necesariamente *A*,

lo que es evidentemente correcto.

Es, por consiguiente, totalmente inexacto hacer extensiva a la Silogística modal de Aristóteles la validez de la proposición "la conclusión sigue a la premisa más débil" (v. 14.19 y 17.15).

Otro hecho llamativo es la validez de numerosos silogismos modales, cuyos análogos son incorrectos en la Silogística asertórica, como, p. e., los que, en contra de 14.16, constan de dos premisas negativas; éste es el caso habitual allí donde el silogismo modal tiene una premisa con el functor de posibilidad en el lugar donde el asertórico análogo presenta una afirmativa, pues como se ha dicho, premisas posibles afirmativas y negativas son equivalentes y pueden sustituirse mutuamente. Como ejemplo de ello tomamos un pasaje en el que, después de haber formado un análogo de *Barbara* en el grupo 4 —a esto hace referencia el "antes" y "la misma conclusión"—, prosigue Aristóteles:

15.08 Si... *A* conviene posiblemente a todo *B* y *B* posiblemente a ningún *C*, de las premisas adoptadas no resulta conclusión alguna; mas, si se convierte la premisa *B C* de acuerdo con la posibilidad (e. d., de la equivalencia de la sentencia afirmativa y de la negativa; v. 15.06), resulta la misma conclusión que antes (a saber: *A* conviene posiblemente a todo *C*). Pues si *B* no conviene posiblemente a ningún *C*, conviene posiblemente a cualquiera; de forma que, si *B* (conviene posiblemente) a todo *C* y *A* a todo *B*, resulta la misma conclusión. E igualmente si en las dos premisas la negación se aplica a "posible". Quiero decir, p. e.: si *A* no (conviene) posiblemente a ningún *B* y *B* a ningún *C*, en fuerza de las premisas adoptadas no resulta conclusión alguna: conviértanse, empero, y resultará la misma que antes.

Esta Silogística está, como la asertórica, axiomatizada. Sirven de axiomas los silogismos de la primera figura en todos los grupos, excepto el sexto y octavo, además de las leyes de la conversión y cuando aparecen premisas asertóricas, principios de la Silogística asertórica. Los demás silogismos se reducen a estos axiomas, sobre todo mediante la conversión de las premisas (procedimiento directo). La reducción al imposible sirve de demostración a los silogismos de la primera figura en el octavo grupo y del análogo de *Bocardo* del quinto. Los análogos de *Baroco* y *Bocardo* del primer grupo no se prueban sino por éctesis, quedando sin demostrar los mismos análogos del segundo y tercer grupos, si bien no resultaría difícil hacerlo.

El problema más difícil lo constituyen, para Aristóteles, los silogismos del sexto grupo. Los silogismos de la primera figura no se admiten aquí como intui-

tivamente evidentes, y con toda razón, pues el análogo de *Barbara* se glosaría aquí de la siguiente manera:

Si *A* conviene a todo el que conviene *B*,
y *B* puede convenir a todo el que conviene *C*,
entonces *A* conviene a todo el que conviene *C*.

Para poseer aquí evidencia habría que percibir la corrección de la sentencia "*B* conviene a todo el que *puede* convenir *B*"; pero esta sentencia es falsa, según la definición de posibilidad. Tampoco puede emplear aquí Aristóteles la reducción al imposible, porque debería de convertir en premisa la negación de la conclusión, y esto, según lo dicho más arriba (comentario a 15.05), no lo puede hacer, pues esta negación, según la definición de la posibilidad bilateral (15.03) respecto de la llamada ley de De Morgan (31.35), habría que concebirla como una sentencia disyuntiva (suma lógica) que en el silogismo aristotélico no puede hacer de premisa.

Para este sexto grupo pues, Aristóteles recurre a un procedimiento extraordinariamente complicado y, como A. Becker ha mostrado, defectuoso. Como premisa menor coloca primeramente una análoga asertórica, y se sirve luego de la reducción al imposible [81]. El pasaje en que se recoge esta "prueba" es uno de los pocos en que Aristóteles se elevó hasta el empleo de variables sentenciales, siendo por ello de un gran interés lógico [82].

Por lo demás esta prueba fallida no es la única inexactitud en la Lógica modal aristotélica. Dificultades realmente fundamentales se presentan, p. e., respecto de la conversión de las premisas con functor de necesidad y consiguientemente también en las pruebas de numerosos silogismos que contienen dichas premisas. En conjunto da la impresión de que esta Lógica modal, en contraste con la Silogística asertórica, no se quedó más que en un primer esbozo sin rematar.

§ 16. LEYES Y REGLAS NO-ANALÍTICAS

Sin ningún género de duda es la teoría, como Aristóteles la llamaría, del silogismo "analítico" su adquisición capital en el terreno de la Lógica formal. También histórica y sistemáticamente considerada representa una realización tan portentosa que la mayoría de los Lógicos "clásicos" posteriores, han prescindido de todo lo demás en su obra. Y eso que el *Organon* contiene multitud de leyes y reglas de otro tipo. Algunas de ellas, Aristóteles mismo las consideró como fórmulas autónomas, irreductibles a su Silogística. Dicho de otra manera: vio que era imposible una "reducción" de estas leyes y reglas a la Silogística, cosa que han sido demasiados los que, después de él, no han visto.

Desde el punto de vista histórico, estas fórmulas se dividen en tres clases. Tenemos, en primer lugar, fórmulas que surgieron en una época en que Aristóteles no había aún hallado su silogismo analítico. Las encontramos en los *Tópicos*

81 V. Becker, *Die arist. Theorie*, 50 ss.
82 *An. Pr.* A 15, 34a1-b27.

(y en la *Retórica*). Algunas fueron reelaboradas más tarde con ayuda de variables, e incluso admitidas como válidas en el período de la *Analítica*. Hay luego fórmulas que Aristóteles mismo consideró (erróneamente) analíticas, a saber, los posteriormente llamados *syllogismi obliqui*. Finalmente, al reflexionar sobre el sistema de su Silogística ya terminado, descubrió el procedimiento "hipotético", llegando incluso en algunos casos hasta la clara conciencia de fórmulas sentenciales.

Todas estas fórmulas no están contenidas, sin embargo, más que en notas marginales y no llegaron a ser sistemáticamente elaboradas como la Silogística. A esto se añade que Aristóteles mismo, y con todo derecho desde su punto de vista metodológico, mantenía la concepción de que sólo las fórmulas analíticas eran realmente "científicas", e. d., podían ser empleadas en la demostración.

Vamos a presentar, en primer lugar, pasajes que (a lo que parece) nos ofrecen la doctrina aristotélica definitiva sobre esta cuestión; luego, las fórmulas no-analíticas mismas, divididas en cinco clases: las pertenecientes a la Lógica de las clases, a la teoría de la identidad, a la Silogística "hipotética", a la teoría de las relaciones y a la Lógica sentencial.

A. Dos tipos de raciocinios

16.01 Algunos (argumentos) están velados y parecen concluir silogísticamente por seguirse necesariamente algo de las premisas; p. e., si se supone que (1) la sustancia por la destrucción de lo que es no-sustancia, no se destruye, y que (2) destruidas las (partes) de las que (consta una cosa) perecerá también aquello que (consta) de ellas. Pues, supuesto esto, es preciso que la parte de una sustancia sea (también) sustancia. Esto empero, no se ha concluido silogísticamente a partir de los presupuestos, pues las premisas presentan fallas. Y a su vez, si caso que el hombre exista ha de ser animal, y siendo animal (es) sustancia, (en ese caso) si es hombre ha de ser sustancia; y en modo alguno ha sido deducido esto silogísticamente, pues las premisas no se comportan como hemos dicho. Nos engañamos en tales (casos) por seguirse algo necesariamente de las premisas, al ser también necesario el silogismo. Mas la necesidad abarca más que el silogismo, ya que todo silogismo es necesario, mas no todo lo necesario es silogismo.

Hemos de pasar por alto el primer ejemplo (1-2), en el que se habla de las partes de la sustancia, pues su explicación requeriría demasiado espacio. El segundo, por el contrario, resulta claro; trátase, a lo que parece, no de una ley de la Lógica sentencial, sino de la Lógica de los predicados:

1. En la hipótesis: si x es A, entonces es B, y si x es B, entonces es C; entonces: si x es A, entonces es C.

Ésta es una fórmula lógica correcta, y Aristóteles dice con toda justeza que permite concluir necesariamente. De este modo reconoce además, que cae bajo

su definición de silogismo (10.02). Y sin embargo, rehusa admitirla como silogismo. Esto significa que su concepción de silogismo ha evolucionado en el espacio que va del momento en que redactó su definición y aquél en que escribió el texto recién aducido. Dicha definición vale pues, para todas las fórmulas lógicas correctas (y sustituciones de las mismas), mientras que es sólo una subclase la que retiene el nombre de "silogismo". Conocemos dicha subclase, que es la de los silogismos "analíticos". Todas las demás fórmulas son, sí, lógicamente necesarias, mas no auténtico silogismo.

Toda esta distinción no es una mera cuestión de términos, como se desprende claramente de los pasajes en los que trata Aristóteles los "silogismos de hipótesis".

16.02 No es posible intentar la reducción de los silogismos de hipótesis (a las tres figuras), pues no se pueden demostrar a partir de las premisas. Pues no se demuestran mediante un silogismo, sino que se asientan sobre la base de una convención. P. e., si (uno) supusiera que, caso de que no haya coposibilidad de contrarios, no habría tampoco ciencia (de estos contrarios) y demostrara luego que no hay coposibilidad[83] de contrarios, p. e., de sano y enfermo por ser una misma cosa sano y enfermo (en este caso). Habría demostrado que no hay coposibilidad de contrarios, pero no habría demostrado que no hay ciencia (de ellos). Y, realmente, hay que admitirlo, mas no en virtud del silogismo, sino de la hipótesis.

Esta (conclusión) no puede ser resuelta; que no hay, en cambio, una posibilidad, sí puede (ser resuelta).

Está aquí claramente en juego una sustitución en la ley:

En la hipótesis: (1) si no *p*, entonces no *q*, y (2) si no *p*, entonces: (3) no *q*. (2) se prueba mediante un silogismo *analítico*. Mas, al admitirse simplemente sin demostración (1), la conclusión (3) cuenta como no demostrada. Y puede ser así; únicamente que Aristóteles no ha caído en la cuenta que la fórmula presupuesta no es una suposición, sino una verdadera *ley* lógica. Más difícil se vuelve todavía la cosa en el texto que sigue a continuación:

16.03 Lo mismo (sucede) con los (raciocinios) que se llevan a efecto por (reducción) al imposible. Tampoco ellos pueden analizarse; pero la reducción al imposible puede analizarse, pues se demuestra mediante (un) silogismo, mientras lo otro no: resulta, en efecto, en fuerza de la hipótesis. Diferéncianse estos (raciocinios), sin embargo, de los anteriores en que en ellos, caso de que se haya de asentir, se ha de tomar conocimiento previamente (προδιομολογήσασθαι); (se ha de estipular), p. e., que, si queda demostrado que existe una ciencia (mutua) de los contrarios, (exis-

[83] Adopto la lectura μία con A^2 B^2 C^2 Γ contra la (mejor) tradición manuscrita de *ABCnAl*, Waitz y Ross; pues πᾶσα, ofrecida por los últimos, supondría un error lógico en Aristóteles, que en este contexto me parece inverosímil.

Para el aparato crítico del texto, v. Ross, *o. c.*

tirían estos contrarios). Aquí, por el contrario, están de acuerdo (los hombres), incluso sin un acuerdo previo, porque la falsedad es clara, como, p. e., en que supuesto que la diagonal es conmensurable, los (números) impares son iguales a los pares.

Ni incluso en la reducción al imposible queda. por tanto, "demostrada" para Aristóteles la inferencia, si bien él mismo tiene que reconocer que no se requiere una presuposición previa para poder concluir.

Esta doctrina la podríamos formular de la siguiente manera: en la clase de las fórmulas correctas hay dos subclases, la de las "mejores" y la de las "menos buenas" respecto de la "demostración científica". Las menos buenas son precisamente nuestras fórmulas no-analíticas, que las hemos llamado así porque, según Aristóteles (quien tiene claramente razón en contra de una cierta tradición), no son reductibles al silogismo clásico, "no son analizables en las figuras". Esto no significa, sin embargo, que carezcan de valor para él. Al contrario, tiene un vivo interés por ellas.

16.04 Estas (cuestiones) se harán más claras en lo que sigue, cuando hablemos (de la reducción) al imposible... Respecto de los otros silogismos de hipótesis, de aquellos, p. e., que (resultan) por una sustitución o (poniendo una) cualidad, la indagación se dirigirá a los (términos) presupuestos, no a los términos originales, sino a los introducidos de nuevo. El procedimiento indagatorio será el mismo (que en la reducción al imposible). Se ha de distribuir e indagar en cuántos tipos (se dividen) los (silogismos) de hipótesis.

16.05 Hay, además, muchos otros (silogismos) de hipótesis que deben ser considerados y determinados con claridad. Luego diremos cuáles son sus diferencias y de cuántas maneras se forma la (deducción) a partir de hipótesis. Quede, empero, de momento claro que estos silogismos no son analizables en las figuras. Hemos dicho también por qué causa.

Observa Alejandro de Afrodisia a este respecto:

16.06 Dice que se forman, además, muchos otros (silogismos) de hipótesis y promete hablar más adelante detalladamente sobre ello. Mas no existe escrito suyo sobre los mismos.

B. Leyes de la Lógica de clases y predicados

16.07 Si el hombre (es) animal, el no-animal no es hombre.
16.08 Si lo dulce (es) bueno, lo no-bueno no es dulce.

Nótese que falta el cuantificador; no se trata, por consiguiente, de contraposiciones en el sentido corriente de la palabra.

Aristóteles sabe muy bien que la conversión de tales sentencias es inválida:

16.09 Si de hombre se sigue, en efecto, animal, de no-hombre no (se seguirá), sin embargo, no-animal, sino al contrario.

Con esto se relacionan quizá también ciertas reglas que, con otra interpretación, podrían equipararse a las del "cuadrado lógico":

16.10 Al demostrar que (una cosa) conviene a todo, habremos demostrado que conviene también a alguno. E igualmente si hemos demostrado que no conviene a ninguno, habremos demostrado que no conviene a todo.

Se ha de tener en cuenta aquí que estas fórmulas no son leyes, sino como la mayoría de las de los *Tópicos*, reglas.

Una serie de fórmulas semejantes se refieren a los contrarios (en el sentido primero: 12.01):

16.11 Al bienestar sigue la salud, pero no al malestar la enfermedad, sino a la enfermedad el malestar.

16.12 La opinión de que si todo placer (es) bueno, toda pena es un mal, es verosímil en el mismo grado en que la (opinión) de que si un (cierto: τις) placer es bueno, también una pena (determinada) es un mal. Si una sensación (determinada) no es potencia, tampoco una (determinada) no-percepción (ἀναισθησία) no es una impotencia..., y si una injusticia (es) buena, alguna cosa justa (es) mala; y a su vez, si alguna cosa justa (es) mala, alguna cosa injusta (es) buena.

Puede ponerse en duda que Aristóteles haya admitido posteriormente la validez de estas últimas leyes. No obstante no dejan de tener interés histórico e incluso sistemático.

C. Teoría de la identidad

Como ya hemos indicado (11.11), distingue Aristóteles tres especies de identidad. De la primera —la numérica— esbozó esquemáticamente una teoría, cuya invención se atribuye a veces, erróneamente, a Leibniz.

16.13 Hase también de indagar si una cosa (es) idéntica a aquella a la que lo es otra; si ambas, en efecto, no lo son a la misma, es claro que tampoco lo (son) entre sí. Hase de indagar, además, cuáles (convienen) accidentalmente a los (idénticos) y a cuáles los (idénticos) convienen accidentalmente. Cuantos convienen, en efecto, a uno (de los idénticos) deben convenir también al otro y a quienes conviene uno de los (idénticos) debe convenir también el otro. Mas, si alguna de estas cosas no está acorde, es claro que no son tales (idénticos).

Tenemos aquí, en forma muy condensada, una doctrina sobre la identidad relativamente desarrollada; este texto contiene, en efecto, más leyes fundamentales de la identidad que el correspondiente capítulo de los *Principia Mathematica* (* 13); y todavía hay que tener presente, respecto de Aristóteles, el anteriormente[84] citado principio de identidad. Las leyes aquí esbozadas pueden formularse, con la ayuda de variables, de la siguiente manera:

1. Si *B* es idéntico a *A*, y *C* no es idéntico a *A*, entonces *B* y *C* no son idénticos.
2. Si *A* y *B* son idénticos, entonces (para todo *C*): si *C* conviene a *A*, conviene también a *B*.
3. Si *A* y *B* son idénticos, entonces (para todo *C*): si *A* conviene a *C*, conviene también a *B*.
4. Si hay un *C* tal que conviene a *A*, pero no a *B*, entonces *A* y *B* no son idénticos.
5. Si hay un *C* tal que le conviene *A*, pero no *B*, entonces *A* y *B* no son idénticos.

Las dos últimas leyes no están, en realidad, más que insinuadas. En otro lugar encontramos:

16.14 Solamente a aquellas (cosas) que son indistinguibles y unas en esencia (οὐσία), parecen convenir todas las mismas (propiedades).

Esto es casi a la letra el *principium indiscernibilium* leibniziano que, como se ve, procede de Aristóteles. Es curioso que no encontramos el simple principio:

1. Si *A* es idéntico a *B* y *B* a *C*, entonces también *A* es idéntico a *C*.

D. Silogismos de hipótesis

Aristóteles no conoce la expresión "silogismo hipotético" (ὑποθετικός). Habla a menudo, por el contrario, de silogismos *de* hipótesis (ἐξ ὑποθέσεως). Sin embargo, hemos mostrado ya más arriba (en el comentario a 16.02 y 16.03) que no requieren ninguna hipótesis: trátase de ordinario de simples leyes o reglas lógicas, semejantes en cierta manera a silogismos, pero no reductibles a los mismos. Ya hemos visto algunos ejemplos de tales fórmulas. A continuación van algunas fórmulas más que Aristóteles, con toda seguridad, incluiría en la misma clase:

16.15 La refutación que (depende) de la consecuencia (resulta) de opinar que la consecuencia (lógica) es convertible. Pues si, caso, en efecto, de que sea esto, es necesariamente aquello, se significa que, caso que sea aquello, también es esto.

---

84 V. p. 72, n. 54.

16.16 Cuando dos cosas guardan tal relación entre sí que si es una, ha de ser necesariamente (también) la otra, entonces, caso de que ésta no sea, tampoco será aquélla; pero, caso de que ésta sea, resultará necesariamente que aquélla es.

16.17 Si aquello se sigue de esto, el contradictorio (de éste), se sigue del contradictorio (de aquél).

16.18 Cuando a una (cosa) sólo conviene una (de dos), p. e., enfermedad o salud al hombre, si nos es factible probar respecto de una que (le) conviene o no (le) conviene, nos será también respecto de la otra. Y esto es convertible de ambas: pues demostrado, en efecto, que conviene una de ellas, habremos demostrado que no conviene la otra; y demostrado que no conviene, habremos demostrado que conviene la otra.

Trátase, manifiestamente, de una alternativa exclusiva (negación de equivalencia).

16.19 En general, si *A* y *B* guardan tal relación entre sí que ambos no pueden convenir a una misma cosa, sino que uno de los dos ha de convenir a todo; si, a su vez, *A* y *C* (guardan) la misma relación (entre sí), y si *A* sigue a *C*, pero no a la inversa, entonces *D* seguirá a *B*, pero no a la inversa; y podrán (convenir) *A* y *D* a la misma cosa, pero no podrán (convenir) *B* y *C* a la misma cosa. En primer lugar, *D* sigue a *B*, es evidente de la siguiente forma: si de *C* y *D* uno ha de (convenir) a todo (e. d., *C* o *D*), mas no puede convenir *C* al que (conviene) *B*, porque esto atraería *A* hacia sí, mientras *A* y *B* no pueden (convenir juntamente) al mismo; de esta forma es manifiesto que *D* seguirá a *(B)*.

A su vez, como *C* no es convertible con *A*, y (como) *C* o *D* (convienen) a todo, pueden *A* y *D* convenir al mismo; no pueden convenir, por el contrario, *B* y *C* (al mismo), por seguir *A* a *C*: resulta, en efecto, (de ello) algo imposible. Es, pues, también manifiesto que *B* no es convertible con *D*, toda vez que *D* y *A* pueden convenir a la vez (al mismo).

Este texto constituye una de las cumbres de la Lógica aristotélica: el fundador de nuestra ciencia se mueve aquí con la misma seguridad y desenvoltura que en las mejores piezas de su Silogística, por más que se trate de un terreno nuevo, el de las fórmulas no-analíticas. El presupuesto de este texto puede formularse así:

(1) para todo x: a x convienen *A* o *B* (y no ambos); y
(2) para todo x: a x convienen *C* o D (y no ambos); y
(3) para todo x: si *C* conviene a x, le conviene también *A*; de esta hipótesis se sigue, por una parte:
(4) para todo x: si *B* conviene a x, le conviene también D, y por otra:
(5) para todo x: a x no convienen a la vez *B* y *C*.

Estas conclusiones son, en realidad, correctas. Lo llamativo aquí es que encontramos en una fórmula no menos de tres functores sentenciales biargumentales diferentes ("o", "y", "si... entonces"). Para la demostración de estas conclusiones emplea Aristóteles, con plena consciencia a lo que parece, entre otras, las tres leyes siguientes:

1. Para todo *x*: caso de que *A* y *B* no convengan a la vez a *x*, y *B* convenga a *x*, no le conviene *A*.
2. Para todo *x*: caso de que, si *A* conviene a *x* le conviene también *B*, pero *B* no conviene a *x*, entonces tampoco le conviene *A*.
3. Para todo *x*: si a *x* le convienen *A* o *B*, y no le conviene *A*, entonces le conviene *B*.

E. Reglas de la Lógica de las relaciones

16.20 Si la ciencia es una captación, también el objeto de la ciencia es objeto de la captación.

16.21 Si algún objeto de la captación es objeto de la ciencia, también alguna captación es ciencia.

16.22 Si el placer es bueno, entonces también un placer mayor es un bien mayor; y si la injusticia es mala, entonces también una injusticia mayor es un mal mayor.

Merece la pena contar a este propósito la siguiente anécdota: De Morgan hubo de decir que la Lógica aristotélica entera no era capaz de probar que, si el caballo es un animal, la cabeza del caballo es la cabeza de un animal. El reproche es, a todas luces, injustificado, pues la ley que supone 16.20 es justamente la que se necesita para esta demostración. A esto observaron Whitehead y Russell[85] que el pretendido fallo es más bien una ventaja de la Lógica aristotélica, pues sin un postulado existencial supletorio es inválida. Esto puede ser verdad referido al problema de De Morgan, a saber, en el caso de concebir "caballo" como un nombre individual; pero la ley en la cual surge mediante sustitución 16.20, es correcta, pues se trata en ella no de un nombre individual, sino de un nombre de clase ("ciencia").

Tres leyes más de las relaciones lógicas presenta Aristóteles en el capítulo sobre los silogismos que después fueron llamados "*obliqui*":

16.23 El que el (término) primero conviene al medio y éste al extremo no se debe entender como si se hubieran de predicar siempre uno del otro..., sino que "conviene" ha de tener más bien tantos significados en cuantos se predica "ser" y en cuantos es verdad predicarlo. P. e., que hay una ciencia común (μία) de los contrarios. Sea, en efecto, "*A*" "ser una ciencia común", "*B*" "(ser) contrarios". Entonces, *A* no conviene a

[85] *PM* I 291 (*37.62).

B en el sentido de que los contrarios son una ciencia común, sino (en el sentido) de que es verdad decir de ellos que hay una ciencia común de ellos.

16.24 Acontece, a veces, que el primer (término) se predica del medio, pero no se predica el medio del tercero; p. e., si la sabiduría es una ciencia y hay una sabiduría del bien: conclusión, que (hay una) ciencia del bien. No es el bien (aquí) ciencia, sino la sabiduría es ciencia.

16.25 A veces se predica, a su vez, el (término) medio del tercero, pero no se predica el primero del medio; p. e., si hay una ciencia de todo lo que tiene cualidad o es contrario, y el bien tanto tiene cualidad como es contrario: conclusión, que hay una ciencia del bien; con todo, ni es la ciencia el bien, ni es cualidad o contrario, sino que el bien (es) ambas cosas.

16.26 Hay, también, cuando ni el término primero (se predica) del medio ni éste del tercero, predicándose a veces, el primero del tercero, a veces no. P. e., si aquello de lo que hay una ciencia tiene género, y existe una ciencia del bien: conclusión, que el bien tiene género. Y, sin embargo, ningún (término) se predica de algún (otro). Y, si aquello de lo que existe una ciencia es un género, y hay una ciencia del bien: conclusión, que el bien es un género. (Donde) el primer (término) se predica del extremo, sin embargo (en las premisas) no se predica una cosa de la otra.

Aquí tenemos cuatro leyes más de la Lógica de las relaciones; de gran importancia es la observación introductoria de que la llamada "cópula" no ha de ser necesariamente el "es", sino que puede ser sustituida por otra relación. Otro dato interesante es que Aristóteles presupone (en 16.25), entre otras, la siguiente ley (de la Lógica de las clases):

Para todo *x*: si *x* es *A* y *B*, entonces *x* es *A* o *B*.

La observación introductoria no es más que una primera observación que no ha sido ulteriormente elaborada. Aristóteles no llegó ni incluso a armonizarla con su tesis penetrante sobre la estructura múltiple de la sentencia en consonancia con la multiplicidad de las categorías (11.13), ni a elevarla, por tanto, a una unidad sistemática superior. Sin embargo, en el texto que acabamos de reproducir por extenso, aparecen ya elementos para una Lógica de las relaciones.

Finalmente encontramos, por lo menos seis veces, en los *Tópicos* un grupo de reglas, dieciocho en total, que quizá haya que considerar también pertenecientes a la Lógica de las relaciones. Reproducimos aquí tres de ellas relacionadas con "más":

16.27 (Se ha de argumentar) aún a base del más y menos. Del más hay cuatro lugares. Primeramente, si el más sigue al más, p. e., si el placer (es) un bien, el placer mayor (será) un bien mayor... Otro (lugar),

si se predica una cosa de dos: si al que parece convenir más, no conviene, entonces tampoco al que (parece convenir) menos, y si al que parece convenir menos, conviene, entonces, también al que (parece convenir) más... A su vez, si de dos cosas se predican dos: si lo que parece convenir más a una cosa, no (le) conviene, (entonces) tampoco la otra le (conviene) a la otra; y si la que parece convenir menos a una, (le) conviene, entonces le (conviene) también la otra a la otra.

F. Reglas y leyes de la Lógica sentencial

Encontramos, finalmente, en Aristóteles cuatro fórmulas que pertenecen a la parte más abstracta de la Lógica, a saber, a la Lógica sentencial. Dos de ellas incluso contienen variables sentenciales:

16.28 En la hipótesis: si *A* es, ha de ser *B*, (entonces), si *B* no es, no puede ser *A*.

Que éstas son variables sentenciales, lo dice expresamente Aristóteles:

16.29 Pues *A* aparece como una unidad: dos premisas tomadas juntas.

16.30 En la hipótesis: si *A* es, ha de ser *B*, (entonces), también si *A* es posible, *B* habrá de ser posible.

Hay que advertir que estas variables sentenciales sólo admiten sustituciones muy concretas, a saber, conjunciones de premisas de silogismos analíticos.

16.31 De (premisas) verdaderas no se puede deducir (una conclusión) falsa; de falsas, en cambio, se puede (concluir una conclusión) verdadera; sin embargo, (de esta forma se muestra) no el por qué, sino sólo el hecho (ὅτι).

Esto no es todavía el principio escolástico *ex falso sequitur quodlibet*, sino la mera aseveración de que se pueden formar silogismos tales que sus dos premisas (o una) sean falsas, y la conclusión, en cambio, verdadera.

16.32 Caso de que la conclusión sea falsa, tienen que ser falsas (las premisas) de que consta la demostración (λόγος), o todas o algunas.

Sobre esta regla se funda la demostración indirecta de los silogismos (v. página 91, 1., 2.). Adviértase que es una regla, no una ley, y que está formulada en términos totalmente generales, sin limitación a dos premisas.

Recapitulación

Si consideramos en su conjunto las doctrinas lógicas de Aristóteles que hemos presentado, podemos hacer las siguientes afirmaciones:

1. Aristóteles creó la *Lógica formal*. En él encontramos, en efecto, por primera vez en la Historia: *(a)* una idea clara de ley lógica con validez universal, si bien él mismo no dio definición alguna de ella, *(b)* el empleo de variables, *(c)* formas sentenciales que, aparte de variables, sólo contienen constantes lógicas.

2. Aristóteles construyó el primer *sistema de Lógica formal* que conocemos. Consta éste exclusivamente de leyes lógicas, y fue por él desarrollado axiomáticamente, incluso de más de una forma.

3. La obra capital de Lógica formal de Aristóteles es su *Silogística:* un sistema de Lógica de los términos que consta, no de leyes, sino de reglas, y que, a pesar de ciertos puntos débiles, está construido sin fallos.

4. Aparte de la Silogística, construyó además Aristóteles *otras piezas de la Lógica de los términos,* entre ellas una Lógica modal sumamente compleja, al igual que una serie de leyes y reglas que rebasan las fronteras de la Silogística.

5. Al final de su vida llegó Aristóteles, en unos cuantos textos, hasta la formulación de *fórmulas sentenciales;* pero no llegó a elaborarlas sistemáticamente, al igual que tampoco las llamadas fórmulas no-analíticas de la Lógica de los términos.

6. Si bien formal, la Lógica de Aristóteles *no es formalística.* Le falta también la comprensión de la diferencia entre ley y regla, y a pesar de los muchos trabajos que Aristóteles adelantó a la Semántica, ésta es en él todavía rudimentaria.

No es exageración decir que jamás se ha visto cosa igual en la Historia de la Lógica formal. No sólo es la Lógica de Aristóteles, a lo que sabemos, una creación enteramente nueva, sino que además fue llevada a un alto grado de perfección. Toda vez que además los más importantes escritos aristotélicos son las únicas obras completas de Lógica que sobrevivieron a la catástrofe cultural de Grecia, nada tiene de extraño que la obra en ellos contenida haya ejercido un influjo francamente fascinante durante más de dos milenios sobre casi todos los Lógicos, y que toda la Historia de la Lógica se moviera en el marco trazado por el pensamiento aristotélico.

Pero esto no dejó de ser un perjuicio también para el desarrollo de esta ciencia, pues ya en la Antigüedad hubo una escuela de Lógica que desbordó categóricamente el marco de la Lógica aristotélica introduciendo una problemática nueva. De sus obras, sin embargo, no nos quedan sino fragmentos; a esto se añadió que la autoridad del fundador de la Lógica era tan grande, que las realizaciones de esta escuela pasaron completamente desapercibidas durante largos períodos (así, p. e., desde el Renacimiento hasta el s. XIX inclusive). Esta escuela es la megárico-estoica. Vamos a ocuparnos a continuación de ella, una vez reseñado brevemente el primer discípulo de Aristóteles, Teofrasto.

§ 17. TEOFRASTO

El principal discípulo de Aristóteles y director de la escuela peripatética a la muerte del fundador, Teofrasto de Ereso, ocupa, bajo un triple aspecto, un importante lugar en la historia de la Lógica junto con su colega de menor importancia Eudemo. Él desarrolló, en primer lugar, de tal forma diversas doctrinas de su maestro, que preparó por así decirlo, el advenimiento de la Lógica "clásica" posterior; en segundo lugar, a la Silogística modal aristotélica opuso él la suya completamente distinta; finalmente desarrolló una doctrina del silogismo hipotético que preparó el advenimiento de la teoría megárico-estoica.

De sus numerosas obras [86] sólo se han conservado unos cien fragmentos aproximadamente. Estos fragmentos son suficientes, con todo, para percatarse de que comentó las principales obras lógicas de Aristóteles [87]. Ellas nos dan, a la vez, una cierta visión de su pensamiento lógico.

A. Desarrollo y modificación de diversas doctrinas

17.01 Por tener el discurso una doble vertiente —como ha mostrado el filósofo Teofrasto—, una respecto de los oyentes para quienes significa algo, otra respecto de las cosas acerca de las cuales el hablante informa a los oyentes, desde el punto de vista de la relación a los oyentes se originan la Poética y la Retórica...; desde el punto de vista, en cambio, de la relación con las cosas, el filósofo se convierte en refutador de la falsedad y mostrador de la verdad.

Como se ve es ésta una Semiótica nueva en la que se resalta lo que hoy se llama dimensión "pragmática" de los signos.

17.02 Teofrasto llama rectamente a la sentencia singular, determinada; a la particular, indeterminada.

17.03 Alejandro opina que "convenir no a todos" y "no convenir a uno" difieren sólo en la expresión; Teofrasto, por el contrario, que también en el significado: en efecto, "convenir no a todos" indica que (algo) conviene a varios; "no convenir a uno", en cambio, que a uno (no le conviene).

Pensamiento importante es el siguiente:

17.04 Por lo cual dice Teofrasto que en ciertos casos, cuando no se dé también en el predicado la determinación (de la cantidad) (προσδιορισμός), los contrarios serán verdaderos; dice, p. e.: Fanias posee ciencia — Fanias no posee ciencia, pueden ambos ser verdaderos.

---

[86] V. Bocheński, *La logique de Théophraste*, 27 ss.

[87] *Ibid.* 128 ss.

No se trata aquí, como Teofrasto erróneamente pensaba, de una cuantificación del predicado, rechazada por Aristóteles (12.02), sino de una cuantificación de las dos partes de un sujeto, en el caso de un functor biargumental (v. 44.21 ss.). Esta estructura sólo posteriormente fue tratada con amplitud (v. 28.15 ss., 42.05, 42.20). Aquí tenemos su primer arranque.

17.05 En aquellas premisas que contienen potencialmente tres términos, cuales son... las denominadas por Teofrasto κατὰ πρόσληψιν [éstas, efectivamente, contienen en cierto sentido tres términos, pues en la (premisa) "aquel a quien conviene universalmente *B*, le conviene también universalmente *A*, en los dos términos, *A* y *B*, que son determinados, se halla contenido en cierta manera un tercero, del que se predica *B*..."]: (estas premisas)... parecen diferir de las categorías solamente en la expresión, como mostró Teofrasto en el *De la afirmación*.

17.06 Teofrasto, por su parte, en el *De la afirmación*, considera la (premisa) "aquel a quien (conviene) *B*, (conviene también) *A*" equivalente (ἴσον δυναμένην) a la (premisa) "aquel a quien conviene universalmente *B*, (conviene también) universalmente *A*" (v. 14.15).

17.07 Teofrasto, en cambio, y Eudemo han demostrado de manera más simple (poderse) convertir la (premisa) universal negativa... Hacen la demostración así: supongamos que *A* no conviene a ningún *B*. Si no (conviene) a ninguno, *A* ha de estar dividido (ἀπεζεύκται) y separado (κεχώρισται) de *B*. Pero lo dividido se halla dividido de lo (que está) dividido. Luego *B* se halla también completamente dividido de *A*. Y, caso de ser esto así, no conviene a ningún *(A)*.

Esto indica que Teofrasto concibe los términos en forma meramente extensional (v. § 36, E), hasta el punto de que este texto nos hace pensar (al igual que 17.11) directamente en un esquema gráfico de tipo leibniziano (36.11).

17.08 Teofrasto añadió a estos cuatro (silogismos aristotélicos de la primera figura) otros cinco, que no son ni perfectos ni indemostrables.

No poseemos el texto correspondiente, pero de la exposición de Alejandro (17.09) se sigue que se trata de los cinco siguientes:

17.091 Si *A* conviene a todo *B* y *B* a todo *C*, entonces *C* conviene también a algún *A* *(Baralipton)*.

17.092 Si *A* no conviene a ningún *B* y *B* conviene a todo *C*, entonces *C* no conviene tampoco a ningún *A* *(Celantes)*.

17.093 Si *A* conviene a todo *B* y *B* a algún *C*, entonces *C* conviene también a algún *A* *(Dabitis)*.

17.094 Si *A* conviene a todo *B* y *B* a ningún *C*, entonces *C* no conviene tampoco a algún *A* *(Fapesmo)*.

17.095 Si *A* conviene a algún *B* y *B* a ningún *C*, entonces *C* no conviene tampoco a algún *A* (*Frisesomorum*).

Éstos son los posteriormente denominados silogismos "indirectos" de la primera figura, deducidos mediante las reglas aristotélicas (v. § 13, D).

B. Lógica modal

Todos los textos aducidos hasta ahora contienen desarrollos o mejoras —a veces discutibles— de la Lógica aristotélica. La teoría teofrástica de los silogismos modales, por el contrario, constituye un sistema completamente nuevo, contrapuesto, a lo que parece, en los supuestos fundamentales, al aristotélico.

17.10 Por lo cual, dice Aristóteles que la (premisa) universal negativa posible no es convertible. Teofrasto dice, por el contrario, que esta (premisa), al igual que las demás negativas, puede convertirse.

17.11 Teofrasto, en cambio, y Eudemo dicen, como ya hemos explicado al principio, que la (premisa) universal negativa (posible) puede también convertirse al igual que la universal negativa asertórica y la necesaria. Y que puede convertirse lo demuestran así: si *A* no conviene posiblemente a todo *B*, tampoco *B* (conviene) posiblemente a todo *A*; pues, caso de que *A* no convenga posiblemente a todo *B*..., entonces *A* puede dividirse de *B*; mas, si esto (es así), también *B* es separable de *A*; y si esto (es así), tampoco *B* conviene posiblemente a todo *A*.

17.12 Una propiedad de lo posible (según Aristóteles) es la conversión, e. d., que la afirmación y la negación formuladas respecto de ello se siguen contrariamente... Conviene, empero, saber que el grupo de Teofrasto ni considera correcta esta conversión de las premisas ni la emplea. La razón (1) de decir que la (premisa) universal negativa posible es convertible al igual que la asertórica y la necesaria, y (2) que las afirmativas posibles no son convertibles en negativas, es la misma.

Brevemente: todas las leyes de la conversión de las sentencias posibles son, según Teofrasto, totalmente análogas a las de las sentencias asertóricas; y la "razón" de que habla Alejandro no puede ser otra, como se ve, que el apoyarse la teoría modal de Teofrasto en la posibilidad *unilateral*, mientras Aristóteles funda la suya sobre la bilateral.

Al mismo tiempo se rechaza la segunda tesis fundamental del sistema aristotélico: el functor de modalidad se ha de considerar en Teofrasto como determinante de la totalidad de la sentencia, no de uno de sus argumentos (o de dos) solamente, e. d., se ha de considerar situado en el encabezamiento de la sentencia (v. comentario a 15.04).

17.13 Mas sus compañeros, el grupo de Teofrasto y Eudemo, no dicen esto, sino que afirman que en todas las fórmulas que constan de

una (premisa) necesaria y una asertórica, caso de relacionarse éstas silogísticamente, ha de surgir una conclusión asertórica. Esto lo toman del (principio, según el cual) en toda combinación (silogística) la conclusión es semejante a la premisa última y más débil.

17.14 Teofrasto, empero, (para demostrar) que de esta combinación (συμπλοκή) resulta una conclusión no necesaria, dice así: "En efecto, si *B* conviene necesariamente a *C*, y *A* (conviene) a *B* no necesariamente, caso de que se separe la no necesaria, es claro que, al estar separada *B* (de *A*), se separa también *C* de *A*: por tanto, no le conviene necesariamente en virtud de las premisas".

17.15 Por medios materiales (= mediante sustitución) demuestran también que es así. Toman, en efecto, como (premisa) mayor una necesaria universal afirmativa o negativa, y como menor una universal afirmativa asertórica, y muestran que (de ellas) resulta una conclusión asertórica. (Supongamos que convenga), en efecto, necesariamente a todo hombre animal, y que hombre, en cambio, convenga a todo semoviente (sin más): (entonces), animal no (convendría) en modo alguno necesariamente a todo semoviente.

Ahora bien, la razón que permitía a Aristóteles obtener una conclusión necesaria, partiendo de una premisa necesaria y una asertórica, era justamente su concepción de la estructura de las sentencias modales. En los fragmentos conservados no dice, desde luego, Teofrasto que rechace esta concepción, y quizá, incluso ni fuese plenamente consciente de ello. En todo caso, el conjunto de elementos que poseemos de su Lógica modal ponen de manifiesto un sistema que presupone la repulsa de la estructura aristotélica de las sentencias modales.

C. Silogismos hipotéticos

No poseemos ningún texto de Teofrasto que contenga dato alguno sobre su teoría de las sentencias hipotéticas. Con todo, parece que nuestro Lógico se ocupó de ella, al haber establecido una distinción entre el significado de "εἰ" y "ἐπεί" [88]. Tampoco es imposible que haya sido él el introductor de la terminología de estas sentencias atribuida por Galeno a los "Peripatéticos antiguos" [89]. Sabemos, en cambio, que se ocupó de la elaboración de los silogismos hipotéticos:

17.16 Él (Aristóteles) dice que muchos silogismos se forman de hipótesis... Teofrasto los cita en sus *Analíticos;* también Eudemo y algunos otros de sus compañeros.

---

[88] Simpl., *In de caelo* 552, 31-553, 4.

[89] Galeno, *Inst.* 8, 6 ss. y 32, 11 ss.

Según Filópono, han debido escribir ambos, "y también los Estoicos", "apretados" ensayos sobre estos silogismos [90]. Pero de hecho, a Teofrasto se le atribuye únicamente el tratado de uno de los tipos de estos silogismos, a saber, el de los "totalmente (δι' ὅλων) hipotéticos".

17.17 Sin embargo, los (silogismos) totalmente hipotéticos se reducen de otra forma a las tres figuras, como ha demostrado Teofrasto en el libro primero de los *Analíticos primeros*. El silogismo totalmente hipotético es así: si *A*, entonces *B*; si *B*, entonces *C*; luego si *A*, entonces *C*. En estos (silogismos) es también la conclusión hipotética, p. e.: si es hombre, es animal; si es animal, es sustancia; luego si es hombre, es sustancia. Mas, como también en ellos ha de haber un término medio en el que se impliquen las premisas [pues de otra manera sería también aquí imposible que surgiera una fórmula correcta], este (término) medio se ha de proponer de tres maneras. En efecto, caso de que una premisa acabe por él y comience la otra con él, será la primera figura: será como si él se predicara de un extremo y el otro se predicara de él... En esta fórmula se puede adoptar también la conclusión invertida de forma que se convierta (*C*) no en el consiguiente (ἑπομενον), sino en el precedente (ἡγούμενον), no simplemente, sino con oposición: porque, si se ha concluido que "en la hipótesis de *A*, entonces *C*", se ha concluido también que, "si no *C*, entonces no *A*".

Si las premisas hipotéticas comienzan con (proposiciones) distintas y acaban con la misma (proposición), la figura será la segunda, semejante a la segunda (del sistema) de (silogismos) categóricos..., p. e., si hombre, entonces animal; si piedra, entonces no animal; luego si hombre, entonces no piedra...

Si las premisas comienzan con la misma (proposición) y terminan con distinta, la figura será semejante a la tercera..., p. e., si *A*, entonces *B*; si no *A*, entonces *C*; se seguirá: si no un consecuente, el otro; por tanto: si no *B*, entonces *C*, o si no *C*, entonces *B*.

Las fórmulas contenidas en este texto están redactadas de manera que de ellas solas no se puede deducir si las variables que contienen son de términos o de sentencias. Con todo, las sustituciones indican que se trata de lo primero, con lo cual no tenemos fundamento para atribuir a Teofrasto ley lógico-sentencial alguna. A pesar de todo, es muy verosímil que, con su reelaboración de los puntos de vista aristotélicos sobre los "silogismos de hipótesis", haya preparado el camino a la teoría megárico-estoica.

En el citado texto, las fórmulas están redactadas a modo de reglas; mas no sabemos si esta redacción procede de Teofrasto mismo o de Alejandro, y en consecuencia, indirectamente de los Estoicos.

---

90 Philop., *In An. Pr.* 242, 18-21 (com. 40b17).

III. LA ESCUELA MEGÁRICO-ESTOICA

§ 18. PANORAMA HISTÓRICO

A. Los pensadores y las escuelas

18.01 Euclides procedía de Megara en el istmo... Se ocupó detenidamente de los escritos de Parménides; sus discípulos y sucesores fueron llamados "megáricos", luego "erísticos" y posteriormente "dialécticos".

18.02 Entre los sucesores de Euclides se encuentra también el milesio Eubúlides, que planteó muchas sutiles cuestiones dialécticas, como el mentiroso.

18.03 Eubúlides se enfrentó también con Aristóteles y le puso numerosas objeciones. Al grupo de los ... sucesores de Eubúlides perteneció Alexino de Elis, hombre muy dado a la polémica, por lo que se le llamó también "Elenxino" ("Refutador").

18.04 A los (discípulos) de Eubúlides pertenece Apolonio, por sobrenombre "Crono", cuyo discípulo Diodoro, hijo de Aminias de Iasos, era llamado también Crono... También él era dialéctico... Durante su permanencia junto a Ptolomeo Soter fue solicitado por Stilpon para resolver ciertos problemas lógicos; mas, no alcanzando a darles cima de momento..., levantóse de la mesa, y después de escribir un tratado sobre las cuestiones propuestas, acabó sus días de despecho.

18.05 Stilpon de la Megara de Grecia escuchó a algunos discípulos de Euclides; otros afirman que escuchó al mismo Euclides, pero también a Trasímaco de Corinto, el amigo de Ictias. Superó a los demás en inventiva y en el arte de disputar hasta tal punto que faltó poco para que toda Grecia volviese los ojos a él y se volviese megárica en filosofía.

18.06 Envolvió en sus redes a Crates y a qué sé yo cuántos más. Entre ellos, desde luego, también a Zenón el fenicio.

18.07 Zenón, hijo de Mnaseas o Demeas, había nacido en Cition, pequeña ciudad griega de la isla de Chipre, en la que se habían establecido colonos fenicios.

18.08 Fue... discípulo de Crates; luego debió de escuchar también a Stilpon.

18.09 Discutió insistentemente con el dialéctico Filón y estudió con él; razón por la que Zenón, más joven, le admiraba no menos que a su maestro Diodoro.

18.10 También realizó estudios con Diodoro... Con él trabajó intensamente en Dialéctica.

18.11 Cleantes, hijo de Fanias, procedía de Asos ...Se unió a Zenón... y permaneció fiel a la doctrina de la escuela.

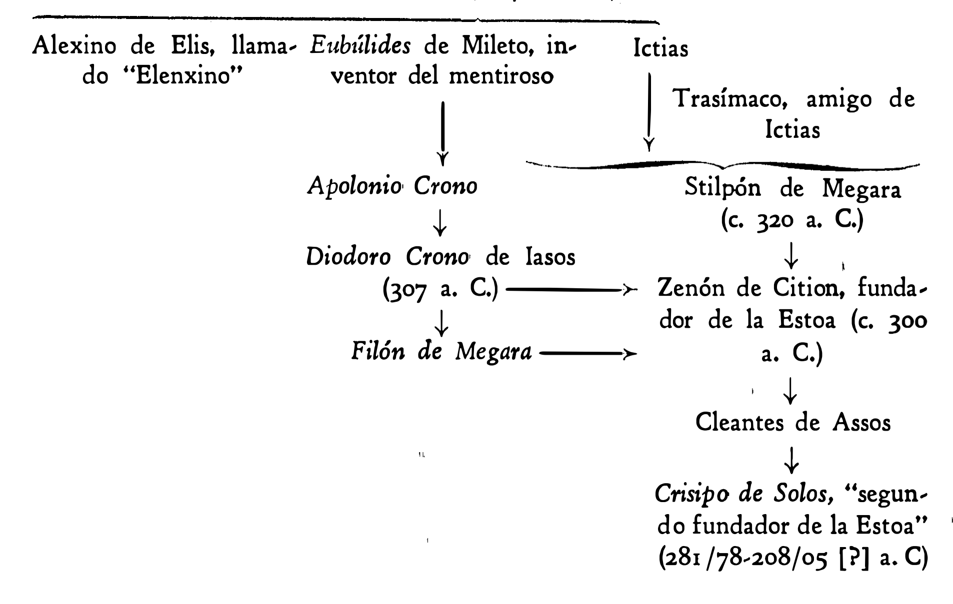
18.12 Crisipo, hijo de Apolonio, de Soloi o de Tarso..., fue discípulo de Cleantes.

18.13 Alcanzó tal renombre en Dialéctica, que la gente decía que, si los dioses se ocuparan de Dialéctica, la suya no sería distinta de la de Crisipo.

Ha sido preciso citar estos extractos de las *Vidas y opiniones de Filósofos famosos* de Diógenes Laercio para desterrar un error ampliamente difundido, a saber, que ha habido una Lógica estoica, pero no megárica. De los pasajes reproducidos se desprende inequívocamente que *(a)* la escuela megárica es más antigua que la estoica, *(b)* que los fundadores de la Estoa —Zenón y Crisipo— aprendieron la Lógica con los Megáricos, con Diodoro, Stilpón y Filón. A lo que se añade además, que entre los Megáricos conocemos por lo menos tres pensadores de extraordinaria importancia en la Historia de la Lógica —Eubúlides, Diodoro y Filón—, mientras que de la Estoa sólo podemos citar uno, Crisipo, a quien, por lo demás, apenas si se le puede asignar alguna doctrina lógica básica original: cada uno de los tres Megáricos, por el contrario, cuenta en su haber con una idea innovadora muy concreta.

Verdad es, a lo que parece, que la escuela megárica había fenecido ya a fines del s. III a. C., mientras la Estoa, por el contrario, continuaba en su esplendor. Sus miembros supieron además, propagar la Lógica en numerosos y excelentes manuales, razón por la que posteriormente —hacia la época de Galeno— se habla sólo de la Lógica estoica. Con todo, lo menos que, por justicia, se nos puede exigir es hablar de una lógica megárico-estoica. Quizá, en realidad, haya que denominar megáricas a las ideas fundamentales, y estoica a la elaboración técnica. Mas esto no pasa de una simple conjetura.

Los nombres y relaciones doctrinales referidos por Diógenes los podemos resumir en el siguiente cuadro sinóptico:



B. Problemas histórico-literarios

Las condiciones en que nos encontramos para abordar el estudio de la Lógica megárico-estoica son mucho menos favorables que para la Lógica de Aristóteles e incluso la de Teofrasto. De Aristóteles nos quedan los escritos fundamentales en su conjunto y de Teofrasto disponemos al menos de fragmentos reconstruidos dentro del conjunto de sus obras por especialistas competentes que no han tomado posición categóricamente hostil frente a dicho autor. Para las doctrinas megárico-estoicas, en cambio, tenemos que recurrir fundamentalmente a las refutaciones de Sexto Empírico, adversario declarado. Como muy bien advierte B. Mates, es como si, p. e., para el conocimiento de los escritos lógicos de R. Carnap no tuviésemos más punto de referencia que su crítica por los existencialistas. Por fortuna, Sexto, aunque no era amigo de los pensadores estoicos, era (al contrario de la mayoría de los existencialistas) un buen conocedor de la Lógica formal que impugnaba desde su punto de vista escéptico. Aparte de esto tenemos la posibilidad de controlar por otros textos, algunos al menos de sus informes.

Con todo, en conjunto, no contamos más que con piezas fragmentarias. Que el material existente delata grandes lagunas es algo que apenas puede ponerse en duda: falta, p. e., casi por completo la Lógica de los términos, siendo poco probable que hubiera quedado desatendida en la Estoa.

Otro problema lo constituye la interpretación. Ya en la antigüedad clásica, textos estoicos fueron "aristotelizados", variables de sentencias interpretadas como de términos, etc. Algo parecido encontramos en todos los modernos historiadores

de la Lógica, sobre todo en Prantl, que equivocó por completo el sentido de esta Lógica. Peirce fue el primero en observar que se trataba de una Lógica sentencial, siendo mérito imperecedero de J. Łukasiewicz haber ofrecido la interpretación correcta. Hoy poseemos —cosa rara en Historia de la Lógica— una monografía científica sobre el tema, debida a B. Mates. Podemos afirmar, por tanto, con cierta seguridad que en el actual estado de la investigación nos encontramos de nuevo en disposición de comprender esta Lógica extraordinariamente interesante.

C. ORIGEN Y CARACTERÍSTICAS

La primera impresión que se recibe a la lectura de los fragmentos megárico-estoicos es la de que se trata de algo distinto de la Lógica aristotélica: no sólo la terminología y las tesis, sino hasta la problemática misma son completamente diferentes. Aparte de que tenemos que enfrentarnos con una técnica lógica nueva. Las diferencias más llamativas son que la Lógica megárico-estoica, primero, no es una Lógica de los términos, sino de las sentencias, y, segundo, que consta exclusivamente de reglas, no —como la de los *Analíticos primeros*— de leyes. Al punto se plantea la cuestión de dónde ha tenido su origen esta Lógica.

La respuesta es compleja. En primer lugar, no puede ponerse en duda que entre Megáricos y Estoicos, que como sabemos, con excesiva frecuencia encontraban placer en la refutación (v. 18.03), existía una tendencia a hacerlo todo de manera distinta que Aristóteles. Así, p. e., introducen expresiones completamente nuevas allí donde Aristóteles había creado una terminología excelente.

A pesar de todo, no es posible decir que su pensamiento lógico haya podido surgir sin influjo del viejo maestro. Da la impresión, por el contrario, como si lo que hubiesen hecho hubiese sido exactamente desarrollar las ideas que más tardíamente afloran en el *Organon*. Así, p. e., encontramos en ellos, con formulación más precisa, las reglas que Aristóteles había empleado, e incluso en parte formulado, en la axiomatización de la Silogística. Es algo que tampoco puede discutirse el que han confirmado la teoría aristotélica de los "silogismos de hipótesis", empalmando principalmente con los trabajos previos realizados por Teofrasto. Y hablando en términos generales, por todas partes se respira en ellos el mismo espíritu que en Aristóteles, sólo que en forma todavía mucho más depurada: el espíritu de la Lógica *formalizada*.

Mas esto no es aún todo. Así como Aristóteles es feudatario directamente de los Logoi preplatónicos y platónicos en muchas de sus fórmulas no analíticas, de igual manera, y en grado todavía mayor, sucede con los pensadores megárico-estoicos. Con frecuencia aparece en ellos cómo han trasladado estos Logoi de la Lógica de los términos a la de las sentencias, y resulta comprensible por qué han sido ellos precisamente y no Aristóteles quienes lo realizaron en tal medida. Mientras éste, en efecto, en el fondo siguió siendo siempre un discípulo de Platón, el buscador de la esencia, y consiguientemente su cuestión habitual era "¿Conviene A a *B*?", los Megáricos parten del planteamiento preplatónico "¿Cómo es posible refutar la afirmación *p*?". "Refutador" se llama Alexinos, y en refutadores se quedaron, en el fondo, todos estos pensadores en su Lógica. Lo cual significa, por otro lado, que su problemática fundamental se refiere a la sentencia

en su totalidad, mientras Aristóteles dirige su atención a los términos. A esta diferencia ha contribuido también el empirismo general profesado por los Estoicos.

Sea de ello lo que fuere en los detalles, con Megáricos y Estoicos surgió una Lógica sentencial, la segunda gran creación de los griegos en el terreno de la Lógica, justamente lo que faltaba casi por completo en la Lógica aristotélica. Al mismo tiempo llevaron, como ya hemos observado, la consideración formal hasta una concepción formalística de la Lógica, apoyados en una Sintaxis y una Semántica pormenorizadas. Esta Lógica, incomprendida durante siglos, merece también se la reconozca como una grandiosa creación en el orden del espíritu.

Por desgracia, no tenemos medio alguno para seguir la evolución histórica de la problemática megárico-estoica: nuestras reflexiones han de referirse a ella tal como se nos presenta *al final* de dicha evolución. Y este final parece encontrarse ya en Crisipo. Con rapidez increíble la Lógica griega pasó, en el espacio de sólo siglo y medio, de la nada hasta la cumbre del formalismo. Ahora vamos a contemplar esta cumbre como algo ya alcanzado. Al no poder ser histórica nuestra descripción, vamos a proceder adoptando un punto de vista sistemático.

§ 19. CONCEPTO DE LÓGICA. SEMIÓTICA. MODALIDADES

A. LÓGICA

19.01 Dicen (los Estoicos) que en el Logos filosófico se da una triple partición: una (parte) es la Física, otra la Ética, la tercera la Lógica.

19.02 Comparan la Filosofía a un animal, en el que la (parte) lógica corresponde a los huesos y tendones, la ética a las partes carnosas, la física al alma. O también a un huevo en el que la (parte) lógica es el exterior (: la cáscara)... O también a un campo de cultivo. En él, la cerca corresponde a la lógica.

19.03 La parte lógica se divide, según algunos, en dos ciencias, la Retórica y la Dialéctica... La Retórica la definen como la ciencia del bien decir..., y la Dialéctica como la ciencia del recto discutir en un lenguaje (en el que hay en cuestión) preguntas y respuestas. De aquí también la siguiente definición: es la ciencia de lo verdadero, de lo falso y (de aquello que) no (es) ninguna de las dos cosas.

Lo cual no significa, desde luego, que los Estoicos hayan conocido una Lógica trivalente (v. 49.04); se refieren simplemente a sentencias (que son verdaderas o falsas) y a partes de sentencias (que no son ninguna de las dos cosas). El texto citado refleja la posición de los Estoicos frente al problema del lugar de la Lógica dentro de las ciencias: para ellos es, sin ningún género de duda, una *parte* del sistema. Lo que se dice a continuación parece apuntar a una Metodología de la discusión, algo así como en los *Tópicos* aristotélicos (11.01). Pero no es, como sabemos por otros fragmentos, más que una consecuencia de la teoría

estoica del objeto principal de la Lógica, que trata de los Lekta (λεκτά). Vamos a explicar a continuación este importante concepto.

B. Lekta

19.04 Los de la Estoa dicen que estas tres cosas están relacionadas: lo significado (σημαινόμενον), lo significante (σεμαῖνον) y el objeto (τυγχάνον). El significante será el sonido mismo, p. e., el (sonido) "Dión"; lo significado, la cosa misma que se manifiesta mediante (este sonido) y que nosotros captamos como coexistente con nuestra mente, (mas) que los bárbaros no aprehenden por más que oigan el sonido; el objeto es, en cambio, lo que existe en el exterior, p. e., Dión mismo. De éstos (tendrán) que ser corporales dos, a saber, el sonido y el objeto, y uno no corporal, a saber, la cosa significada, el Lekton, que será, (además), verdadero o falso.

19.05 Por Lekton entienden lo que corresponde a una representación mental (φαντασίαν λογικήν).

19.06 Algunos, y en primer lugar los de la Estoa, piensan que la verdad se diferencia de lo verdadero de tres maneras..., la verdad es un cuerpo, lo verdadero, en cambio, es incorpóreo; y esto es claro, dicen, pues lo verdadero es una proposición (ἀξίωμα), (pero) una proposición (es) un Lekton, y el Lekton es incorpóreo.

No hemos traducido el término griego λεκτόν; esta palabra se deriva de λέγειν y significa literalmente "lo dicho", e. d., lo que se significa cuando se habla con sentido. Es digno de tenerse en cuenta el último texto citado, relativo a la verdad y lo verdadero. Aquélla es algo psíquico; y todo lo psíquico, pero de una manera especial todo pensamiento, es para los Estoicos un cuerpo. Pero el Lekton no es un *objeto del orden del pensamiento*, un *conceptus subiectivus*, en terminología escolástica. Es, para hablar con Frege, el *sentido* de la expresión, el *conceptus obiectivus* escolástico, lo significado objetivamente. En las *Categorías* (pseudo)-aristotélicas encontramos un pasaje (10.11) en el que se habla del λόγος τοῦ πράγματος: éste corresponde al Lekton estoico. Lo único que el Lekton ha pasado en la Estoa a ser el objeto principal de la Lógica y el objeto *único* de la Lógica formal. Con ello se ha renunciado a la neutralidad aristotélica de la Lógica, adoptándose un determinado punto de vista filosófico, el cual encierra una posición filosófica revolucionaria, tanto más admirable cuanto que numerosos Filósofos y Lógicos hasta fecha muy reciente han confundido el Lekton con representaciones psíquicas, e incluso con procesos psíquicos (v. 26.07, 36.08). Que la Lógica estoica es una ciencia de los Lekta, es algo que se desprende de su división:

19.07 La Dialéctica se divide (dicen) en el capítulo sobre lo significado y (el capítulo) sobre el sonido. Y el de lo significado (se divide) en

el (capítulo) sobre las representaciones y en el de los Lekta correspondientes a ellas: las proposiciones y los (Lekta) independientes y los predicados y otros semejantes..., los argumentos y modos y silogismos y los sofismas (que resultan) del sonido y del objeto... Capítulo propio de la Dialéctica es también el ya citado sobre el sonido mismo.

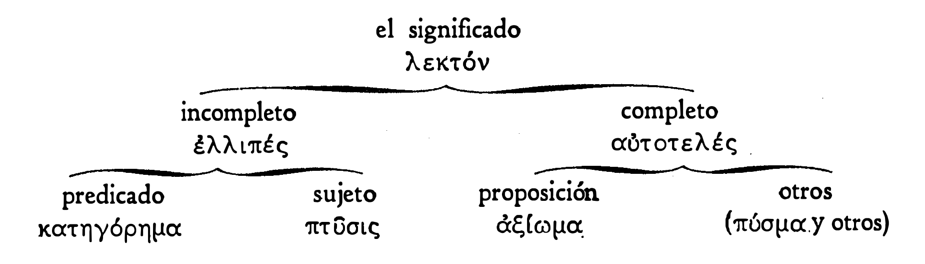
C. SINTAXIS

19.08 Los elementos del lenguaje son las veinticuatro letras. "Letra" dícese de tres maneras: la letra (misma), el signo (escrito) (χαρακτήρ) de la letra y su nombre, p. e., "alfa"... La voz (φωνή) se diferencia del lenguaje (λέξις) en que incluso un sonido simple es voz, mientras lenguaje lo es sólo un sonido articulado. El lenguaje, empero, se diferencia del enunciado (λόγος) en que el enunciado siempre tiene sentido, mientras el lenguaje es también sin sentido, p. e., "blityri", que en modo alguno es enunciado.

19.09 El enunciado tiene cinco partes, como dicen Diógenes, en su (tratado) *Sobre la voz*, y Crisipo: nombre propio (ὄνομα), nombre común (προσηγορία), verbo (ῥῆμα), conjunción (σύνδεσμος), artículo...

19.10 Nombre común es, según Diógenes, una parte del discurso que expresa una cualidad común, p. e., "hombre", "caballo". Nombre propio, en cambio, es una parte del enunciado que muestra una cualidad particular, p. e., "Diógenes", "Sócrates". Verbo es, según Diógenes, una parte del discurso que significa un predicado (κατηγόρημα) no compuesto, o, como (lo definen) otros, una parte indeclinable del enunciado que significa algo acoplable a uno o a varios, p. e., "yo escribo", "yo hablo". Conjunción es una parte indeclinable del enunciado que conecta sus partes.

Las exposiciones sobre la división de los Lekta por desgracia se contradicen y resultan oscuras. El siguiente esquema general debido a B. Mates [91] quizá sea el que mejor corresponda a la doctrina estoica original:



[91] *Stoic Logic*, 16.

Por el contrario, la división de las proposiciones es clara y se nos ha conservado por extenso.

19.11 Proposición es lo que es verdadero o falso, o una cosa (πρᾶγμα) completa en sí, capaz de ser negada en sí misma, como dice Crisipo en las *Definiciones dialécticas:* "Proposición es lo que puede ser en sí mismo o negado o afirmado, p. e., "es de día", "Dión pasea". Se la denomina axioma (ἀξίωμα) del hecho de ser admitida (ἀξιοῦσθαι) o rechazada. En efecto, el que dice "es de día" parece admitir que es de día; y, si es de día, la proposición en cuestión será verdadera; mas, si no es (de día), (será) falsa. Proposición, cuestión, indagación, mandato, juramento, deseo, suposición, advocación y otras cosas semejantes a proposición son todas diferentes entre sí.

19.12 Las proposiciones son unas simples, otras no simples, como dicen los de Crisipo, Arquedemo, Atenodoro, Antípater y Crinis. Simples son las que constan de una proposición no repetida (μὴ διαφορουμένου), p. e., "es de día". No simples son las que constan de una proposición repetida o de (varias) proposiciones: de una proposición repetida, p. e., "si es de día, es de día"; de (varias) proposiciones, p. e., "si es de día, hay luz".

19.13 Entre las proposiciones simples, unas son determinadas (ὡρισμένα), otras indeterminadas, algunas una cosa intermedia (μέσα). Determinadas son las que enuncian con referencia, p. e., "éste pasea", "éste está sentado": [hacen referencia a un hombre concreto]. Indeterminadas son aquellas en las cuales ocupa el lugar central (κυριεύει) una partícula (μόριον) indeterminada, p. e., "alguien está sentado". Intermedias son las que son así: "un hombre está sentado" o "Sócrates pasea"...

19.14 Entre las proposiciones no simples está la condicional (συνημμένον = condicional), como dicen Crisipo, en la *Dialéctica,* y Diógenes, en el *Arte dialéctica,* aquélla que se halla estructurada mediante la conjunción implicativa "si (- entonces)"; esta conjunción indica que lo segundo se sigue de lo primero, p. e., "si es de día, hay luz". Proposición inferencial (παρασυνημμένον) es, como dice Crinis en el *Arte dialéctica,* la que comienza con una proposición y termina con una proposición y se articula (παρασυνῆπται) mediante la conjunción "puesto que" (ἐπεί), p. e., "puesto que es de día, hay luz". Esta conjunción indica que lo segundo se sigue de lo primero, y que lo primero es un hecho real. Conjuntiva (συμπεπλεγμένον) es la proposición que se articula mediante ciertas conjunciones conectivas, p. e., "es de día y hay luz". Disyuntiva (διεζευγμένον) es (la proposición) que se articula mediante la conjunción disyuntiva "o", p. e., "es de día o es de noche". Esta conjunción indica que una de las proposiciones es falsa. Causal (αἰτιῶδες) es la proposición

articulada mediante la conjunción "porque", p. e., "porque es de día, hay luz". Se supone, en efecto, que lo primero es causa de lo segundo. Proposición que expresa (la idea de) más (bien) es la que se articula por medio de la conjunción (más bien) "que", exponente del más, que va colocada en medio de la proposición, p. e., "es más bien de noche que de día".

Hay que observar que estos textos se refieren en todos los pasajes a Lekta y no a palabras ni a procesos psíquicos, razón por la que andan descaminadas la mayoría de las traducciones (como las de Apelt [92] y Hicks), al hablar de "*palabras* conectivas" y "juicios".

D. Teoría de las Categorías

19.15 El género común "quod est" no tiene nada sobre sí: es el comienzo de las cosas, y todas quedan debajo de él. Los Estoicos quieren poner por encima de él otro género más radical (*magis principale*).

19.16 A algunos Estoicos les parece ser el primer género "quid": voy a decir por qué. En la naturaleza, dicen, existen algunas cosas, otras no. Mas incluso las que no existen, se hallan contenidas en la naturaleza, (a saber), las que aparecen en el alma, como centauros, gigantes y cualquier otra cosa que, al ser formada falsamente por el pensamiento, adquiere imagen, si bien no tiene sustancia.

Hay, por consiguiente, según estos Estoicos, un *summum genus*. Esto representa un retroceso respecto de la perspicaz anticipación de la teoría de los tipos de Aristóteles (11.14).

19.17 Los Estoicos, en cambio, opinan que los primeros géneros quedan reducidos a un número más pequeño (que el aristotélico)... Adoptan una división en cuatro (géneros): sujetos (ὑποκείμενα), cualidades (ποιά), haberse de determinada manera (πῶς ἔχοντα) y haberse de determinada manera respecto de algo (πρός τί πως ἔχοντα).

Estas cuatro categorías *no* se han de entender como géneros supremos (bajo el género "quid"): e. d., no se trata de que un ente sea sujeto y otro relación, sino que *todas* las categorías convienen a *todo ente*, y cada categoría supone la precedente [93]. Esta doctrina no tiene mayor importancia para la Lógica.

---

92 Diog. Laert., *Leben und Meinungen*, trad. O. Apelt.
93 Textos tomados de: Trendelenburg, *Gesch. d. Kategorienlehre*, 221 ss.

E. Verdad

Prescindiendo de la diferencia expuesta más arriba entre verdadero y verdad (19.06), los Estoicos parecen haber empleado el término "verdadero" por lo menos en cinco sentidos. Sexto dice a este respecto:

19.18 Algunos de ellos han situado lo verdadero y lo falso en los significados (= Lekta), otros en el sonido, otros, a su vez, en el movimiento de la mente.

Por lo que hace a la verdad de los Lekta pueden distinguirse, a su vez, tres sentidos:

1. Verdad de las proposiciones.
2. Verdad de las formas proposicionales (e. d., de lo significado mediante funciones sentenciales): que Megáricos y Estoicos predicaron verdad y falsedad de tales formas sentenciales, se desprende de sus teorías sobre los functores modales (v. infra).
3. Verdad de los argumentos (v. 21.04).

Todos éstos son Lekta; pero Sexto cita todavía dos especies más de verdad:

4. Verdad de las representaciones.
5. Verdad de las sentencias.

Por lo que conocemos, la primera especie de verdad era fundamental en el sentido de que se presuponía en todas las demás. Así, p. e., los Estoicos definían por medio de ella, con la ayuda de variables temporales, la verdad de las formas proposicionales; y la verdad de los argumentos, mediante la verdad de las proposiciones condicionales correspondientes; mientras la de las representaciones y sentencias se puede reducir en el contexto a la de los Lekta, según lo que sabemos acerca de las relaciones entre ellos.

F. Modalidades

De las interesantísimas doctrinas megáricas sobre las modalidades no nos han quedado más que fragmentos. Trátase, a lo que parece, de un intento de reducir la necesidad y posibilidad a una proposición asertórica con la ayuda de variables temporales, cosa que va muy acorde con el punto de vista empirista de estos pensadores. Reproducimos aquí sólo los dos pasajes más importantes:

19.19 (Lo "posible") se puede predicar también de aquel posible llamado "diodórico", a saber, el que es o será. Este (Diodoro), en efecto, no ha admitido como posible más que lo que es o será. Pues, según él, es posible que yo esté en Corinto, si estoy en Corinto o lo he de estar; y no sería posible, caso de que no lo hubiera de estar. Y es posible que un niño llegue a gramático, caso de que, efectivamente, haya de llegar a ello. Para demostrarlo introdujo Diodoro el llamado argumento dominante (κυριεύων). Y lo mismo Filón.

19.20 (El problema) del argumento dominante parece arrancar de estos principios más o menos. Como estas tres (proposiciones) son incompatibles entre sí: (1) toda verdad acerca del pasado es necesaria, (2) lo imposible no se sigue de lo posible, (3) posible es lo que ni es verdadero ni lo será; Diodoro, a la vista de esta incompatibilidad y simultáneamente de la mayor plausibilidad de las dos primeras, sacó la conclusión (de que) no es posible nada que ni es ni haya de ser verdad.

Desgraciadamente es éste el único texto un poco extenso sobre el famoso argumento dominante de Diodoro, y no nos permite hacernos cargo del problema, toda vez que ignoramos por qué las tres proposiciones hayan de ser incompatibles. Una cosa, con todo, parece clara, y es la definición de la posibilidad de la siguiente forma:

19.201 p es posible (ahora) si y sólo si p es verdadero ahora, o lo ha de ser en algún tiempo futuro.

De un texto bastante vago de Boecio[94] podemos seguir deduciendo que las definiciones de los otros functores modales debían ser, más o menos, las siguientes:

19.202 p es imposible (ahora) si y sólo si p no es verdadero y no lo ha de ser nunca.

19.203 p es necesario (ahora) si y sólo si p es verdadero y lo ha de ser siempre.

19.204 p no es necesario (ahora) si y sólo si p no es verdadero o no lo ha de ser en algún tiempo futuro.

§ 20. FUNCTORES SENTENCIALES

A la escuela megárico-estoica debemos agudas disquisiciones sobre los más importantes functores sentenciales. En ellas, los pensadores de la Escuela llegaron hasta proponer matrices de verdad totalmente correctas.

A. NEGACIÓN

20.01 Llaman negativa sólo a la (proposición) que va precedida por la partícula negativa.

Este texto pone de manifiesto un hecho avalado por numerosos pasajes, a saber, que los Estoicos construyeron su Lógica no sólo formalmente, sino forma-

[94] *Com. Peri Herm.* (ed. Meiser) I 234, 22-235, 11.

lísticamente. Esto fue criticado, entre otros, por Apuleyo y Galeno, que decían que los Estoicos sólo se preocupaban de la forma lingüística. Sin embargo, este reproche —si es que es tal reproche— resulta insostenible a la vista de lo que sabemos sobre el objeto de la Lógica estoica: el formalismo estoico se refiere a las palabras *en cuanto* signos de los Lekta.

20.02 Entre las proposiciones simples están la negativa (ἀποφατικόν), la denegativa (ἀρνητικόν), la privativa (στερητικόν)... Ejemplo de negativa es: "No es de día". Una especie de esta (proposición) es la super-negativa (ὑπεραποφατικόν). La super-negativa es la negación de la negativa, p. e.: "No, no es de día". Ésta declara que es de día. (Proposición) denegativa es la que consta de una partícula denegativa y un predicado, p. e.: "No está paseando nadie". (Proposición) privativa es la que consta de una partícula privativa y una proposición potencial, p. e.: "Éste es descortés".

Entre los fragmentos que han llegado hasta nosotros, no contamos con una tabla de valores de la negación; el texto citado parece contener, por el contrario, la ley de la doble negación:

20.021 No no-*p*, si y sólo si *p* (v. p. 151, n. 132).

B. Implicación

La definición de implicación fue para Megáricos y Estoicos tema de acaloradas disputas:

20.03 Todos los Dialécticos mantienen en común que una (proposición) implicativa es correcta (ὑγιής) cuando su consecuente se sigue (ἀκολουθεῖ) de su antecedente; disputan, en cambio, sobre (la cuestión) de cuándo y cómo se sigue, adoptando (a este respecto) criterios contrapuestos.

Efectivamente, Calímaco, bibliotecario de Alejandría en el s. II a. C., decía:

20.04 Hasta los cuervos graznan en los tejados sobre cuál es la implicación correcta.

1. *Implicación filónica*

20.05 Filón decía que la (proposición) "implicativa" es verdadera cuando no comienza con (proposición) verdadera y acaba con falsa. Por tanto, según él, origínase (proposición) implicativa verdadera de tres formas, en cambio falsa (sólo) de una. En efecto, (1) si empieza con verdadera y acaba con verdadera, es verdadera, p. e., "si es de día, hay luz"; (2) si comienza con falsa y acaba con falsa, es verdadera, p. e., "si la

tierra vuela, es que tiene alas"; (3) y lo mismo también la que empieza con falsa y acaba con verdadera, p. e., "si la tierra vuela, es que existe". Falsa (por el contrario), será sólo cuando, comenzando con verdadera, termina con falsa, p. e., "si es de día, es de noche"; en efecto, siendo de día, la (proposición) "es de día" —que era el antecedente— es verdadera; y "es de noche" —la que constituía el consecuente— es (entonces) falsa.

En este punto se hacen precisas ciertas aclaraciones sobre la terminología. Los Estoicos denominan al antecedente ἡγούμενον, al consecuente λῆγον —tenían también los correspondientes verbos: ἡγεταί, λήγει— denominaciones intraducibles en su sentido técnico. Por esta razón hemos traducido sencillamente estos verbos, siguiendo su significación usual, por "comienza" y "termina". Hemos traducido también, siguiendo su sentido corriente por "implicativa", la designación misma de las sentencias (y de las proposiciones por ellas significadas), sin hablar para nada de proposiciones "condicionales", ya que, a lo que parece, la idea de condición (*conditio*) era extraña a los pensadores megárico-estoicos.

Y por lo que hace al contenido de los pasajes aducidos, tenemos en ellos una perfecta matriz de verdad que puede expresarse en el siguiente cuadro:

20.051

ANTECEDENTE	CONSECUENTE	PROPOSICIÓN IMPLICATIVA
verdadero	verdadero	verdadera
falso	falso	verdadera
falso	verdadero	verdadera
verdadero	falso	falsa

Es, como se ve, la matriz de verdad de la denominada implicación material, presentada en un orden distinto al habitual en nuestros días (41.12; con todo, 42.23). Ésta merece categóricamente ser denominada "filónica".

2. *Implicación diodórica*

20.06 Diodoro dice que es verdadera la (proposición) implicativa que, empezando por verdadera, ni pudo ni puede acabar por falsa. Lo cual contradice la tesis filónica. En efecto, la (proposición) implicativa "si es de día, yo discuto" es, según Filón, verdadera, caso de que sea ahora de día y yo esté discutiendo, toda vez que comienza por la (proposición) verdadera "es de día" y acaba por la (proposición) verdadera "estoy discutiendo". Pero, según Diodoro, es falsa. En efecto, hasta un cierto tiempo puede comenzar por la (proposición) verdadera "es de día" y acabar por la falsa "estoy discutiendo", caso de que yo (más tarde) haya de callarme... (y) antes de haber comenzado yo a discutir, comenzaba con una (proposición) verdadera y terminaba con una falsa "estoy discutiendo". Más: la (proposición) "si es de noche, yo discuto" es ver-

dadera, según Filón, caso de que sea de día y yo esté callado, pues (entonces) comienza con falsa y acaba con falsa. Para Diodoro, en cambio, (es) falsa, pues puede, comenzando por verdadera, acabar con falsa, caso de que haya pasado la noche y de que yo (tampoco) discuta (ya), sino que esté callado. Y también la (proposición) "si es de noche, es de día" es verdadera, según Filón, caso de que sea de día, (y precisamente) porque, comenzando con la (proposición) falsa "es de noche", acaba con la verdadera "es de día". Mas, según Diodoro, es falsa precisamente porque, cuando venga la noche, comenzando con la (proposición) verdadera "es de noche", puede acabar con la falsa "es de día".

En consecuencia, podemos expresar la implicación diodórica mediante la siguiente definición:

20.061 Si *p*, entonces *q*, si y sólo si para cualquier tiempo *t* no se da el caso de que *p* en *t* sea verdadera y *q* en *t* falsa.

3. *Implicación "conexa"*

20.07 (Según Diodoro), es verdadera esta (proposición): "Si no hay elementos indivisibles de los entes, entonces hay elementos indivisibles de los entes"... En cambio, los que admiten la conexión (συνάρτησιν) dicen que la (proposición) implicativa es correcta cuando la contradictoria (ἀντικείμενον) de su consecuente es incompatible (μάχηται) con su antecedente. Según ellos son, pues, incorrectas (μοχτηρά) las citadas (proposiciones) (20.05) implicativas, pero es verdadera (ἀλεθές) la siguiente: "si es de día, es de día".

20.08 Es verdadera la (proposición) implicativa en la que el opuesto del consecuente es incompatible con el antecedente, p. e., "si es de día, hay luz". Esta (proposición) es verdadera, pues "no hay luz" (e. d.), el opuesto del consecuente es incompatible con "es de día". Es falsa la (proposición) implicativa en la que el opuesto del consecuente no es incompatible con el antecedente, p. e., "si es de día, Dión pasea", pues "Dión pasea" no es incompatible con "es de día".

Esta definición se le ha atribuido muy a menudo a Crisipo[95]: mas esta procedencia puede ponerse en tela de jucio[96]. No es claro cómo haya de entenderse. Quizá se trate de una forma antigua de la *strict implication* (v. p. 418, n. 53, 31.13).

4. *Implicación "inclusiva"*

20.09 Quienes juzgan (la implicación) por la apariencia (ἐμφάσει κρίνοντες), dicen que es verdadera la (proposición) implicativa cuyo con-

[95] Hurst, *Implication*, 491; Zeller III/I 105, n. 5.
[96] V. Mates, *Stoic Logic*, 48.

secuente se halla potencialmente (δυνάμει) contenido en el antecedente. Según ellos, la (proposición) "si es de día, es de día", lo mismo que toda (proposición) implicativa reduplicativa será probablemente falsa, pues una cosa no puede estar contenida en sí misma.

Tampoco esta definición es plenamente inteligible. Parece como si se tratara de una relación de subordinación, algo así como la que se da entre una sentencia sobre todos los elementos de una clase y otra sobre los elementos de una de sus subclases (inferiores). En nuestras fuentes no encontramos ninguna otra referencia a esta definición; parece, por consiguiente, que fue sostenida sólo por determinados Lógicos aislados de la escuela.

C. Disyunción

Sobre la disyunción sabemos mucho menos que sobre la implicación. Parece que en torno a ella tuvo lugar idéntica polémica que en torno a la definición de implicación. Con todo, nuestros textos resultan insuficientes y oscuros. Lo único seguro es que se admitían al menos dos especies de disyunción: la completa (exclusiva) y la incompleta (no exclusiva). La primera se halla bien documentada.

1. *Disyunción completa*

20.10 La (proposición) disyuntiva consta de (proposiciones) opuestas (contradictoriamente) —(en este caso), de las que afirman que existen signos y que no existen signos...—. Efectivamente, dado que toda (proposición) disyuntiva es verdadera (precisamente) cuando contiene una (proposición) verdadera, y se ve que una de las (dos proposiciones contradictoriamente) opuestas es verdadera siempre, hay que decir categóricamente que la (proposición: o hay signos, o no hay signos) formada de esta manera, es verdadera.

20.11 Hay todavía otra (proposición) que los griegos llaman διεζευγμένον ἀξίωμα y nosotros *disiunctum*. Es del tipo siguiente: "El placer es, o malo, o bueno, o ni bueno ni malo". Ahora bien, todas las (proposiciones) que se hallan disyunctas (*disiuncta*) (en tal proposición) son incompatibles entre sí, y sus opuestos, llamados por los griegos ἀντικείμενα, deben ser también contrarios (*contraria*) entre sí. De todas las (proposiciones) disyunctas, una debe ser verdadera, las restantes falsas. Y si ninguna de ellas, o todas, o más de una es verdadera, o si las disyunctas no son incompatibles o sus opuestas contrarias entre sí; entonces, la (proposición) disyuntiva será falsa, y la llaman παραδιεζευγμένον.

20.12 La (proposición) disyuntiva correcta indica que una de sus (proposiciones) es correcta, la otra o las otras falsas e incompatibles.

Estos textos ofrecen una dificultad: en el fondo se supone que una sentencia podría ser más contradictoria que otra. A pesar de ello, la praxis de la escuela respecto de la disyunción aquí definida es inequívoca: en el sentido que ellos le dan, "*p* o *q*" se concibe como la negación de la equivalencia (v. más abajo 22.06), e. d., de forma que precisamente uno de los dos argumentos es verdadero y el otro falso.

2. *Disyunción incompleta*

Las referencias que nos han llegado sobre ella son totalmente confusas. La mejor procede de Galeno, siendo con todo, problemático en qué medida hay que ver en ella doctrina megárico-estoica y en qué medida la propia especulación de Galeno:

20.13 Este estado de cosas muestra una incompatibilidad completa (τέλειαν μάχην), el otro incompleta (ἐλλιπήν), según el cual decimos, p. e.: "Si Dión está en Atenas, Dión no está en el istmo". La incompatibilidad tiene de común, en efecto, que los incompatibles no pueden darse juntos; (sus especies) se diferencian, en cambio, en que, según una (de ellas), los (incompatibles) no pueden ni existir juntos ni perecer juntos; según la otra, en cambio, les puede acontecer esto (último). Por tanto, si les conviene únicamente el no-poder-subsistir-juntos, la incompatibilidad es incompleta; si, además, (les conviene) el no-poder-perecer-juntos, completa.

20.14 Nada nos impide llamar a las (proposiciones) que tienen en sí una incompatibilidad completa "disyuntivas" (διεζευγμένα), y a las que (la tienen) incompleta "quasi-disyuntivas"... Mas en algunas (proposiciones) pueden (darse también) varias, e (incluso) todas las (partes), no solamente una; mas es necesario que se dé una. Algunos llaman a tales (proposiciones) "paradisyuntivas" (παραδιεζευγμένα): éstas contienen solamente una (proposición) verdadera de entre las disyunctas en su seno, independientemente de que se hallen compuestas por dos o más proposiciones simples.

Trátase claramente aquí de dos especies distintas de proposiciones disyuntivas y consiguientemente, de disyunción. La primera es la denominada "quasi-disyunción", y parece equivaler a la negación de la conjunción:

20.141 *p* o *q* si y sólo si no: *p* y *q*.

El functor en cuestión aquí sería, por tanto, el de Sheffer (pág. 359).

La segunda especie se llama "sub-disyuntiva", y podría definirse mediante la siguiente equivalencia:

20.142 *p* o (también) *q* si y sólo si: si no *p*, entonces *q*.

Trátase aquí del moderno functor de la suma lógica (v. 14.08 ss.).

Ninguno de estos dos functores es empleado por los Estoicos en la práctica, al menos en cuanto podemos deducir de las fuentes de que disponemos.

D. Conjunción

20.15 Lo que los griegos llaman συμπεπλεγμένον, lo llamamos nosotros *coniunctum* o *copulatum*. Es del tipo siguiente: "P. Escipión, hijo de Paulo, fue dos veces cónsul y obtuvo los honores del triunfo (una), y desempeñó la censura y fue en ella colega de L. Mummio". En toda (proposición) conjuntiva, *(coniunctum)*, se llama falso al conjunto cuando es falsa una (parte), incluso siendo las demás verdaderas. En efecto, si a todas las verdades que acabo de decir de Escipión añado: "y venció a Aníbal en África", que es falso, tampoco serán verdaderas todas las expresadas conjuntivamente, en razón de la única falsa que se les ha añadido, al ser expresadas simultáneamente.

E. Equivalencia

20.16 Los silogismos que tienen premisas hipotéticas se forman mediante el tránsito de una cosa a otra en virtud de consecuencia (ἀκολουθία) o incompatibilidad, cada una de las cuales (puede ser) completa o incompleta.

20.17 La premisa disyuntiva exclusiva (διαιρετική) es equivalente a la siguiente expresión: "Si no es de día, es de noche".

El último texto, en el que se trata, con toda seguridad, de la disyunción completa (20.10 ss.), no puede interpretarse más que refiriéndose a la "consecuencia completa" (20.16): es, pues, la equivalencia. Tenemos, en este caso, la siguiente definición, en la que "o" ha de entenderse en sentido exclusivo:

20.171 De p se sigue completamente q, si y sólo si no: p o q.

El descubrimiento de este hecho se lo debemos a Stakelum [97]. Boecio, que probablemente se inspira en una fuente estoica, entiende la sentencia "Si A — B" precisamente en este sentido [98]. Se puede, por tanto, suponer con verosimilitud que el functor de equivalencia era ya conocido de los Estoicos con el nombre de "consecuencia completa".

F. Otros functores

Tenemos todavía otras definiciones de consecuencia (p. e., 19.14). Ésta consta de una combinación de la conjunción con la implicación diodórica (en todo caso,

[97] *Galen and the logic,* 46 ss.

[98] V. v. d. Driessche, *Le "De syllogismo"*.

no con la filónica). Otras especies de proposiciones compuestas las constituyen las proposiciones causales y relativas: sus functores no pueden definirse mediante una matriz de verdad. Quizá existieron, además, otros functores análogos.

§ 21. ARGUMENTOS Y ESQUEMAS DE INFERENCIA

A. ARGUMENTOS CONCLUYENTES VERDADEROS Y DEMOSTRATIVOS

21.01 Argumento (λόγος) es un sistema que consta de premisas y conclusión; se denominan premisas (las) proposiciones ordenadas para la demostración de la conclusión, y conclusión la proposición demostrada a partir de las premisas. P. e., en el (argumento) siguiente: "Si es de día, hay luz; ahora bien, es de día; luego hay luz", la (proposición) "hay luz" es la conclusión, y las restantes las premisas.

21.02 Ciertos argumentos son concluyentes (συνακτικοί), otros no concluyentes. Son concluyentes (los argumentos) cuando una (proposición) implicativa que comience con la conjunción de las premisas del argumento y termine con su conclusión es correcta. P. e., es concluyente el argumento citado más arriba, ya que de la conjunción de sus premisas "si es de día, hay luz" y "es de día" se sigue la (proposición) "hay luz", (a saber), en esta (proposición) implicativa: "Si: es de día y: caso de que sea de día, hay luz; entonces hay luz" [99]. No concluyentes son (aquellos) argumentos que no se comportan de esta forma.

Es éste un texto muy importante que muestra la penetración con que los Estoicos supieron distinguir entre una proposición condicional (y la implicación), por una parte, y el esquema de inferencia o argumento (y la consecuencia), por otra. Denomínase, en efecto, concluyente (συνακτικός) un argumento cuando es correcta (ὑγιές) la proposición condicional correspondiente.

Los Estoicos poseían una terminología fija para las partes del argumento. En el caso más simple constaba de dos premisas: λήμματα (en sentido amplio); la primera se llamaba también λῆμμα (en sentido estricto), en contraposición con la segunda, que llevaba el nombre de πρόσληψις [100]; cuando la primera premisa era compuesta se denominaba también τροπικόν [101].

21.03 Entre los argumentos hay algunos no concluyentes (ἀπέραντοι), otros concluyentes (περαντικοί). No concluyentes son aquellos en

---

[99] Adopto la lectura: εἴπερ εἰ ἡμέρα ἐστί, φῶς ἐστι, καὶ ἡμέρα ἐστί, φῶς ἐστιν, calificada por Heintz de "monstruosidad", si bien es evidentemente la única correcta. (Heintz, *Studien*, 62 s. y 195. V. Mates, *Stoic Logic*, 110, n. 26 y *Pyrr. Hyp.* B 113.

[100] *DL* VII 76.

[101] Alej. Afrod., *In An. Pr.* 262, 28-32.

los que el opuesto contradictorio de la conclusión no es incompatible con la conjunción de las premisas, p. e., los que son así: "Si es de día, hay luz; ahora bien, es de día; luego Dión pasea".

De aquí parece seguirse que la proposición condicional correspondiente a este argumento debe incluir el functor de implicación connexa para que un argumento sea concluyente (v. 20.07 s. y el comentario correspondiente).

21.04 De los argumentos concluyentes, unos son verdaderos, otros falsos. Son verdaderos cuando no sólo la (proposición) implicativa (que resulta) de la conjunción de las premisas y la conclusión es, como ya se ha dicho, correcta, sino que además [102], es verdadera la conjunción de las premisas, a saber, la que da lugar al antecedente en la (proposición) implicativa.

He aquí de nuevo una doctrina de extraordinaria importancia que ofrece una clara distinción entre la corrección formal y la verdad. Es cierto que ya Aristóteles conoció esta diferencia (10.02 s.), pero aquí encontramos su primera formulación explícita precisa.

21.05 De los argumentos verdaderos, algunos son demostrativos (ἀποδεικτικοί), otros no demostrativos; demostrativos son los que de (algo) manifiesto concluyen (algo) no manifiesto, no demostrativos los que no son así. P. e., el argumento: "Si es de día, hay luz; ahora bien, es de día; luego hay luz" no es demostrativo, pues la conclusión es aquí el (hecho) de haber luz, (que es manifiesto); por el contrario, es demostrativo este (argumento): "Si el sudor corre por la superficie, es que existen poros inteligibles (νοητοί); ahora bien, el sudor corre por la superficie; luego existen poros inteligibles", pues tiene una conclusión no manifiesta, a saber: "Existen poros inteligibles".

"Inteligible" quiere decir aquí "*sólo* cognoscible por la inteligencia": los poros son invisibles.

La división de los argumentos dada en los últimos textos carece, desde el punto de vista lógico, de importancia; tiene, en cambio, gran interés para la Metodología. Podríamos resumirla en el siguiente esquema:

- Argumentos
  - concluyentes
    - verdaderos
      - demostrativos
      - no demostrativos
    - no verdaderos
  - no concluyentes

B. ARGUMENTOS NO SILOGÍSTICOS

Otra división interesante muestra lo agudo de la distinción que los Estoicos supieron establecer entre lenguaje y metalenguaje:

---

102 Con Mates (*Stoic Logic*, 111), suprimo: καὶ τὸ συμπέρασμα.

21.06 De los argumentos concluyentes, unos se denominan, homónimamente con el género (entero de argumentos concluyentes), "concluyentes" (περαντικοί), los otros "silogísticos". Silogísticos son los que, o son indemostrables (ἀναπόδε κτοί), o son reductibles a indemostrables en virtud de una o algunas reglas (τῶν θεμάτων), p. e.: "Si Dión pasea, Dión se mueve; ahora bien, Dión pasea; luego Dión se mueve". Concluyentes en sentido específico son aquellos que no concluyen silogísticamente, p. e., los del tipo siguiente: "Es falso que es de día y es de noche; ahora bien, es de día; luego no es de noche". No silogísticos, en cambio, son los argumentos que se parecen a los silogísticos, pero que no concluyen (su conclusión), p. e.: "Si Dión es un caballo, Dión es un animal; ahora bien, Dión no es un caballo; luego Dión no es un animal".

21.07 ... los modernos, en cambio, persiguiendo la expresión lingüística, no las significaciones..., dicen, cuando se expresa uno de esta forma: "Si *A*, entonces *B;* ahora bien, *A;* luego *B*", que el argumento es silogístico; pero que "*B* se sigue de *A;* ahora bien, *A;* luego *B*" no es, en modo alguno, silogístico, sino concluyente.

21.08 ...el tipo de argumentos denominados por los modernos "ametódicamente concluyentes" (ἀμεθόδως περαίνοντες) como éste, p. e.: "Es de día; ahora bien, tú dices que es de día; luego tú dices la verdad".

21.09 (Los denominados por los modernos "ametódicamente concluyentes"...) son como los siguientes: "Dión dice que es día; ahora bien, Dión dice la verdad; luego es de día".

21.10 ... como los argumentos ametódicamente concluyentes de los Estoicos. Si alguien, p. e., dijera: "El primero (es) mayor que el segundo, el segundo (mayor) que el tercero, luego el primero (es) mayor que el tercero".

C. Otros tipos de argumentos

21.11 Tampoco aquellos argumentos denominados por ellos "duplicados" (διφορούμενοι) son silogísticos; p. e., éste: "Si es de día, es de día; ahora bien, es de día; luego es de día".

21.12 El (argumento): "Si es de día, hay luz; ahora bien, es de día; luego es de día", y en general los denominados por los modernos "indiferenciadamente concluyentes" (ἀδιαφόρως περαίνοντες)...

21.13 Antípater, uno de los hombres más famosos de la secta de los Estoicos, decía que podían formarse también argumentos con una (única) premisa (μονολήμματοι).

21.14 De una premisa no resulta combinación *(collectio)* alguna (concluyente), si bien la conclusión: "Ves, luego vives" le parecía completa a Antípater el Estoico, contra la doctrina de todos (los demás), siendo así que (sólo) es completa de la siguiente forma: "Si ves, vives; ahora bien, ves; luego vives".

21.15 Un argumento como el que dice: "Es de día; no: no es de día; luego hay luz" tiene potencialmente una (única) premisa.

Las demás divisiones de los argumentos, relativamente numerosas, no aparecen claras en nuestras fuentes. Diógenes habla de argumentos "posibles, imposibles, necesarios y no necesarios" [103]. Sexto propone una división en argumentos demostrables e indemostrables, siendo los últimos simples o compuestos, pudiéndose reducir los compuestos a los simples (con lo cual son entonces demostrables) [104]. Las referencias en su conjunto resultan tan vagas que no nos hallamos en disposición de comprender el sentido de dicha división. Por el contrario, encontramos en Diógenes una doctrina consecuente sobre los argumentos "indemostrables": son simplemente los axiomas de la Lógica sentencial estoica. De ellos trataremos en el próximo capítulo.

D. Esquemas de inferencia

Los Estoicos supieron distinguir claramente entre una ley lógica y un caso de la misma, e. d., entre los modos de los argumentos y los argumentos mismos, distinción que Aristóteles emplea en la práctica, pero que teóricamente no conoce todavía.

21.16 Éstos son algunos de los argumentos. Sus modos (τρόποι), a manera de esquemas (σχήματα), según los cuales se forman, son de la siguiente manera: (esquema) del primer indemostrable: "Si el primero, (entonces) el segundo; ahora bien, el primero; luego el segundo"; del segundo: "Si el primero, (entonces) el segundo; ahora bien, no el segundo; luego no el primero"; del tercero: "No: el primero y el segundo; ahora bien, el primero; luego no el segundo".

Esquemas de inferencia semejantes poseemos para otros argumentos, incluso para algunos indemostrables (v. 22.13). Es chocante cómo las únicas variables que aparecen son números. Podría sospecharse que en Aristóteles pasaba lo mismo, pues en griego, las letras pueden funcionar como números; pero el hecho de que no sólo emplee las primeras letras del alfabeto, sino con mucha frecuencia también la Π, la Ρ y la Σ, parece excluir esta hipótesis.

Junto a estas fórmulas puras poseyeron también los Estoicos semi-argumentos y semi-esquemas "mixtos" que fueron denominados "esquemas de argumentos" (λογότροποι).

21.17 El esquema de argumento consta de ambos, p. e.: "Si Platón vive, Platón respira; ahora bien, lo primero; luego lo segundo". El esquema de argumento fue introducido para no tener necesidad, en

103 *DL* VII 79.
104 AM VIII 223-228.

las fórmulas largas, de una menor larga para expresar la conclusión, sino (poder decir) lo más brevemente posible: "Ahora bien, lo primero; luego lo segundo".

Otro ejemplo lo tenemos en el siguiente:

21.18 Si el sudor corre por la superficie, existen poros inteligibles; ahora bien, lo primero; luego lo segundo.

§ 22. AXIOMATIZACIÓN. ARGUMENTOS COMPUESTOS

La Lógica sentencial estoica parece haber sido rigurosamente axiomatizada, y precisamente dentro de la distinción expresa entre axiomas y reglas de inferencia.

A. Los indemostrables

Por lo que hace a los axiomas, la tradición textual no es clara (v. tb. p. 245, n. 2). Aquí ofrecemos la *definición* de indemostrable, según Diógenes; exposición y ejemplos son, en cambio, de Sexto:

22.01 Hay también ciertos (argumentos) indemostrables (ἀναπόδεικτοι) por no necesitar demostración, (y) por medio de los cuales se realiza cualquier otro argumento; según Crisipo son cinco, aunque según otros son (en número) distinto. Se presuponen en los (argumentos) concluyentes, en los silogismos y en los (raciocinios: τροπικῶν) hipotéticos.

22.02 (Indemostrables) son aquellos de los que dicen (los estoicos) que no necesitan demostración para mantenerse... Sueñan con numerosos indemostrables, pero fundamentalmente establecen cinco de los que parecen derivarse todos los restantes.

Esto significa nada menos que la afirmación de la perfección del sistema: no sabemos si con derecho, ya que sólo conocemos ciertos argumentos derivados, pero no los metateoremas.

(Proponen fundamentalmente cinco argumentos indemostrables:)

22.03 el primero, el que de (una proposición) implicativa y (su) antecedente deduce el consecuente, p. e.: "Si es de día, hay luz; ahora bien, es de día; luego hay luz";

22.04 el segundo, aquel que de una (proposición) implicativa y del opuesto contradictorio (ἀντικειμένου) de su consecuente concluye el opuesto contradictorio de (su) antecedente, p. e.: "Si es de día, hay luz; no hay luz; luego no es de día";

22.05 el tercero, (aquel) que de la negación (ἀποφατικοῦ) de (una) conjunción y de una (de las proposiciones contenidas) en la conjunción concluye el opuesto contradictorio de la otra, p. e.: "No: es de día y es de noche; ahora bien, es de día; luego no es de noche";

22.06 el cuarto, (aquel que) de (una proposición) disyuntiva (completa) y de una de las (proposiciones) disyuntas (ἐπεζευγμένων) (en ella), concluye el opuesto contradictorio de la otra, p. e.: "O es de día, o es de noche; ahora bien, es de día; luego no es de noche";

22.07 el quinto, (aquel que) de (una proposición) disyuntiva (completa) y de la contradictoria de una de las (proposiciones) disyuntas (en ella), concluye la otra, p. e.: "O es de día, o es de noche; ahora bien, no es de noche; luego es de día".

Otras fuentes menos seguras, hablan de dos indemostrables más, el sexto y el séptimo [105].

B. METATEOREMAS

La reducción de los argumentos demostrables a los indemostrables se realiza en la Lógica estoica por medio de ciertas reglas expresadas en metalenguaje. Se usaba para ella el nombre de θέμα; mas parece que también se empleaba para lo mismo la expresión θεώρημα [106]. Nosotros, siguiendo el uso moderno, los denominaremos "metateoremas". Por un texto de Galeno [107] sabemos que había (por lo menos) cuatro de tales metateoremas. Por extenso sólo se hallan documentados el primero y el tercero.

22.08 Existe, además, otra prueba común para todos (los silogismos), incluso para los indemostrables, que se llama "(reducción) al imposible", denominada por los Estoicos "primer metateorema" *(constitutio)* o "primera ley" *(expositum)* y que ellos formulan así: "Si de dos se concluye un tercero, se concluirá (también) de uno de los dos con el opuesto de la conclusión el opuesto del otro".

Ésta es la regla de la reducción al imposible (16.32) propuesta ya por Aristóteles de otra forma.

22.09 Lo esencial del llamado tercer metateorema (θέματος) queda expuesto así: si de dos se concluye un tercero y uno (de los dos) puede seguirse silogísticamente de (premisas) distintas, (entonces) el (tercero) se concluirá del otro y de aquellas (premisas) distintas.

Sobre este metateorema se funda, de hecho, la "reducción directa" aristotélica de los silogismos; puede formularse también así:

---

105 Cicerón, *Tóp.*, 57; M. Capella, *Opera* IV, 419 s.

106 V. Mates, *Stoic Logic*, 78, n. 77.

107 Galeno, *De plac.* (Opera, ed. Kühn, V, 1823) II/III, 224.

22.091 Si *r* se sigue de *p* y *q*, y *p* de *s*, entonces *r* se sigue de *q* y *s* (v. 14.101).

El siguiente es citado por Alejandro como "teorema sintético" (συνθετικὸν θεώρημα):

22.10 Si de ciertas (premisas) se concluye un tercero, y si (el tercero) concluido da un (quinto) con un o unos (cuartos), entonces este (quinto) se concluirá también de aquellas (premisas) de las que se concluyó este (tercero) más el o los (cuartos).

Trátase aquí de la siguiente regla:

22.101 Si de *p* y *q* se sigue *r*, y de *r* y *s*, *t*; entonces *t* se sigue de *p*, *q* y *s*;

o caso de sustituirse las premisas por una única variable:

22.102 Si de *p* se sigue *q*, y de *q* y *r*, *s*; entonces *s* se sigue también de *p* y *r*.

Sexto cita un metateorema semejante, pero, a lo que parece, no idéntico:

22.11 Es preciso saber que el siguiente teorema dialéctico (θεώρημα) se aduce para el análisis de los silogismos: si tenemos las premisas que arrojan una conclusión, tenemos también dicha conclusión potencialmente en estas (premisas), si bien no se halle explícitamente (κατ' ἐκφοράν) expresada.

Para la aplicación de este metateorema contamos con dos ejemplos detallados. Ambos pertenecen a la cumbre de la Lógica estoica.

C. Derivación de argumentos compuestos

22.12 De los (argumentos) no simples, unos constan de (argumentos) homogéneos, otros de no homogéneos; de homogéneos, los compuestos de los dos primeros indemostrables (22.03) o de los dos segundos (22.04); de no homogéneos, los (compuestos) de (un) primero y (un) tercero (22.05)[108] indemostrables, o de (un) segundo y (un) tercero y, en general, de tales (desiguales). Ejemplo de los que constan de (argumentos) homogéneos es el siguiente: "Si es de día[109], entonces, caso de que sea de día, hay luz; ahora bien, es de día; luego hay luz"... Como tenemos

108 Con Kochalsky, lleno la laguna con καὶ τρίτου.

109 Con Kochalsky, añado: εἰ ἡμέρα ἐστίν.

aquí dos premisas, (1) la proposición implicativa: "Si es de día[110], entonces, caso de que sea de día, hay luz", que comienza con una proposición simple: "Es de día", y acaba con una no simple, (a saber), la implicativa: "Caso de que sea de día, hay luz"; y (2) el antecedente de esta (primera premisa, a saber): "Es de día". Si de ello concluimos, en virtud del primer indemostrable, el consecuente de la (proposición) implicativa, "Caso de que sea de día, hay luz", resulta que tenemos, aunque potencialmente, lo concluido en (este) argumento, si bien no esté explícitamente expresado. Ahora bien, añadamos esto a la premisa menor del argumento en cuestión, a saber: "Es de día", (y entonces) concluiremos mediante el primer indemostrable: "Hay luz", que era la conclusión del argumento en cuestión.

22.13 Tal es el carácter de los argumentos compuestos de (indemostrables) homogéneos. (Compuesto) de no homogéneos es el (argumento) sobre el signo propuesto por Enesidemo que procede así: "Si todos los fenómenos se manifiestan semejantes a todos aquellos que se hallan dispuestos semejantemente y los signos son fenómenos, entonces los signos se muestran semejantes a todos (aquellos) que se hallan dispuestos semejantemente; pero los fenómenos se muestran semejantes a todos (aquellos) que se hallan semejantemente dispuestos; luego los signos no son fenómenos". Este argumento está compuesto de (un) segundo y (un) tercer indemostrable como el análisis nos permite descubrir. (Pero) éste resultará más claro si hacemos la exposición en forma de esquema de inferencia: "Si el primero y (el) segundo, (entonces) el tercero; ahora bien, no el tercero, sino el primero; luego no el segundo". Como tenemos (aquí) una (proposición) implicativa en la cual la conjunción del primero y el segundo constituye el antecedente, y el tercero el consecuente, y (como tenemos) la contradictoria del consecuente, (a saber), la proposición "No el tercero", concluimos, en fuerza del segundo indemostrable, la contradictoria del antecedente, (e. d.), la (proposición): "Luego no: el primero y el segundo". Esta (conclusión), sin embargo, se halla potencialmente contenida en el argumento, ya que tenemos (en él) las premisas que la infieren, si bien no viene verbalmente expresada. (Ahora bien), si la[111] colocamos junto a la otra premisa (a saber, junto a) la primera, deduciremos en fuerza del tercer indemostrable la conclusión (del argumento en cuestión): "No el segundo".

---

110 Completo el texto lo mismo que el anterior.

111 Con Kochalsky, adopto la lectura ὅπερ en lugar de ἅπερ.

D. Otros argumentos derivados

Según Cicerón, los Estoicos han debido deducir "innumerables" argumentos de forma similar [112].

22.14 El citado (Crisipo) dice que él (el perro) emplea frecuentemente [113] el quinto indemostrable cuando, al llegar a un cruce de tres caminos, después de haber olfateado los dos caminos por los que no ha ido el venado, se lanza inmediatamente por el tercero sin olfatearlo. El viejo (maestro) dice que el (perro) concluye potencialmente así: "El venado ha huido por aquí, por ahí o por allí; ahora bien, no por aquí ni por ahí; luego por allí".

22.15 Cuando dos (proposiciones) compuestas terminan por (consecuentes) contradictorios —este teorema se denomina "de dos (proposiciones: τροπικῶν) compuestas"— queda refutado el antecedente (común) de ambas... Este argumento se forma según el esquema de inferencia: "Si el primero, (entonces) el segundo; si el primero [114], (entonces) no el segundo; luego no el primero". Los Estoicos le dan también expresión material (e. d., por sustitución), al decir que la (proposición) "Luego tú no sabes que estás muerto" se sigue de la (proposición) "Si tú sabes que estás muerto, (entonces estás muerto; si tú sabes que estás muerto), entonces no estás muerto".

22.16 Algunos argumentan de esta manera: "Si hay signos, (entonces) hay signos; si no hay signos, (entonces) hay signos; ahora bien, o no hay ningún signo, o hay (signos); luego hay signos".

§ 23. EL MENTIROSO

Los Estoicos, y sobre todo los Megáricos, se ocuparon muy por extenso de los sofismas. Algunos de los tratados por ellos remiten al problema del continuo y pertenecen a las Matemáticas en el sentido estricto de la palabra; los restantes son, en su inmensa mayoría, más bien fruslerías que verdaderos problemas lógicos [115]. Mas uno de ellos, "el mentiroso" (ψευδόμενος), tiene lógicamente un interés realmente grande y fue objeto durante siglos de detenidos estudios por parte de los Lógicos, tanto en la Antigüedad como en la Edad Media y en el s. XX. El mentiroso es la primera antinomia semántica real que conocemos.

---

112 Cicerón, *Tóp.* 57.

113 διὰ πλειόνων: podría significar también "el (argumento) del más"; pero sigo a Mates (*Stoic Logic,* 80, n. 82), porque 1) no conocemos tal indemostrable, 2) el argumento es reductible al simple indemostrable quinto.

114 Suprimo el οὐ con Koetschau.

115 V. Prantl I 50-58.

A. HISTORIA

En San Pablo encontramos el siguiente curioso pasaje:

23.01 Uno de ellos (los Cretenses), su propio profeta, dijo: "Los cretenses (son) siempre embusteros, malas bestias, vientres corrompidos".

Este profeta debe ser, según diversas fuentes [116], Epiménides, uno de los sabios griegos que vivió a comienzos del s. VI a. C. Por esto, el mentiroso lleva a veces su nombre. Sin razón, sin embargo, pues es claro que Epiménides se preocupaba de cualquier cosa menos de una paradoja lógica. Todavía Platón, que trata en el *Eutidemo* (c. 387 a. C.) [117] un problema parecido, no conocía el mentiroso. En cambio, lo encontramos en Aristóteles, en las *Refutaciones sofísticas,* hacia el año 330 a. C. [118], por consiguiente. Ahora bien, es hacia esta época hacia donde cae la vida de Eubúlides a quien Diógenes Laercio atribuye expresamente la invención del mentiroso (18.02). Ya Teofrasto debió de escribir tres libros sobre el tema [119], y Crisipo todavía más, quizá 28 [120]. Pone de relieve el afán por el problema en esta época el hecho de que por su causa debió morir un Lógico, Filites de Cos (c. 340-285 a. C.):

23.02 Caminante, yo soy Filites; el argumento el mentiroso y la profunda meditación nocturna me dieron muerte.

B. LA FÓRMULA

A pesar de este interés y de la abundante literatura sobre el mentiroso, no conocemos la fórmula de la antinomia en Eubúlides, y las versiones que nos han llegado son tan dispares que no estamos en condiciones de precisar si no hubo más que una única fórmula y cuáles de las llegadas a nosotros han sido tratadas por Lógicos competentes. Aquí no podemos más que presentar una lista de las más importantes recogidas por A. Rüstow [121]. Parece que se dividen en cuatro grupos.

I.

23.03 Si dices que mientes y en esto dices la verdad: (entonces) ¿mientes o dices la verdad?

23.04 Si miento y digo que miento, ¿miento o digo la verdad?

---

116 Diels, *Vors.* I 32.

117 *Eutid.* 283E-286E. V. Rüstow, *Der Lügner,* 30 ss.

118 *El. sof.* 25, 180b2-7.

119 *DL* V 49.

120 V. resumen según *DL* VII 196 ss. en Rüstow, *Lügner,* 61-65.

121 *Der Lügner,* 40 s.

II.

23.05 Cuando dices que mientes, y dices la verdad, (entonces) mientes; pero dices que mientes, y dices la verdad; luego mientes.
23.06 Si mientes, y dices la verdad, mientes.

III.

23.07 Digo que miento, y (con ello) miento; luego digo la verdad.
23.08 Mintiendo digo el enunciado verdadero de que miento.

IV.

23.09 Si es verdad, es falso; si es falso, es verdad.
23.10 El que dice "miento", miente y dice la verdad al tiempo.

La relación de los cuatro grupos entre sí es la siguiente: los textos del primer grupo plantean simplemente la cuestión: ¿es verdadero o es falso el mentiroso? Los del segundo, concluyen que es verdadero. Los del tercero, que es falso. Los del cuarto grupo sacan las dos conclusiones al tiempo: la proposición es tanto verdadera como falsa.

C. Tentativas de solución

Aristóteles trata sumariamente del mentiroso en el apartado de las *Refutaciones sofísticas,* en que examina los sofismas "en absoluto y bajo cierto respecto":

23.11 Semejante es, también, el argumento (sobre el caso, en que) el mismo dice a la vez verdad y mentira. Mas como no es fácil ver cuál de las dos se haya de afirmar sin más, si la verdad o la mentira, (la solución) parece espinosa. Con todo, no hay ningún inconveniente en que (una cosa) falsa sin más sea, sin embargo, desde un determinado punto de vista (πῇ) o respecto de algo (τινός), verdadera, y que (de) algunas cosas sea verdad, pero no verdad (sin más).

Se ha afirmado [122] que la dificultad está "completamente sin solucionar, incluso sin abordar"; y de hecho, nuestra antinomia no ha sido resuelta por Aristóteles, que no penetró tampoco su alcance. Y con todo, se pone de manifiesto aquí —como tantas veces en el viejo maestro— una genial penetración en el principio de las soluciones medievales y modernas: a saber, que en el mentiroso se han de distinguir diversos aspectos —niveles, decimos nosotros hoy—. Es también notable la posición fundamental de Aristóteles frente a la antinomia, a saber,

[122] Rüstow, *Der Lügner,* 50.

su firme convencimiento de que tiene solución. Este convencimiento ha seguido siendo siempre la fuerza impulsora de la Lógica en este difícil campo.

La solución de Crisipo la conocemos por un papiro muy fragmentario que, además, se halla concebido en términos difíciles. He aquí lo fundamental de lo que todavía resulta en él legible [123]:

23.12 (De manera semejante) se ha de (resolver) el (sofisma) sobre el que dice la verdad y el que se expresa de forma parecida a él... No se podría decir que dicen verdad y mentira (al mismo tiempo); tampoco se ha de suponer, de otra forma, que el mismo diga al tiempo verdad y mentira, sino que no tienen significado alguno. Y rechaza la proposición antes expuesta y, a la vez, la proposición de que se puede decir simultáneamente verdad y mentira y de que en todas (las cosas) semejantes la sentencia es bien simple, bien (tal) que en ella se puede suponer todavía más.

Las palabras más importantes del texto son: σημαινομένου τέλεως αποπλανῶνται; las hemos traducido "(que) no atinan en absoluto con el sentido". La expresión griega es, con todo, ambigua: significa, o (1) que quien propone el mentiroso asigna a la proposición una significación falsa, o (2) que dice algo que no tiene sentido alguno. Por el contexto fragmentario *parece* que la segunda interpretación es la correcta, sin que podamos, con todo, estar seguros de ello. Caso de ser la correcta, la solución de Crisipo sería: el mentiroso no es una proposición, sino un sonido sin sentido; lo cual resultaría un punto de vista de suma importancia. La tentativa aristotélica de solución es rechazada enérgicamente en el mismo texto.

123 El Prof. O. Gigon es acreedor a mi reconocimiento por la ayuda prestada en la traducción de este texto, sin que sea por ello responsable de la interpretación definitiva, a mí debida.

IV. EL FIN DE LA ANTIGÜEDAD

§ 24. EL PERÍODO DE LOS COMENTARIOS Y LOS MANUALES

A. CARACTERÍSTICAS Y PANORAMA HISTÓRICO

Con el fin de la antigua Estoa comienza un período todavía apenas sin investigar. Sin embargo, basándonos en unos cuantos datos concretos que conocemos podemos admitir, con gran probabilidad para la Lógica de esta época, lo que sigue:

1. No es un período creador. No hacen su aparición ni problemas ni métodos fundamentalmente nuevos como los suscitados por Aristóteles y la escuela megárico-estoica.
2. Con todo, hay —como se manifiesta incluso hasta la caída del Imperio romano— actividad erudita aislada. Se mejoran ciertos métodos anteriormente creados, se sistematiza el material que, en ocasiones, sigue siendo objeto de desarrollo. Incluso ni faltan Lógicos realmente bien dotados, entre los que Alejandro de Afrodisia ocupa un lugar destacado.
3. La Literatura lógica consta preferentemente de dos tipos de escritos: grandes comentarios, a Aristóteles sobre todo, y manuales.
4. Por lo que se refiere al contenido de estos escritos, advertimos en la mayoría una tendencia sincretista bien definida que reelabora elementos aristotélicos y megárico-estoicos combinados, llegando incluso a aplicar métodos y formulaciones estoicas a ideas aristotélicas.

Debido a la falta de trabajos monográficos, no es posible ofrecer una visión de conjunto sobre el estado de la problemática lógica en aquel tiempo. Nos limitaremos a citar ciertas doctrinas particulares descubiertas hasta ahora entre la masa de comentarios y manuales de la época. Mas comencemos por citar primeramente algunos de los más importantes pensadores.

Los primeros Lógicos conocidos de este período son Galeno, y el menos importante Apuleyo de Madaura; de ambos se nos conservan sus manuales; el primero es el único autor de este período del que poseemos una monografía [124]. En el

[124] Stakelum, *Galen and the logic*.

s. III p. C. encontramos al ya citado Alejandro de Afrodisia, uno de los mejores comentadores de la Lógica aristotélica y en contraste con Galeno y Apuleyo, aristotélico bastante puro. Casi por la misma época vivió Porfirio de Tiro, que escribió una *Introducción* a las Categorías aristotélicas (εἰσαγωγή), en la que sistematizó la doctrina de los Predicables (11.06 ss.), enumerando cinco de ellos: género, diferencia específica, especie, propiedad y accidente [125]. Esta obra había de ser fundamental en la Edad Media. Lógicos posteriores como Jámblico de Calcis, a quien no hay que tomar muy en serio, Temistio (ambos del s. IV p. C.), Ammonio Hermida (s. V p. C), Marciano Capella, autor de uno de los manuales más importantes para la transmisión de la Lógica antigua (s. V p. C.), Ammonio el Peripatético, Simplicio (s. VI), otro de los grandes comentadores de Aristóteles, y, finalmente, Filópono (s. VI), son de menos importancia, a lo que podemos juzgar. La tiene, por el contrario, relativamente considerable el último Lógico romano, Boecio, no sólo porque sus obras fueron una de las fuentes principales de la Escolástica, sino además, porque nos retransmiten doctrinas y métodos no citados fuera de ellas, esto por más que personalmente Boecio fuera un Lógico más bien mediocre. Con su ejecución da comienzo en Occidente, el largo período sin nada digno de mención en el terreno de la Lógica.

B. El árbol de Porfirio

De entre los hallazgos de los Comentadores se ha hecho, sin duda alguna, el más famoso de todos el denominado "árbol de Porfirio". Quizá se pueda ver en él una mera recapitulación de doctrinas aristotélicas. Mas de hecho, la importancia de esta recapitulación es grande por tratarse manifiestamente (1) de una idea clasificatoria que en Aristóteles (11.12) no ocupa el primer plano, y (2) de una concepción extensional de los términos. Ofrecemos, en primer lugar, el texto:

24.01 Expliquemos ahora lo que se dice en una categoría. La sustancia (οὐσία) es ella misma un género, debajo de ella está el cuerpo, debajo del cuerpo el cuerpo animado (ἔμψυχον), debajo de él el animal, debajo del animal el animal racional (λογικόν), debajo de él el hombre y debajo del hombre Sócrates y Platón y (otros) hombres individuales (κατὰ μέρος). Ahora bien, debajo de éstos está la sustancia, lo más genérico de todo (γενικώτατον), ya que (es) sólo género, mientras el hombre es lo más específico de todo (εἰδικώτατον), ya que es sólo especie (εἶδος); el cuerpo, por el contrario, (es) una especie de la sustancia y un género del cuerpo animado.

El siguiente texto nos revela hasta qué punto se trata aquí de una concepción extensional:

24.02 El (género se diferencia de la especie) en que el género contiene a la especie, mientras la especie está contenida en el género y no

[125] *Isagoge* 1, 2 s.

contiene al género; pues el género se (predica) de más cosas que la especie.

Tan lejos se lleva esta concepción, que puede hablarse propiamente del comienzo de un cálculo de clases. Mas al mismo tiempo, hace también Porfirio una distinción que corresponde con bastante exactitud a la moderna entre extensión y comprensión (36.10, 45.03) (o, si se quiere, a la escolástica entre suposición simple y personal)[126]. Entre las muchas definiciones de Predicable encontramos en él la siguiente:

24.03 ... Se define el género diciendo: (el género es) lo que se predica de varias cosas que difieren en la especie (respondiendo al) qué es (ἐν τῷ τί ἐστι)...

24.04 El género difiere de la diferencia y de los accidentes comunes en que, si bien las diferencias y los accidentes comunes se predican también (al igual que el género), de varias cosas que difieren en la especie, no se predican (respondiente al) qué es. Si se nos pregunta de qué se predican éstas, no decimos que se predican (respondiendo al) qué es, sino más bien al cómo es (ποῖον τί ἐστιν). En efecto, si se nos pregunta "¿cómo es el hombre?", respondemos "racional", y a (la pregunta) "¿cómo es el cuervo?", respondemos "negro". Ahora bien, *racional* es diferencia, y *negro* un accidente. En cambio, caso de que se nos pregunte "¿qué es el hombre?", damos como respuesta "un animal"; *animal* es, pues, el género del hombre.

C. Elaboración de la técnica lógica

Entre los logros más importantes de este período se encuentran dos artificios desconocidos, a lo que sabemos, por Aristóteles y por los Estoicos, a saber, (1) la identificación de variables, (2) la sustitución de funciones sentenciales por variables.

1. *Alejandro de Afrodisia*

El primero lo hallamos en Alejandro en una nueva demostración de la convertibilidad de las sentencias universales negativas:

24.05 Si alguien dijera que la (premisa) universal negativa no (puede) convertirse: A (p. e.. no conviene) a ningún *B;* si (esta premisa) no (puede) convertirse, entonces *B* (conviene) a algún *A;* resulta, (pues), dentro de la primera figura, (la conclusión) *A* no conviene a algún *A,* lo cual es absurdo.

126 Paulo Véneto, *Logica Magna* I 2, 16ra.

Alejandro emplea aquí el cuarto silogismo de la primera figura (*Ferio:* 13.06) que, en la forma aristotélica, dice: "Si *A* no conviene a ningún *B*, y *B* conviene a algún *C*, entonces *A* no puede convenir a algún *C*". Ahora bien, él identifica *C* con *A* —e. d., sustituye una variable por otra— y obtiene: "Si *A* no conviene a ningún *B*, y B conviene a algún *A*, entonces *A* no conviene a algún *A*". En esto consiste la novedad del procedimiento.

Esto está relacionado en Alejandro con una clara penetración en la esencia de las leyes lógico-formales. Parece, en efecto, haber sido él el primero en exponer de manera explícita la diferencia entre forma y materia y, al mismo tiempo, haberse aproximado a una determinación explícita del concepto de variable:

24.06 Él (Aristóteles) conduce el desarrollo valiéndose de letras, para mostrarnos que las conclusiones surgen no en fuerza de la materia, sino en fuerza de tal forma (σχῆμα), implicación y modo de las premisas; el silogismo concluye, en efecto,. ... no debido a la materia, sino por ser tal la fórmula (συζυγία). Mas las letras muestran que la conclusión ha de ser tal en general y siempre y en el caso de cualquier (materia).

2. *Boecio*

En Boecio encontramos una ulterior elaboración de la técnica lógico-formal. Resulta claro que hacia lo que tiende es hacia la formulación de una regla de sustitución para las variables sentenciales; desde luego que no la formula a manera de tal regla, sino mediante la descripción de la estructura de la fórmula. Con ello llega de nuevo a una diferenciación relativamente clara entre la forma y la materia de una sentencia, cosa que ha de jugar un importante papel en la historia posterior:

24.07 Vamos a exponer ahora las semejanzas y diferencias entre las (sentencias) hipotéticas simples y compuestas. Si se comparan, en efecto, las (sentencias hipotéticas) que constan de sentencias simples con las compuestas de dos (sentencias) simples, (se ve) que la consecuencia (en ambos casos) es la misma y que la relación (de las partes entre sí) permanece la misma, únicamente los términos se duplican. Pues los lugares que ocupan estas (sentencias) simples en las sentencias hipotéticas que constan de (sentencias) simples, los ocupan en las sentencias hipotéticas que constan de (dos sentencias) hipóteticas las condiciones bajo las cuales debe estar ligada y unida toda sentencia (parcial). En efecto, en la sentencia que dice: "Si es *A*, es *B*", y en toda la que diga: "Si siendo *A*, es *B*, (entonces) si es *C*, es *D*": el lugar que en la (sentencia) que consta de dos (sentencias) ocupa la primera: "Si es *A*", lo ocupa en la sentencia que consta de dos sentencias hipotéticas la que (en ella) es la primera: "Si siendo *A*, es *B*".

Si recordamos la distinción estoica entre argumento y modo (21.16), los dos últimos textos no nos parecerán muy originales; con todo, son los primeros en que encontramos una formulación explícita de esta distinción.

D. Nueva división de la implicación

Es otra vez Boecio quien da una nueva división de la implicación:

24.08 Toda sentencia hipotética... surge, o de la conexión *(connexionem)* (condicional)..., o de la disyunción... Mas dado que, como se ha dicho, la conjunción "si" y (la conjunción) "cum" significan lo mismo cuando aparecen en sentencias hipotéticas, las (sentencias) condicionales pueden formarse de una doble manera: o accidentalmente o de modo que contengan una consecuencia natural. Accidentalmente, a saber, a la manera cuando decimos: "Si el fuego es caliente, el cielo es redondo"..., (su sentido es): "Durante el tiempo que el fuego es caliente, durante el mismo es (también) el cielo redondo". Mas hay otras (sentencias) que guardan entre sí una consecuencia natural..., p. e., si decimos: "Si es hombre, es animal".

El pensamiento de Boecio resulta aquí, como en otros muchos pasajes, relativamente oscuro [127]. Pero, incluso prescindiendo de esto, su división comparada con las discusiones estoicas sobre la implicación (v. más arriba 20.03 ss.) resulta un paso atrás. Con todo, el texto recién citado es importante desde el punto de vista de la problemática histórica, pues vino a ser el punto de partida de las especulaciones escolásticas sobre la implicación.

Por esta razón hemos de consignar todavía las siguientes particularidades de la doctrina boeciana sobre los functores sentenciales. La conjunción "*si*" parece haber sido empleada en Boecio muy frecuentemente [128] como símbolo de la equivalencia (v. 20.16 ss.). El sentido del término "*aut*" es en él vacilante. Por una parte, encontramos en él —y por vez primera, por cierto— una definición en el sentido de alternación no exclusiva (suma lógica: v. 20.13, 30.11, 40.11, 41.18):

24.09 La sentencia disyuntiva que dice *(proponit)*: "O no es *A*, o no es *B*", vale *(fit)* de aquellas cosas que en modo alguno pueden coexistir, si bien tampoco hayan de ser necesariamente una de las dos; es equivalente a aquella sentencia compuesta en la que se dice: "Si es *A*, no es *B*"... En esta sentencia sólo dos combinaciones dan silogismos (correctos). En efecto, si fuera *A*, no sería *B*, y si fuera *B*, no sería *A*... Pues, si se dice así: "O no es *A*, o no es *B*", se dice: "Si es *A*, no ha de ser *B*" y "Si es *B*, no ha de ser *A*".

Tenemos aquí, en primer lugar, el functor de Sheffer ("no *p* o no *q*") [129]; mas, al mismo tiempo, este texto contiene una definición exacta de la suma lógica. Podríamos formular así, en efecto, su idea principal.

---

127 V. v. d. Driessche, *Le "De syllogismo"*, 298, y Bocheński, *La logique de Théophraste*, 87 ss.

128 *De syll. hyp.* 846A, 848A, 852A, 852B, 854C, 854D, 872B, 872C, 873A, 873B y 874A. V. tb. v. d. Driessche, *Le "De syllogismo"*, 294-299.

129 *PM* I, XVI, V. Sheffer, *A set of five*, y la bibliogr. de *PM* I, XLV s.

24.091 No *p* o no *q*, si y sólo si: si *p*, entonces no *q*.

Si sustituimos "no-*p*" por "*p*" y "no-*q*" por "*q*" con ayuda del principio de la doble negación, tenemos:

24.092 *p* o *q*, si y sólo si: si no *p*, entonces *q*.

Pero, por otra parte, define Boecio, de manera análoga, su "*si*" en el sentido de equivalencia mediante el mismo "*aut*": éste tiene, por tanto, entonces el sentido de negación de la equivalencia (*p* o *q*, pero no ambos, y necesariamente uno de los dos)[130].

Finalmente llama la atención el hecho de que Boecio emplee constantbemente el principio de la doble negación y una ley análoga a 24.16.

E. Los silogismos hipotéticos boecianos

Damos aquí la lista de los silogismos hipotéticos de Boecio. Caso de concebirlos como leyes de la Lógica sentencial, parecen ser el resultado final de la Lógica estoica. Y el concebirlos de esta forma resulta necesario, de acuerdo con nuestra suposición de que Boecio buscaba la formulación de una regla de sustitución para las variables sentenciales (v. introducción a 24.07). Representarían el resultado final de la Lógica estoica en el sentido de que son justamente casi lo único de esta Lógica que, a través de Boecio, se salvó para la Edad Media.

24.10 Si es *A*, es *B*; ahora bien, es *A*; luego es *B*.

24.11 Si es *A*, es *B*; ahora bien, no es *B*; luego no es *A*.

24.12 Si es *A*, es *B*, y si es *B*, ha de ser *C*; mas entonces: si es *A*, ha de ser también *C*.

24.13 Si es *A*, es *B*, y si es *B*, ha de ser también *C*; pero no es *C*; luego no es *A*.

24.14 Si es *A*, es *B*; mas si no es *A*, es *C*; digo, por tanto, que, si no es *B*, es *C*.

24.15 Si es *A*, no es *B*; si no es *A*, no es *C*; digo, por tanto, que, si es *B*, no es *C*.

24.16 Si es *B*, es *A*; si es *C*, no es *A*; esto supuesto, digo que, si es *B*, es necesario que no sea *C*.

24.17 Si es *B*, es *A*; si no es *C*, no es *A*; digo, por tanto, que, si es *B*, será *C*.

24.18 Si se dice: "O es *A*, o es *B*", (entonces), caso de que sea *A*, no será *B*; y si no es *A*, será *B*; y si no es *B*, será *A*; y si es *B*[131], no será *A*.

---

130 V. v. d. Driessche, *Le "De syllogismo"*, 294-299.

131 Omito *non* con v. d. Driessche (*Le "De syllogismo"*, 296).

24.19 La (sentencia) que dice: "O no es *A*, o no es *B*" significa, sin duda, esto: que si es *A*, no puede ser *B*.

Ahora bien, a partir de estos silogismos obtiene otros Boecio sustituyendo una o las dos variables por una sentencia condicional (v. 24.07); entonces emplea como negación de tal sentencia hipotética la conjunción del antecedente con la negación del consecuente, y esto en virtud de la ley no formulada expresamente:

24.191 No: si *p*, entonces *q*, si y sólo si: *p* y no *q*.

Finalmente aplica el principio de la doble negación (v. 20.021), con el que obtiene 18 silogismos más[132].

F. Modificaciones y elaboración de la Silogística categórica

24.20 Aristón el Alejandrino, en cambio, y algunos peripatéticos recientes proponen, además, otros cinco modos (formados de los) de conclusión universal: tres en la primera figura, dos en la segunda, de los que deducen (conclusiones) particulares; (pero) es disparatado sobremanera concluir menos a partir (de algo) a lo que se le atribuye más.

Un texto no muy claro. La dificultad, sin embargo, se disipa un tanto si se supone que se da aquí la fusión de dos reglas aristotélicas: (1) la que permite obtener de una conclusión universal la particular correspondiente (13.21), (2) la que admite una ulterior conclusión mediante la conversión de la obtenida anteriormente. Resultarían entonces los siguientes modos:

24.201 *A* a todo *B*; *B* a todo *C*; luego *A* a algún *C* (*Barbari*).
24.202 *A* a ningún *B*; *B* a todo *C*; luego *A* no a algún *C* (*Celaront*).
24.203 *A* a todo *B*; *B* a algún *C*; luego *C* a algún *A* (*Dabitis*).

No es imposible que se hubiera querido expresar un *Celantop*, siendo entonces la fórmula: *A* a ningún *B*; *B* a todo *C*; luego *C* no a algún *A*.

24.204 *B* a ningún *A*; *B* a todo *C*; luego *A* no a algún *C* (*Cesaro*).
24.205 *B* a todo *A*; *B* a ningún *C*; luego *A* no a algún *C* (*Camestrop*).

Aparte de éstos, Galeno (24.21) nos ha transmitido otro modo más de esta clase en la tercera figura:

24.211 *A* a todo *B*; *C* a todo *B*; luego *C* a algún *A* (*Daraptis*).

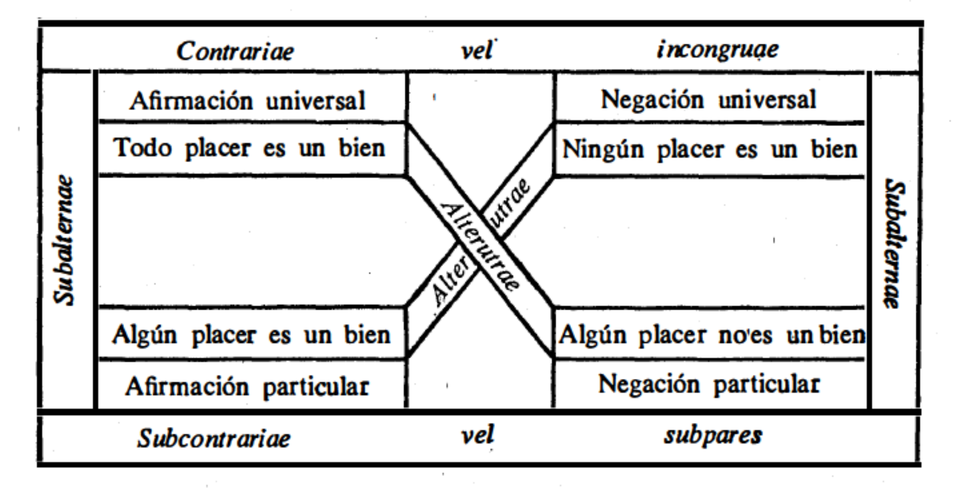
---

132 La lista completa en v. d. Driessche, *o. c.*, 306 s.

Todas estas fórmulas tienen, no la forma aristotélica, sino la *estoica*. De hecho, a partir de Apuleyo encontramos, casi de una manera constante, este cambio de las antiguas leyes en reglas, de una manera especial en Boecio.

La figura del famoso cuadrado lógico nos da una precisión más de la silogística aristotélica. Es de nuevo en Apuleyo donde la encontramos de la siguiente manera:

24.22



G. La supuesta cuarta figura

En un fragmento anónimo, quizá del s. VI, se lee:

24.23 Teofrasto y Eudemo añadieron otras fórmulas más a las propuestas por Aristóteles en la primera figura...; algunos modernos han creído poder formar con ellos la cuarta figura, aduciendo a Galeno como promotor de esta opinión.

Mas esta pretendida figura "galénica" no aparece en Galeno, quien al contrario, afirma categóricamente que no hay más que tres figuras:

24.24 Estos silogismos se llaman, pues, como he dicho, categóricos; no pueden formarse ni en más de las tres citadas figuras ni en otro número en cualquiera (de estas figuras); esto quedó expuesto ya en el tratado *Sobre la demostración*.

J. Łukasiewicz ha logrado poner en claro [133], con la ayuda de otro fragmento anónimo, cómo, a pesar de todo, se ha podido atribuir a Galeno la cuarta figura. Este fragmento no carece de interés histórico, incluso prescindiendo de nuestra cuestión:

133 *Arist. Syllogistic*, 38-42.

24.25 Hay dos especies de (silogismos) categóricos: el simple y el compuesto. Del simple hay tres especies: primera figura, segunda figura, tercera figura. De compuestos hay cuatro especies: primera figura, segunda figura, tercera figura, cuarta figura. Ahora bien, Aristóteles dice, refiriéndose a los silogismos simples, los cuales constan de tres términos, que hay tres figuras; Galeno, en cambio, dice en su *Apodíctica,* atendiendo a los silogismos compuestos que constan de cuatro términos, que hay cuatro figuras, como ha encontrado numerosos (ejemplos) en los diálogos de Platón.

24.26 El silogismo categórico

simple, como (en) Aristóteles — compuesto, como (en) Galeno

Figura 1, 2, 3

Figura combinada

1 con 1, 1 con 2, 1 con 3, 2 con 2, 2 con 1, 2 con 3, 3 con 3, 3 con 1, 3 con 2

Figura combinada

silogísticamente:

1 con 1	1 con 2	1 con 3	2 con 3
1	2	3	4

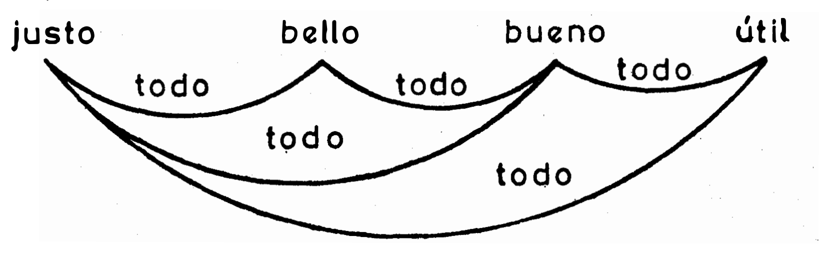
asilogísticamente:

2 con 2 — 3 con 3
pues ni de dos negativas ni de dos particulares resulta silogismo.

2 con 1	3 con 1	3 con 2
2	3	4

Éstas son las mismas que los silogismos citados arriba.

1 con 1, como en el *Alcibíades:*



Los números indican las figuras por orden; y el autor quiere decir que resulta un silogismo combinado válido en cuatro casos distintos, a saber, cuando los dos silogismos simples de los que consta,

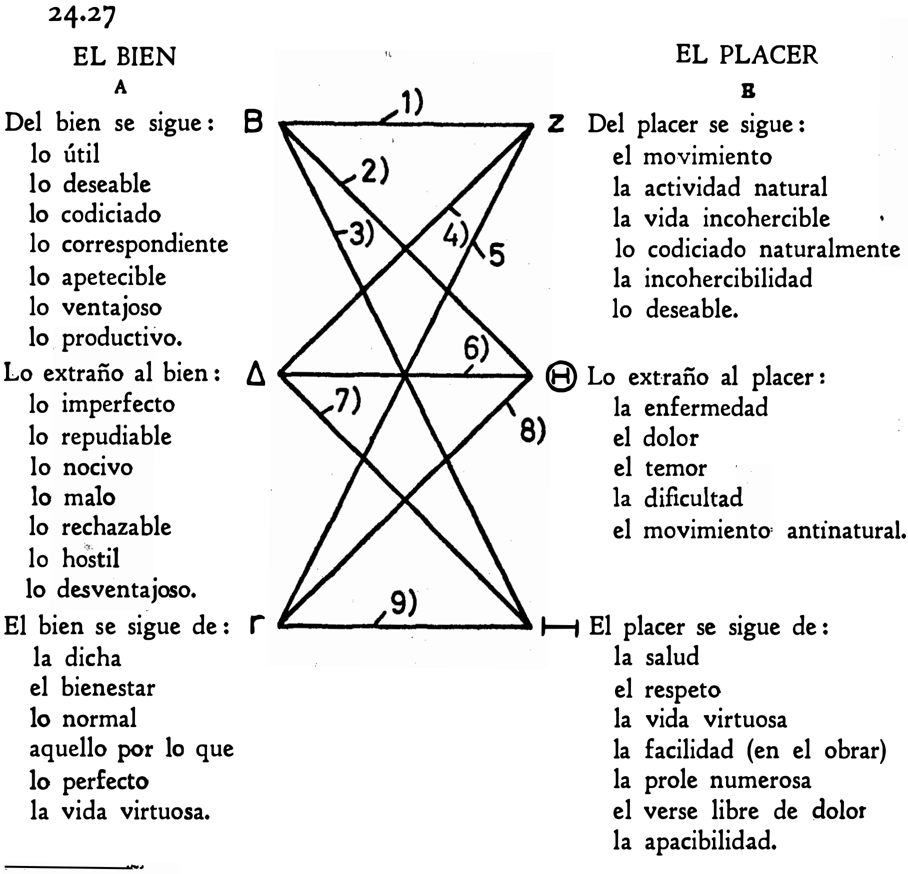
(1) pertenecen ambos a la primera figura,
(2) pertenecen el primero a la primera y el segundo a la segunda,
(3) el primero a la primera y el segundo a la tercera,
(4) el primero a la segunda y el segundo a la tercera.

Éstas son sus cuatro figuras. No se trata, por consiguiente, de figuras del silogismo simple; y sólo por un error se han atribuido a Galeno. Con todo, el desconocido escoliasta (24.23), al ser víctima de este error, asentaba, cuando menos el principio de la cuarta figura, con una interpretación diferente de los modos indirectos de Teofrasto (17.08).

H. El puente de los asnos

Merece también la pena reproducir aquí un esquema que en la Edad Media se había de convertir en el famoso "puente de los asnos" [134]. Lo encontramos en Filópono [135], y es una elaboración de la doctrina aristotélica de la *inventio medii* (14.20). Si bien atañe más bien a la Metodología que a la Lógica formal, también afecta a ésta. Por lo demás, el esquema parece ser representativo del tipo de evolución de la Silogística en los Comentaristas. En Filópono, el texto va en las líneas mismas. Nosotros, por razones tipográficas, lo transcribimos fuera, remitiendo a ellas por medio de números.

24.27



134 V. Algazel, *Logica et philosophia*, cap. 4 (Prantl II 375, n. 268), y Averroes, *Priorum resolutionum* (Prantl II 389, n. 320), y supra 32.16.

135 La referencia de este pasaje se la debo al Prof. J. Minio-Paluello.

1) Asilogístico, por concluirse, dentro de la primera figura, a partir de dos (premisas) universales afirmativas.
2) (Conclusión) universal negativa dentro de la primera y segunda (figuras), mediante dos conversiones.
3) (Conclusión) particular afirmativa dentro de la primera y tercera figuras, mediante la conversión de la conclusión.
4) (Conclusión) universal negativa en la primera y tercera figuras.
5) (Conclusión) universal afirmativa en la primera figura.
6) Asilogístico, a partir de dos universales negativas.
7) (Conclusión) particular negativa dentro de la tercera y primera (figuras), mediante la conversión de la (premisa) menor.
8) Asilogístico, por no ser convertible lo particular, y de la primera (figura), por contener (el silogismo) una (premisa) menor negativa.
9) (Conclusión) particular afirmativa dentro de la tercera y primera figuras, mediante la conversión de la premisa menor.

I. Anticipación de la Lógica de relaciones

Finalmente vamos a presentar un detalle particular que no ejerció influjo sobre el desarrollo posterior de la Lógica, pero que puede considerarse como genial anticipación de la Lógica actual: la división de los silogismos en la *Introducción* de Galeno. Distingue éste, en primer lugar, entre silogismos categóricos e hipotéticos, e. d., entre los apartados de la Lógica de los términos y Lógica sentencial; a los que añade una tercera clase:

24.28 Hay todavía otra tercera clase de silogismos, provechosa para la demostración, que yo denomino en-función-de-la-relación. Los (Lógicos) del grupo de Aristóteles exigen que se les incluya dentro de los (silogismos) categóricos. No son menos empleados por los Escépticos, los Aritméticos y los expertos en el cálculo en argumentos de esta especie: "Teón posee el doble de Dión; ahora bien, Filón posee, a su vez, el doble de Teón; luego Filón posee el cuádruplo de Dión".

Se trata, en realidad, de una sustitución en una ley de la Lógica de las relaciones; y llama la atención que Galeno haya dividido su Lógica exactamente igual que lo harán Whitehead y Russell en el s. XX. Claro que el contenido de su Lógica de las relaciones es muy pobre, aparte de que opina que tales leyes son reductibles a los silogismos categóricos[136], lo cual, respecto de Aristóteles, representa un retroceso.

---

136 Galeno, *Inst.* XVI 39, 15 ss.

RECAPITULACIÓN

En resumen, de los resultados del período postaristotélico antiguo podemos decir:

1. En él se creó la *Lógica sentencial*. Es verdad que en Aristóteles encontramos ya algunos teoremas lógico-sentenciales, a veces incluso con variables sentenciales; sin embargo, se trata más de observaciones ocasionales que de algo sistemático. En los Estoicos, por el contrario, nos hallamos ante un sistema desarrollado consecuentemente y con autonomía.

2. Este sistema se funda en una Semántica relativamente bien construida; y en la escuela estoica se afirma expresamente que tiene por objeto, no las palabras ni los contenidos psíquicos, sino *significados objetivos*, Lekta. Con esto somos deudores a esta escuela de una tesis fundamental que había de desempeñar un gran papel en la Historia de la Lógica.

3. La Lógica megárico-estoica contiene un *análisis de los functores sentenciales* de una precisión sorprendente: en ella encontramos tablas de valores correctamente establecidas y una discusión del sentido de la implicación tan compleja como no parece hemos llegado a alcanzarla ni en el s. XX.

4. En este período, el método es *formalístico*. Presupuesta la inequívoca ordenación de las palabras a los Lekta, la atención va dirigida exclusivamente a la estructura sintáctica de la expresión. La aplicación de este método y la sutileza lógica de los Estoicos deben considerarse francamente como modélicos.

5. Este formalismo va acompañado de una notable *elaboración de la técnica lógico-formal:* así, la clara distinción entre funciones sentenciales y las sentencias mismas, el método de identificación de variables y, finalmente, la aplicación de la regla que permite la sustitución de variables sentenciales por funciones sentenciales.

6. Se axiomatiza la Lógica sentencial, y esto con una clara *distinción entre leyes y metateoremas.*

7. Finalmente, a la escuela megárica le debemos el planteamiento de la primera *antinomia* lógica importante —el mentiroso— que a lo largo de siglos, e incluso hoy, sigue siendo uno de los problemas más importantes de la Lógica formal. Se puede, por tanto, sin exageración decir que las realizaciones de este período constituyen la segunda aportación fundamental de la Antigüedad clásica a la Lógica formal.

TERCERA PARTE

LA FORMA ESCOLÁSTICA DE LA LÓGICA

§ 25. INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA ESCOLÁSTICA

A. Estado de la investigación

La Historia de la Lógica escolástica es, todavía hoy, mucho menos conocida que la de la Lógica antigua, y esto porque el esfuerzo de superación realizado por la Escolástica a fines del s. XIX no ha traído consigo un resurgimiento del interés de su Lógica formal. Esta falta de interés se manifiesta en el hecho de que de los más de diez mil títulos de la nueva literatura sobre Santo Tomás de Aquino (hasta 1953) sólo muy pocos se refieren a su Lógica formal. Es verdad que hay trabajos anteriores que tratan los problemas histórico-literarios de la Lógica escolástica —Grabmann ha prestado los mayores servicios en este terreno en lo que se refiere al descubrimiento y edición de textos—, pero la investigación del contenido lógico-formal no comienza hasta 1934 con la disertación de Łukasiewicz [1], revolucionaria también en este campo. Por influencia suya se han dedicado al estudio de los problemas lógicos algunos medievalistas notables (como K. Michalski, p. e., aparte de Grabmann), y de su escuela procede el primer trabajo sobre la Lógica medieval, realizado con una buena preparación sistemática, el de J. Salamucha (1935) sobre la Lógica sentencial de Ockham [2]. Siguieron luego diversas ediciones de textos y estudios, entre los que ocupan el primer lugar los de Ph. Boehner, O. F. M., y E. Moody. Hoy trabaja en Lógica medieval todo un grupo, pequeño desde luego, de investigadores, entre los que hay que citar, junto a los ya nombrados, especialmente a Ivo Thomas, O. P.

Con todo, no se está más que en los comienzos. Las Lógicas árabe y judía están todavía más descuidadas: faltan tanto textos como estudios. En el ámbito occidental, del s. XII no se han editado más que algunos textos de Abelardo, y casi nada tenemos —en lo que se refiere igualmente tanto a textos como a estudios— sobre la Lógica de los ss. XIV y XV. Inaccesible y desconocido casi nos resulta el s. XIII, del que, fuera de ediciones antiguas de relativa garantía de las obras de Santo Tomás y (de algunas) de Duns Escoto, hay ediciones modernas sólo provisionales de los escritos de Pedro Hispano y de Guillermo de Shyreswood.

---

[1] J. Łukasiewicz: *Zur Geschichte der Aussagenlogik.*

[2] J. Salamucha: *Die Aussagenlogik bei W. von Ockham.*

A éstas se añaden para el s. XIV una edición del libro primero de la Summa de Ockham y la de una pequeña obra que se atribuye a Burleigh[3].

Resumiendo, podemos decir que el estado actual de la investigación no permite obtener una visión panorámica de las fuentes, el desarrollo y las particularidades de la Lógica escolástica.

B. División provisional en períodos

Con todo, apoyándonos en los trabajos de Ph. Boehner, E. Moody, L. Minio-Paluello y los estudios (en constante aumento) histórico-literarios sobre la Filosofía medieval en general, se puede dar la siguiente división provisional en períodos de la Historia de la Lógica en la Edad Media:

1. Período de transición: hasta Abelardo. Durante él no hay, en lo que conocemos, problemática lógica nueva, e incluso el legado antiguo es sólo conocido muy imperfectamente.

2. Período creador: comienza, a lo que parece, inmediatamente después de Abelardo, alrededor de 1150, y dura, aproximadamente, hasta fines del s. XIII. En esta época comienza a conocerse en Occidente el legado antiguo, en parte a través de los árabes, y en parte (como ha demostrado L. Minio-Paluello)[4] directamente desde Bizancio. Al mismo tiempo comenzó a trabajarse en nuevos problemas como el de las "propiedades de los términos" *(proprietates terminorum)* y otros. Alrededor de 1260 parece estar elaborada ya la Lógica escolástica en lo esencial y hallarse universalmente difundida en los manuales. El libro más conocido y que ha dado la pauta en toda la Escolástica a los de esta clase —de ningún modo, sin embargo, el primero ni el único— son las *Summulae Logicales*, de Pedro Hispano.

3. Período de elaboración: comienza, aproximadamente, con Guillermo de Ockham († 1349/50)[5] y dura hasta el fin de la Edad Media. Durante este período parece que no se plantean problemas esencialmente nuevos, sino que se discuten con profundidad y agudeza los antiguos, dando lugar a una Lógica formal y una Semiótica de gran riqueza.

Es tan poco lo que conocemos de todo este desarrollo que no nos hallamos en situación siquiera de citar los Lógicos más importantes. Con seguridad sólo podemos decir que han ejercido un gran influjo, entre otros, los siguientes pensadores:

en el s. XII: Pedro Abelardo (1079-1142)
en el s. XIII: San Alberto Magno (1193-1280)
Roberto Kildwardby († 1279)
Guillermo de Shyreswood († 1249)
Pedro Hispano († 1277)

[3] Ph. Boehner estaba trabajando en la edición crítica de otra obra de Burleigh y en la de la *Perutilis Logica* de Alberto de Sajonia.

[4] Comunicación verbal del profesor L. Minio-Paluello, a quien el autor está obligado por la abundante información de él recibida sobre el s. XII y comienzos del XIII.

[5] El período de producción de Ockham en Lógica es anterior a 1328/29 (*Summa Logicae* I, XII, ed, Boehner).

en el s. XIV: Guillermo de Ockham († 1349/50)
Juan Buridano († inmediatamente después de 1358)[6]
Walter Burleigh († después de 1343)
Alberto de Sajonia (1316-1390)
Rodulfo Strode (alrededor de 1370)

en el s. XV: Paulo Véneto († 1429)
Pedro Tartáreto (escribe sus obras entre 1480 y 1490)
Esteban del Monte.

La inclusión en esta lista no supone un juicio valorativo, sobre todo porque apenas sabemos en ningún caso si un Lógico fue original o si lo que hizo fue únicamente copiar de otros.

C. El problema de las fuentes

Tampoco la cuestión sobre las fuentes literarias de los problemas lógicos nuevos en la Escolástica se halla todavía satisfactoriamente respondida en modo alguno. Para la Semiótica escolástica se encuentran ciertos puntos de referencia en el *Hermeneia*, sobre todo en los cinco primeros capítulos, y en los *Elencos sofísticos* de Aristóteles. Esta última obra ha tenido, según las investigaciones más recientes, una importancia decisiva en la problemática escolástica[7]. Sin embargo, en la misma Escolástica incipiente es hasta tal punto la teoría de las "propiedades de los términos" mucho más rica y variada que la Semiótica aristotélica, que hay que suponer la presencia de otros influjos más. Entre ellos es, ciertamente, importante la gramática: base sobre la que se han desarrollado con una cierta autonomía los problemas capitales de la Semiótica escolástica, a lo que sabemos; así, p. e., toda la teoría de la suposición, cuya formación podemos seguir a lo largo de un cierto espacio de tiempo.

La misma escasez de datos seguros tenemos sobre el punto de partida de las "consecuencias". Sin duda que las doctrinas de Boecio sobre las sentencias hipotéticas han jugado aquí un importante papel (más que las de los silogismos hipotéticos)[8]. Las últimas investigaciones de I. Thomas (v. p. 201, n. 46) señalan los *Tópicos* como una de las fuentes más importantes, mientras los fragmentos estoicos por el contrario, no parecen haber tenido aquí influjo, al menos directo, por más que las *Hipotiposis* de Sexto Empírico hubieran sido traducidas ya al latín en el s. XIV[9]. Es verdad que nos encontramos aquí y allá con doctrinas que se pueden identificar como estoicas, mas de la literatura lógica escolástica en su conjunto se desprende que la Lógica estoica era conocida sólo bajo la forma (oscura) de los silogismos boecianos. Sin embargo, éstos no son la fuente de la doc-

6 Según el P. Ph. Boehner, podría incluirse en el mismo período a Juan de Cornubia (Pseudo-Escoto).
7 Según comunicación verbal del profesor Minio-Paluello.
8 El profesor E. Moody me ha llamado la atención sobre esta relación.
9 V. Sexto Empírico, *opera rec. Mutschmann* I, X. La traducción se encuentra en: París, Bibl. Nac., cód. lat. 14.700, fol. 83-132.

trina medieval de las consecuencias, ya que, incluso en obras relativamente tardías, se tratan *junto* con la teoría de las consecuencias. La Lógica sentencial escolástica es, por tanto, probablemente un redescubrimiento basado en indicaciones aristotélicas (de los *Tópicos* y quizá también del *Hermeneia*), y no una evolución ulterior de la Lógica estoica.

Es seguro que los Lógicos árabes han ejercido cierto influjo en la Edad Media, aunque en realidad, menor de lo que hasta ahora universalmente se ha creído. Sin embargo, al presente se halla el tema casi completamente sin investigar [10].

D. Lógica y polémica de escuelas

En la historiografía sobre la Lógica escolástica se ha sostenido frecuentemente la opinión de que dicha Lógica puede dividirse, *primero* por Escuelas, p. e., en nominalista y realista; y *segundo* por Facultades, en una Lógica, por tanto, "artística" y otra "teológica". Pero estas divisiones resultan, desde el punto de vista de la Lógica formal, de relativa poca importancia. La investigación moderna ha puesto de manifiesto que Lógicos pertenecientes a escuelas filosóficas profundamente encontradas entre sí tratan exactamente la misma problemática lógico-formal y adoptan las mismas soluciones. Así, en todos los pensadores que hemos considerado, en el fondo no encontramos más que una única teoría de la suposición, y las diferencias existentes entre ellos se han de atribuir más bien a la personalidad de cada uno que a sus posiciones filosóficas, o son epistemológicas más que lógicas. Tampoco se puede hablar de una contraposición entre Lógica artística y teológica. La Lógica en la Edad Media fue siempre una cosa de la Facultad de Artes. Con todo, era condición previa para el estudio de la Teología el ser *Baccalaureus artium*. Ésta es la razón por la que las obras teológicas más importantes de esta época presuponen y emplean en toda su extensión la Lógica "artística". Nosotros creemos que en esta doble partición de la Lógica sólo pueden admitirse dos diferencias: (1) los Teólogos no se interesaron primariamente por la Lógica; (2) algunos elaboraron doctrinas lógicas que eran de especial importancia para la Teología: un ejemplo es la teoría de la analogía de Santo Tomás de Aquino.

En la Edad Media encontramos, por tanto, esencialmente una *única* Lógica. Sólo cuando entran en juego problemas gnoseológicos u ontológicos se produce una división, como en la determinación del concepto mismo de Lógica y en la doctrina de la significación. Fuera de esto, encontramos por todas partes una doctrina unitaria, orgánicamente desarrollada. La Edad Media, con su inmensa variedad de puntos de vista en cuestiones no lógicas, confirma la tesis de que la Lógica formal es independiente de la posición filosófica particular de cada lógico.

---

10 La obra de I. Madkour, *L'Organon d'Aristote dans le monde Arabe* (París, 1934), es del todo insuficiente. El profesor A. Badawi de El Cairo ha editado una serie de textos árabes sobre Lógica con comentario, desgraciadamente sólo en árabe. Según comunicación verbal suya, deben contener numerosas doctrinas interesantes.

E. MÉTODO

Lo insuficiente de nuestros conocimientos sobre esta época no nos permite ofrecer aquí la historia del desarrollo de la problemática lógica en la Edad Media. Ésta sería sólo posible para muy pocos problemas, y en ningún modo a lo largo de toda la Edad Media, sino únicamente dentro de períodos cortos. A pesar de todo, este capítulo está justificado en una obra sobre la Historia de la problemática lógica por el hecho de explicar, aunque sea de forma ahistórica en sí, al menos en cierta medida, un estadio de la evolución general de la Lógica.

La elección de los problemas que se van a tratar plantea una doble cuestión. En primer lugar es probable, *a priori*, en el estado actual de la investigación que no podamos abarcar los problemas en su conjunto. Para no errar al menos en lo esencial, nos hemos servido, ante todo, de la *Logica Magna* de Paulo Véneto, que refiere detalladamente todas las discusiones contemporáneas, y puede servir de verdadera *Summa* de la Lógica del XIV. La problemática de Paulo Véneto la hemos completado con otras cuestiones particulares de diversos autores.

La segunda dificultad proviene de los problemas lógicos que implican aspectos de la Epistemología y la Metodología. En Aristóteles y los pensadores de la escuela megárico-estoica se plantean todavía de una manera relativamente simple. En la Escolástica, por el contrario, encontramos en el área de los mismos numerosas concepciones y soluciones ampliamente ramificadas. Estas cuestiones han sido tratadas sólo muy de pasada, para no rebasar excesivamente las fronteras de una Historia de los problemas de la Lógica.

F. CARACTERÍSTICAS

Si echamos una mirada de conjunto sobre los problemas tratados por los Lógicos escolásticos, advertimos fácilmente que se dividen en dos clases: los unos son antiguos, e. d., aristotélicos y megárico-estoicos, p. e., la Silogística categórica y modal, los llamados silogismos hipotéticos (e. d., los argumentos estoicos), etc. Los otros, por el contrario, o son completamente nuevos, o se presentan si no, en una forma hasta tal punto nueva, que no recuerdan para nada lo griego. A éstos pertenece, en primer lugar, la doctrina de las "propiedades de los términos", y por tanto, las de la suposición, copulación, apelación y ampliación; más la de las consecuencias, que empalma, sin duda alguna, con los *Tópicos* aristotélicos y con los Estoicos, y generaliza las doctrinas antiguas presentándolas bajo nuevas perspectivas. Algo parecido hay que decir de los insolubles (§ 35): se trata del "mentiroso" y otros semejantes, muy ampliados y con un tratamiento completamente nuevo.

En general, todo el material tratado por los Escolásticos, incluso el antiguo, lo es bajo perspectivas nuevas y con nuevos medios, y cada vez más, a medida que la Edad Media avanza. Llama la atención, en primer lugar, el método metalógico. Es verdad que no faltan en Aristóteles fragmentos metalógicos (14.16 ss.), pero en la Escolástica, al menos en la última, todo el tratamiento sin excepción es metalógico, e. d., no se presentan fórmulas, sino se describen de tal manera,

que en muchas obras, p. e. en el *De puritate artis logicae* de Burleigh, no aparece una sola variable del lenguaje-objeto. Incluso doctrinas puramente aristotélicas, como la Silogística categórica, son tratadas desde las nuevas perspectivas semióticas y otras. En la primera Escolástica se puede descubrir todavía una doble línea de fuerza: por un lado, los problemas tomados de la Antigüedad se tratan con la mentalidad de los Lógicos antiguos, como sucede, p. e., en los comentarios de San Alberto Magno; por otro, en la misma obra, se desarrolla ya la nueva doctrina, que posteriormente va pasando cada vez más a primer plano hasta el punto de que incluso problemas auténticamente aristotélicos son expuestos, como ya se ha dicho, metalógicamente con la ayuda de la doctrina de la suposición y demás.

Aparte de esto, la Lógica escolástica es ya, a fines del s. XIII, extraordinariamente rica, formalística y aguda en sus formulaciones. Algunos de sus tratados se hallan, sin duda alguna, a un nivel más elevado que el *Organon*, e incluso quizá también que los fragmentos megárico-estoicos. El título de la obra de Burleigh "*De la pureza del arte lógico*" corresponde a la realidad de su contenido: aquí ha surgido una Lógica formal realmente *pura*.

FUNDAMENTOS DE LA SEMIÓTICA

§ 26. OBJETO DE LA LÓGICA

Para poder comprender la doctrina escolástica sobre el objeto de la Lógica hay que conocer ciertos elementos de su Semiótica. Por ello, damos en primer lugar, dos textos de Pedro Hispano y uno de Ockham sobre los sonidos y los términos.

A. Nociones fundamentales de la Semiótica

26.01 Sonido es lo que propiamente se percibe por el oído, pues, bien sea un hombre, bien una campana lo que se oye, no se oye sino mediante un sonido. De los sonidos, unos son voz, otros no lo son. Sonido-voz es lo mismo que voz; de donde voz es un sonido proferido por la boca de un animal, formado por los órganos naturales... Las voces, unas son articuladas *(litterata)*, otras no articuladas. Voz articulada es la que puede escribirse, como "hombre"; voz no articulada, la que no puede escribirse. Las voces articuladas, unas son significativas, otras no significativas. Voz significativa es la que representa algo al oído, como "hombre", o el suspiro de los enfermos que significa el dolor. Voz no significativa es la que no representa nada al oído, como "bu", "ba". Las voces significativas, unas significan naturalmente, otras convencionalmente. Voz significativa convencionalmente es la que representa algo a voluntad del que la emplea, como "hombre". Voz significativa naturalmente es la que representa para todos lo mismo, como el suspiro de los enfermos y el ladrido de los perros. Las voces significativas convencionalmente, unas son simples o incomplejas, otras compuestas o complejas, como la oración...

Se debe saber, además, que el Lógico *(dialecticus)* no distingue más que dos partes en la oración, a saber, nombre y verbo, llamando a las demás "sincategoremas".

26.02 De las cosas que se dicen, unas se dicen en composición, como "un hombre corre", "hombre blanco"; otras, en cambio, sin composición, como "hombre" sólo, que es un término incomplejo... El término, tal como aquí se entiende, es una voz que significa algo universal o singular, como "hombre" o "Sócrates".

Estos textos presentan una doctrina aceptada universalmente en la Escolástica. La mejor síntesis de otra, no menos universalmente admitida, la encontramos en Ockham, que emplea, sin embargo, en lugar de la expresión habitual "*terminus mentalis*" ("término mental"), la de "*terminus conceptus*" ("término concebido").

26.03 Mas se debe saber que así como, según Boecio..., hay tres clases de oraciones, a saber, escrita, hablada y concebida sólo, la cual tiene su ser sólo en el entendimiento, así hay tres clases de términos, a saber, escrito, hablado y concebido. El término escrito es parte de la sentencia escrita sobre algún cuerpo que se ve o puede ver por un ojo corporal. El término hablado es parte de una sentencia proferida por la boca y naturalmente apta para ser oída por un oído corporal. El término concebido es una intención, e. d., una afección del alma que, significando o co-significando algo de una manera natural, es naturalmente apta para ser parte de una sentencia mental...

Éstos son los presupuestos más importantes para lo que sigue.

B. La Lógica como teoría de las segundas intenciones

Son muchos los Escolásticos tempranos que dan definiciones de la Lógica. Nosotros, sin embargo, vamos a prescindir de ellas para ocuparnos directamente de las descripciones del objeto de la Lógica. Conocemos dos. Para la primera, el objeto de nuestra disciplina deben ser las llamadas segundas intenciones. Vamos a documentarla con una triple serie de textos: la primera, de Santo Tomás de Aquino (s. XIII); la segunda, de Ockham (comienzos del s. XIV), y la tercera, de Alberto de Sajonia (finales del s. XIV).

26.04 El ente es doble, a saber, el ente de razón y el ente natural. El ente de razón (*ens rationis*) se dice propiamente de aquellas intenciones que la mente encuentra en las cosas (por ella) consideradas, como la intención del género, de la especie y semejantes a ellas, las cuales no se encuentran en las cosas naturales, sino que son subsiguientes a la consideración de la mente. Éstas, e. d., el ente de razón, son el objeto propio de la Lógica.

26.05 La relación designada por la palabra "mismo" es puramente de razón, si tal palabra se toma sin más, porque una tal relación no

puede consistir más que en una ordenación que halla el entendimiento de una cosa a sí misma, considerada dos veces.

26.06 Por tener la relación el ser más débil de todas las categorías, pensaron algunos que pertenecía a las segundas intenciones (*secundo intellectibus*). En efecto, lo concebido primariamente son las cosas exteriores al alma, hacia las cuales se dirige, en primer lugar, el entendimiento para comprenderlas. Objetos concebidos secundariamente se denominan, en cambio, las intenciones que subsiguen al modo de entender (mismo)... Según esta tesis (*positio*) se seguiría, pues, que la relación no se da en las cosas exteriores al alma, sino solamente en el entendimiento, (exactamente) igual que la intención del género, de la especie y de las sustancias segundas (e. d., universales).

El objeto de la Lógica lo constituyen, pues, según Santo Tomás, tales "objetos concedidos secundariamente" o "segundas intenciones" que pertenecen al campo del "*ens rationis*", siendo por consiguiente Lekta, pero no cualesquiera, sino una especie particular de ellos, como los que corresponden, p. e., al sentido de las constantes lógicas. Hay que recalcar que en Santo Tomás —lo mismo que en los Estoicos— el objeto de la Lógica no son objetos psíquicos, sino algo objetivo y que sólo existe en el alma.

Fue muy discutido en la Escolástica qué es una intención: hay toda una larga serie de opiniones sobre el particular. Ockham dice, p. e.:

26.07 Mas se ha de saber, en primer lugar, que se llama "intención del alma" algo que en el alma es capaz de significar otra cosa... Mas ¿qué es en el alma eso que es tal signo? Hay que confesar que sobre este punto (*articulum*) existen diversas opiniones. Unos dicen que no es sino algo fingido (*fictum*) por el alma; otros, que es una cualidad existente subjetivamente en el alma y distinta del acto del conocimiento; otros, a su vez, que es el acto del conocimiento... Más adelante analizaremos estas opiniones. De momento baste decir que la intención es algo existente en el alma, que es un signo que significa de manera natural algo (distinto) por lo cual puede suponer (*supponere*), o que puede ser una parte de una sentencia mental.

Tal signo es doble. El uno es signo de una cosa la cual no es tal signo... y se llama "primera intención", p. e., la intención del alma que es predicable de todos los hombres, lo mismo que la intención predicable de todas las blancuras y negruras, etc. Y segunda intención es la que es signo de tales intenciones primeras, cuales son el "género", la "especie", etc. Porque, así como de todos los hombres se predica una (primera) intención común a todos los hombres cuando se dice: "este hombre es un hombre", "aquel hombre es un hombre", y así de cada uno en particular, del mismo modo se predica de aquellas intenciones que significan y representan cosas, una intención común a ellas, cuando se dice:

"...piedra es un género", "animal es un género", "color es un género", etc.

En Alberto de Sajonia aparece un ulterior desarrollo de la misma doctrina:

26.08 Se denomina "término de primera intención" a todo término mental que significa objetos no en cuanto signos. P. e., el término mental "hombre", o el término mental "ser", o el término mental "cualidad", o el término mental "sonido". El término mental "hombre", en efecto, significa a Sócrates o a Platón, y esto no en cuanto Sócrates o Platón son signos de otras cosas... Llámase, en cambio, "término de segunda intención" al término mental que por su naturaleza representa las cosas en cuanto signos, es decir, de forma que, si no fueran signos de otras (cosas), no las representaría; así, p. e., los siguientes términos mentales: "género", "especie", "nombre", "verbo", "caso del nombre", etc.

En los dos últimos textos tenemos una concepción distinta de la de Santo Tomás. La segunda intención se concibe en ellos desde un punto de vista meramente semántico: es un signo de un signo; para Alberto de Sajonia incluso un signo de un signo *en cuanto* tal signo.

Ahora bien, resulta problemático decidir si la Lógica sigue siendo todavía para Ockham y Alberto de Sajonia la ciencia de las segundas intenciones en el sentido que sea. Quizá se pudiera formular la concepción de ambos diciendo que: la Lógica es una ciencia construida totalmente en un metalenguaje[11]; pero hay que tener presente aquí que los Escolásticos por "signo" entienden no sólo el externo (hablado o escrito), sino además el "mental".

Sin embargo, por encima de estas diferencias fundamentales persiste en toda la Lógica escolástica un rasgo común: la rigurosa distinción de la Ontología. En Santo Tomás, por ser su objeto no cosas reales, sino segundas intenciones; y en sus sucesores porque no se expresan en lenguaje-objeto, sino en metalenguaje.

Es de notar también que la praxis de la Lógica medieval coincide en su *totalidad* con la concepción tomista del objeto de la Lógica, si bien no es la única existente. La Lógica escolástica consta, en efecto, de dos piezas: la doctrina de las propiedades de los términos y la de las consecuencias. Ahora bien, las propiedades de los términos son, a todas luces, segundas intenciones en el sentido tomista, y las consecuencias se han de concebir igualmente como tales, ya que las relaciones lógicas que expresan (como las que median entre antecedente y consecuente) no son objetos reales.

C. La Lógica formal como teoría de las expresiones sincategoremáticas

Si se adopta el punto de vista sobre el objeto de la Lógica que más arriba hemos atribuido hipotéticamente a Ockham, surge al momento una dificultad:

11 Estoy especialmente reconocido al profesor E. Moody por las numerosas referencias que me ha comunicado sobre las cuestiones aquí tratadas.

toda ciencia puede formularse en metalenguaje, y por consiguiente, nos quedamos sin definición de la Lógica como ciencia particular. Mas nosotros encontramos una delimitación —no explícita, es verdad— del objeto de la Lógica en la *forma lógica,* lo que conduce a una definición precisa de Lógica formal, si se equipara esta forma con los sincategoremas. La praxis de los Escolásticos concuerda plenamente con esta definición al cultivar la correspondiente teoría de la forma lógica. Presentamos aquí tres textos sobre los sincategoremas, uno de Guillermo de Shyreswood (s. XIII), otro de Ockham (comienzos del s. XIV) y otro de Buridano [12] (fines del s. XIV).

26.09 Para comprender plenamente la sentencia hay que conocer sus partes. Y sus partes son: primarias y secundarias. Partes primarias son el nombre sustantivo y el verbo; éstos, en efecto, son necesarios para comprender la sentencia. Partes secundarias, en cambio, son el nombre adjetivo, el adverbio, las conjunciones y las preposiciones: éstas no son, efectivamente, necesarias para el ser de la sentencia.

De las partes secundarias, unas son determinaciones de las primarias por razón de sus objetos (e. d., de los objetos por ellas designados); y éstas no son sincategoremas: p. e., si yo digo "hombre blanco", pues "blanco" significa (aquí) que uno de sus objetos, (a saber), un hombre, es blanco. Otras son, a su vez, determinaciones de las partes primarias en cuanto (éstas) son sujetos o predicados: p. e., si yo digo "todo hombre corre", pues "todo", que es un signo universal, no significa que uno de sus objetos, a saber, un hombre, es universal, sino que "hombre" es un sujeto universal. Tales (partes secundarias de la oración) se denominan sincategoremas y de ellas hemos de tratar (aquí) por ofrecer notable dificultad en la oración.

Ockham nos ofrece un desarrollo del mismo pensamiento:

26.10 Los términos categoremáticos tienen una significación determinada y fija *(certam),* como, p. e., el nombre "hombre" significa todos los hombres, y el nombre "animal", todos los animales, y el nombre "blancura", todas las blancuras. Los términos sincategoremáticos, en cambio, entre los que se cuentan "todo" (distributivo), "ninguno", "alguno", "todo" (colectivo), "excepto", "solamente", "en cuanto" y otros semejantes, ni tienen una significación determinada y fija, ni significan cosas distintas de las significadas por los categoremas. Más aún, así como en un algoritmo el cero *(cifra)* en sí no significa nada, mientras que si se le aplica a otro signo *(figura)* hace que éste signifique algo, así el sincategorema propiamente hablando no significa nada, sino que más

[12] De las *Consequentiae,* atribuidas por los incunables a Buridano. Según me comunica en carta el P. Ph. Boehner, hasta ahora no se ha encontrado ningún manuscrito de esta obra.

bien hace, aplicado a otro (signo), que éste signifique o que suponga por alguna o algunas cosas de una manera determinada, o desempeña alguna otra función *(officium)* junto a un categorema. Por consiguiente, el sincategorema "todo" (distributivo) no tiene significado alguno fijo, sino que, aplicado a "hombre", le hace representar o suponer por todos los hombres... ; aplicado, en cambio, a "piedra" hace que represente a todas las piedras, y aplicado a "blancura" hace que represente a todas las blancuras. Y lo que se dice del sincategorema "todo" (distributivo) se ha de decir proporcionalmente de los demás, si bien a los diversos sincategoremas coresponden funciones distintas, como de algunos de ellos mostraremos más adelante.

Se advierte ya aquí que los sincategoremas son nuestras constantes lógicas. Que determinan la forma lógica es sostenido en forma totalmente explícita y consciente por Buridano (texto que más tarde será tomado casi a la letra por Alberto de Sajonia [13]).

26.11 Cuando se habla aquí de materia y forma se entiende por materia de la sentencia o de la consecuencia los términos meramente categoremáticos, e. d., los sujetos y los predicados, con exclusión *(circumscriptis)* de los sincategoremáticos [14] que se les añaden y mediante los cuales se unen, niegan o dividen y se les asigna una determinada especie de suposición *(trahuntur)*. Todo lo demás, se dice, pertenece a la forma. Por ello se dice que la cópula de las (sentencias) categóricas como de las hipotéticas pertenece a la forma; (al igual que) negaciones, signos y el número tanto de las sentencias como de los términos y la mutua ordenación de todo lo citado, y la interrelación de los términos relativos y los modos de la significación *(modos significandi)*, que se refieren a la cantidad de las sentencias, como la discreción [15], la universalidad...

P. e.: ... las (sentencias) modales son de forma diferente por la diversidad de sus cópulas entre sí y respecto de las de las asertóricas; y por las negaciones y los signos *(signa)*, las (sentencias) afirmativas son de forma distinta de las negativas y las universales de las particulares; y por la universalidad y discreción [16] de los términos, la sentencia singular es de otra forma que la indefinida; las siguientes sentencias son de formas distintas debido al número de términos: "el hombre es hombre" y "el hombre es asno", e igualmente las siguientes consecuencias y sentencias hipotéticas: "todo hombre corre, luego algún hombre corre" y "todo hombre corre, luego algún asno pasea". Son igualmente de dis-

---

[13] Alberto de Sajonia: *Logica Albertucii Perutilis Logica.*

[14] Adopto la lectura *Syncategorematicis* en lugar de *categoricis.*

[15] Adopto la lectura *discretio* en lugar de *descriptio.*

[16] *Idem.*

tinta forma, por razón del orden, las siguientes (sentencias): "todo hombre es animal", "animal es todo hombre", e igualmente las consecuencias siguientes: "Todo *B* es *A*, luego algún *B* es *A*", y: "Todo *B* es *A*, luego algún *A* es *B*", etc. De igual manera, por razón de la relación y de la conjunción..., la (sentencia) "el hombre corre, el hombre no corre" es de forma distinta que esta otra: "el hombre corre y el mismo no corre", pues la segunda es imposible por su forma, y la primera, en cambio, no.

Es fácil demostrar que la Lógica escolástica tiene precisamente como objeto la forma así concebida. La doctrina de las propiedades de los términos trata de la suposición, la apelación, la ampliación y otras relaciones semejantes, todas las cuales vienen determinadas en la sentencia por los términos sincategoremáticos; y la segunda parte de la Lógica escolástica, e. d., la doctrina del silogismo, de las consecuencias, etc., trata de la consecuencia formal que resulta en virtud de la citada forma.

La diferencia entre las dos concepciones de la Lógica descritas consiste, expresado en terminología moderna, en que la primera es semántica, la segunda sintáctica: la primera, en efecto, se vale del concepto de significación, mientras la segunda determina la forma lógica de una manera puramente estructural. Según la segunda, el objeto de la Lógica son las *constantes lógicas*, mientras que para Santo Tomás dicho objeto lo constituye el *sentido* de las mismas. En ambas concepciones, la Escolástica ha sabido crearse un concepto preciso de la forma lógica y, con ello, de la Lógica formal.

D. Contenido de las obras

Dentro de la Escolástica se pueden distinguir dos tipos de obras lógicas: los comentarios a Aristóteles, y los tratados y manuales independientes. Por otra parte se puede constatar que al principio la división de las obras, incluso del segundo tipo, se halla fuertemente condicionada por la problemática aristotélica, al menos en el sentido de que hasta los nuevos problemas se insertan en el marco de las doctrinas del *Organon*. Sólo poco a poco comienzan a encontrar expresión, incluso en la participación misma de las obras, la nueva problemática que progresivamente va infiltrándose. Esto lo vamos a mostrar en una serie de ejemplos recogidos en su mayoría por Ph. Boehner[17].

Alberto Magno no presenta todavía una división independiente: su Lógica consiste en comentarios a los escritos aristotélicos y boecianos.

La obra lógica capital de *Pedro Hispano* se divide en dos partes: la primera es fuertemente aristotélica y contiene los siguientes tratados:

De las sentencias (= *Hermeneia*).
De los predicables (= *Porfirio*).

[17] Ph. Boehner: *Medieval Logic. An outline of its development from 1250-c. 1.400*, 78-91.

De las categorías (= *Categorías*).
De los silogismos (= *Analíticos primeros* A 1-7).
De los lugares (= *Tópicos*).
Suposiciones.
De los sofismas (= *Elencos sofísticos*).

En la segunda parte encontramos claramente una nueva problemática: la divide, en efecto, en los tratados sobre:

Relaciones.
Ampliaciones.
Apelaciones.
Restricciones.
Distribuciones.

Dos cosas llaman la atención en esta división: que el tratado de las sentencias va al comienzo (y no en tercer lugar, después de Porfirio y de las Categorías) y que la doctrina de la suposición se antepone al tratado sobre los sofismas. En ello se aprecia cómo la nueva problemática comienza a condicionar también a lo tradicional.

La *Summa* de *Ockham* presenta una división distinta:

I. Términos:

1. En general.
2. Los predicables.
3. Las categorías.
4. La suposición.

II. Sentencias:

1. Sentencias categóricas y modales.
2. Conversión.
3. Sentencias hipotéticas.

III. Argumentos:

1. Silogismos:
   a) asertóricos,
   b) modales,
   c) mixtos (de los dos primeros tipos),
   d) "exponibilia",
   e) hipotéticos.
2. Demostración (en el sentido de los *Analíticos posteriores*).
3. Otras reglas:
   a) Consecuencias.
   b) Tópicos.

c) Obligaciones
d) Insolubles.

4. Sofística.

Como se ve, el marco general es todavía aristotélico, incluso más que en Pedro Hispano, pero la nueva problemática se ha infiltrado ya en las subdivisiones. Con frecuencia también un título aristotélico está encubriendo una materia totalmente distinta: así, p. e., en el capítulo sobre las Categorías se tratan problemas típicamente escolásticos relativos a las intenciones, etc.

El *De puritate artis logicae* de *Walter Burleigh* presenta la siguiente división:

I. Sobre los términos:

1. Suposición.
2. Apelación.
3. Copulación.

II. (Sin título):

1. Sentencias hipotéticas.
2. Silogismos condicionales.
3. Otros silogismos hipotéticos.

Esto no es más que un trozo, pero en él se ve ya cómo la problemática escolástica ocupa el primer lugar.

Alberto de Sajonia divide su Lógica así:

1. Términos (en general).
2. Propiedades de los términos (suposición, ampliación, apelación).
3. Sentencias.
4. Consecuencias:

a) En general.
b) Consecuencias sentenciales.
c) Consecuencias silogísticas.
d) Silogismos hipotéticos.
e) Silogismos modales.
f) Tópicos.

5. Sofística.
6. Antinomias y obligaciones.

Aquí se halla estructurada toda la Lógica formal aristotélica y estoica en el marco de la doctrina escolástica de las consecuencias, introducida a su vez, por la discusión de otra problemática típicamente escolástica: la de las propiedades de los términos.

Finalmente, la división de la *Logica Magna* de *Paulo Nicoletto Véneto* († 1429), que probablemente constituye la mayor obra sistemática de Lógica for-

mal de la Edad Media. Esta *Lógica* se divide en dos partes, de las cuales la primera trata de los términos, la segunda de las sentencias. En realidad, en la primera encontramos también mucho relativo a las sentencias, mientras la segunda contiene también la doctrina de las consecuencias y silogismos.

I Parte:

1. Términos.
2. Suposición.
3. Partículas confusivas.
4. Partículas exclusivas.
5. Reglas de las sentencias exclusivas.
6. Partículas exceptivas.
7. Reglas de las sentencias exceptivas.
8. Partículas reduplicativas.
9. "Cómo".
10. Comparativos.
11. Superlativos.
12. Objeciones y contraargumentos sobre los mismos.
13. "Todo" categoremático.
14. "Siempre" y "eterno".
15. "Infinito".
16. "Inmediato".
17. "Comienza" y "acaba".
18. Sentencias exponibles.
19. *Propositio officiabilis.*
20. Sentidos compuesto y dividido.
21. Saber y dudar.
22. Necesidad y contingencia del futuro.

II Parte:

1. Sentencias (en general).

2-3. Sentencias categóricas.

4. Cantidad de las sentencias.
5. Cuadrado lógico.
6. Equivalencias.
7. Naturaleza de las sentencias del cuadrado lógico.
8. Conversión.
9. Sentencias hipotéticas.
10. Verdad y falsedad de las sentencias.
11. Significación de las sentencias.
12. Posibilidad e imposibilidad.
13. Silogismos.
14. Obligaciones.
15. Insolubles.

Aquí ha desaparecido el tratado de las consecuencias, pero se halla incluido en el de las sentencias hipotéticas [18].

§ 27. LA SUPOSICIÓN

Vamos a comenzar la exposición de la Lógica escolástica con la doctrina de la suposición. Es ésta una de las más originales creaciones de la Escolástica; desconocida para la Lógica antigua y moderna, juega en la Escolástica, por el contrario, un papel central. Tras las investigaciones, todavía sin publicar, de Minio-Paluello, se puede seguir su proceso en la segunda mitad del s. XII. Hacia la mitad del s. XIII aparece en todas nuestras fuentes como algo ya universalmente admitido. Posteriormente aparecen, sí, ulteriores elaboraciones de puntos particulares, pero no se añaden ideas fundamentales nuevas.

Vamos a presentar primeramente el concepto de suposición en general documentado textualmente para pasar luego a la teoría de la suposición material y simple, y en tercer lugar a las restantes.

A. CONCEPTO DE SUPOSICIÓN

El concepto de suposición aparece ya en Shyreswood bien definido y diferenciado del semejante de "propiedades de los términos":

27.01 El término tiene cuatro propiedades que vamos a distinguir ahora... Y estas propiedades son significación, suposición, copulación y apelación. Significación es la presentación de una forma al entendimiento. Suposición es la ordenación de un concepto *(intellectus)* debajo de otro. Y copulación es la ordenación de un concepto por encima de otro. Se ha de advertir que suposición y copulación, como muchas palabras de esta especie, se dicen en dos sentidos: respecto del acto y respecto del hábito. Sus definiciones las consideran en cuanto (referidas) al acto. En cuanto se dicen respecto del hábito, se llama suposición a la significación de alguna cosa en cuanto subsistente *(significatio alicuius ut subsistentis)*. En efecto, lo que es tal (subsistente) es capaz, por su naturaleza, de ser ordenado bajo otro. Y se llama copulación a la significación de algo

[18] Para dar una idea de la amplitud de estas obras, vamos a citar las siguientes cifras relativas a la *Logica Magna* de Paulo Véneto: comprende 199 folios a cuatro columnas, cada una de las cuales consta, aproximadamente, de unos 4.600 tipos de imprenta; en total contiene, pues, la obra unos 3.650.000 tipos, aproximadamente. Esto equivale por lo menos a 1.660 páginas normales de hoy en 8º, y por consiguiente, de cuatro a cinco tomos actuales. A pesar de todo, la *Logica Magna* no es más que una de las cuatro obras de Lógica formal de Paulo Véneto. Las restantes tienen una amplitud todavía mayor que la *Logica*. En todo el conjunto no se trata en modo alguno de literatura, sino de Lógica pura: los escritos de Paulo Véneto están redactados en lenguaje ceñido y conciso.

en cuanto adyacente, pues lo adyacente es capaz por naturaleza de ser colocado sobre otro. Apelación, en cambio, es la competencia actual del término, e. d., la propiedad por la cual lo que un término significa puede predicarse de algo mediante el verbo "es".

De aquí se sigue que significación la hay[19] en todas las partes de la oración, suposición, por el contrario, sólo en el sustantivo, en el pronombre o en una partícula sustantiva, pues son éstos (los únicos) que significan la cosa como subsistente y tal que puede ordenarse bajo otro. La copulación se da, entonces, en todos los adjetivos, participios y verbos, y la apelación, en todos los sustantivos, adjetivos y participios, pero no en los pronombres, pues (éstos) no significan una forma, sino sólo una sustancia. Tampoco se da en los verbos... Ninguna de estas tres (propiedades), a saber, suposición, copulación y apelación, se da en las partes indeclinables (de la oración), porque ninguna parte indeclinable (de la oración) significa sustancia o algo en la sustancia.

En términos parecidos se expresa Santo Tomás de Aquino:

27.02 El sentido (*ratio*) propio del nombre es el que significa el nombre (mismo)... Pero se dice que "supone por medio del nombre" aquel al que se atribuye el nombre, caso de que se le considere directamente bajo la cosa significada por el nombre, como un indeterminado bajo lo determinado; si, por el contrario, no se le considera directamente bajo la cosa (representada por el) nombre, se dice que "se halla copulado (*copulari*) por medio del nombre". P. e., el nombre "animal" significa una sustancia sensible animada, y "blanco" significa un color que actúa sobre la vista. Ahora bien, "hombre" se considera directamente bajo la razón de "animal", como un determinado (incluido) bajo un indeterminado. Pues el hombre es, efectivamente, una sustancia sensible animada, con una alma determinada, a saber, racional. Bajo "blanco", en cambio, que se halla fuera de su esencia, no se considera directamente.

27.03 La diferencia entre los sustantivos y los adjetivos consiste en que los sustantivos comportan su supuesto, mientras los adjetivos no, sino que sitúan en la sustancia[20] la cosa (por ellos) significada. Por lo cual dicen los Lógicos (*sophistae*) que los sustantivos suponen; los adjetivos, en cambio, no suponen, sino copulan.

La doctrina implícita, en este texto, fue formulada luego explícitamente por Ockham:

27.04 (La suposición) es una propiedad que conviene al término, mas nunca fuera de la sentencia.

---

[19] Adopto la lectura *est* en lugar de *non est*.

[20] Adopto la lectura *substantiam* en lugar de *substantivum*.

B. Suposición material y formal

Escribe Shyreswood:

27.05 La suposición es: una material, otra formal. Se denomina material cuando la sentencia *(dictio)* supone bien por la voz *(vox)* aislada, bien por la expresión compuesta de la voz y (su) significado, p. e., si dijéramos: *homo* consta de dos sílabas, *homo* es un nombre. Formal es cuando la expresión supone por lo que ella significa.

27.06 Esta primera división de la suposición es objeto de disputa. Parece, en efecto, que (en ella) lo que se distingue no es la manera de la suposición, sino más bien (la) de la significación, puesto que la significación es la representación de una forma al entendimiento. Por consiguiente, si hay representación distinta, hay significación distinta. Ahora bien, si una expresión supone materialmente, representa a sí (misma) o a su sonido; si por el contrario, supone formalmente, representa lo significado por ella; luego representa algo distinto; luego significa algo distinto. Pero esto no es verdad, porque las expresiones en sí representan siempre lo que ellas significan, y, caso de representar su sonido, no (lo representan) en sí (mismas), sino (sólo) mediante combinación con un predicado. Algunos predicados, en efecto, se refieren naturalmente al simple sonido o a la expresión; otros, en cambio, al significado. Pero esto no implica ninguna diferencia en la significación. En efecto, así como la expresión es una expresión antes de ser incluida en una oración, así tiene igualmente un significado con anterioridad, y no (sólo) por el hecho de hallarse coordinada con otra (expresión).

Tomás de Aquino observa a este respecto:

27.07 Contra esto (nuestra doctrina) podría objetarse que también los verbos en otros modos parecen a veces estar colocados en el (lugar del) sujeto, p. e., cuando se dice "corro es un verbo". Mas (a esto) se ha de decir que el verbo "corro" en esta locución no se toma formalmente, (e. d.), en cuanto su significado se refiere a la cosa, sino en cuanto materialmente significa la voz misma que (aquí) se toma como una cosa.

Las expresiones "*suppositio materialis*" y "*suppositio formalis*" tienen, sin embargo, en Santo Tomás otro sentido todavía. A veces emplea la primera en lugar de la *suppositio personalis* (v. 27.20 ss.), y la segunda en lugar de la *suppositio simplex* (v. 27.15 s.):

27.08 El término que hace de sujeto se toma materialmente, esto es, por el supuesto. Pero el que hace de predicado se toma formalmente, esto es, por la naturaleza significada (por él).

Quizá esta ambigüedad fue la razón de que la expresión "suposición formal" que encontramos en Shyreswood y Tomás de Aquino desapareciera después, a lo que sabemos, fuera de la escuela tomista [21].

Ockham divide ya la suposición inmediatamente en tres especies:

27.09 La suposición se divide primeramente en personal, simple y material.

Las dos primeras especies aquí citadas son sub-especies de la suposición formal de Shyreswood y Tomás de Aquino, que Ockham no cita ya. En adelante es la de éste la que vamos a encontrar habitualmente fuera de los tomistas.

En 27.05 se habla de "voz aislada" y de "expresión compuesta de la voz y su significado". Esta distinción la encontramos reelaborada, a finales del s. XV, en Pedro Tartareto:

27.10 Suposición material es el empleo (*acceptio*) del término para una cosa o cosas significadas por él no en último lugar... A este respecto hay que observar que lo significado es doble, a saber, lo (significado) en último lugar y lo no en último lugar. Ahora bien, lo significado en último lugar es lo en último lugar significado por un término que convencionalmente significa (algo) en último lugar, o (lo en último lugar significado por un término que) por naturaleza (significa algo en último lugar) en sentido propio. Lo no significado en último lugar es, en cambio, el término mismo, o uno semejante a él en el sonido o en la escritura, o uno mentalmente igual. De aquí se sigue que al término oral o escrito se le asigna significación convencional en un doble sentido: de un lado, en último lugar; de otro, no en último lugar. En último lugar significa todo aquello para significar lo cual fue formulado. Por el contrario, se dice que el término hablado significa convencionalmente no en último lugar el (término) escrito de igual significación que la suya, y del escrito se dice que significa no en último lugar el sonido sinónimo...

Desde el punto de vista moderno, esta doctrina contiene el equivalente de nuestra distinción entre lenguaje y metalenguaje, con la diferencia de que, en lugar de dos lenguajes, aparece una doble suposición de los símbolos de la misma lengua. Además, en los dos últimos textos encontramos la importante distinción, no redescubierta en la Logística hasta 1940, entre el nombre de un símbolo individual y el nombre de una clase de signos de igual forma.

Esta distinción aparece por primera vez, a lo que sabemos, en San Vicente Ferrer [22] (s. XIV), como división de la suposición material:

---

21 La noticia sobre la presencia de esta expresión en C. Iavello († 1538) se la debo al P. Ph. Boehner.

22 Vicente Ferrer fue uno de los grandes predicadores de su tiempo. Anotemos que también Savonarola fue un Lógico notable. En el ámbito cultural indio (sobre todo en el Budismo) se da idéntica unión entre una vida profundamente religiosa y la dedicación e interés por la Lógica formal. Parece tratarse de un fenómeno poco conocido y sin explicar hasta el presente.

27.11 La suposición material se divide como... la formal. La (suposición material) una es universal (*communis*), otra singular (*discreta*).

La singular es cuando el término o el sonido asigna para un supuesto (determinado) por el que supone su significación material. Y así la suposición material[23] ocurre de tres formas. Una, por medio del sonido o del término mismo, como cuando se pregunta: "¿Qué quieres decir?", y el otro responde: "Digo 'buf', y 'baf' digo", (entonces) el sujeto de esta sentencia supone material (y) singularmente, porque supone por el sonido mismo, numéricamente idéntico (a él) (v. 11.11). Esto resulta todavía más claro si se asignan nombres a los términos singulares, como p. e., que el nombre "hombre"[24] designe a este hombre concreto, el nombre *A* a este sonido concreto "buf" y *B* al otro ("baf"). Pues bien, si se dice: " '*A*' es un sonido" o " '*A*' es pronunciado o proferido por mí", el sujeto supone material (y) singularmente como en la sentencia "Sócrates corre" el sujeto supone formal y singularmente.

27.12 Se realiza, en segundo lugar, mediante un nombre (*nomen*) demostrativo que remite a un sonido o a un término singular (*singularem*), como cuando el sonido o el término "hombre" se escribe en cualquier parte y refiriéndose a este sonido se dice: "Éste es un nombre". Entonces, el sujeto de la sentencia supone materialmente por aquello a lo que hace referencia.

Tiene lugar una tercera manera, por medio de un término..., que es determinado mediante un pronombre demostrativo, como si del sonido escrito "hombre" se dijera: "Este 'hombre' es un nombre", o "Este sonido es un nombre".

Y (en) cada una de estas formas puede, además, realizarse o ser modificada, por la suposición natural, la personal y la simple, como se ha dicho (también) de la suposición singular formal.

Suposición material universal (*communis*) es cuando el sonido o el término supone indeterminadamente por su significación material, como cuando se dice: "Escriben 'pueblo' ", el sujeto de esta sentencia supone indeterminadamente por este término "pueblo", (en otro ejemplo), por otro (término), etc. Mas yo no digo que en la sentencia "escriben 'pueblo' ", o en otra, la suposición sea indeterminada, sino que el sujeto es indeterminado y que se toma indeterminadamente.

La suposición material universal se divide en natural, personal y simple, como la suposición formal universal... Un ejemplo de personal: "Se oye 'hombre' ", "se escribe 'hombre' ", "se responde 'hombre' ". Un ejemplo de simple: " 'Hombre' es una especie (*species*) de sonido", "se piensa 'hombre' ", "este hombre emite (la voz) 'hombre' "; y así (se

[23] Adopto la lectura *materialis* en lugar de *formalis*.

[24] Adopto la lectura *homo* en lugar de *primo*.

pueden seguir poniendo ejemplos) de otros muchos (sonidos o términos), como cualquiera puede ver.

La suposición material se divide, por consiguiente, igual que la formal. Estos textos representan una de las cumbres de la Semántica escolástica. La agudeza de penetración resulta tanto más asombrosa si se tiene presente que no sólo la decadente Lógica "clásica", sino incluso los Lógicos matemáticos, no llegaron durante casi un siglo a descubrir la distinción expuesta en la introducción a 27.11.

Hay que decir también que en el recién citado texto de Pedro Tartareto (27.10) aparece una división que no puede expresarse en nuestros términos modernos. Los Escolásticos distinguen, en efecto, como ya se ha dicho más arriba (26.03), *tres* especies de signos correlativos: escritos, orales y psíquicos. En consecuencia, un signo escrito con suposición material puede suponer por sí mismo (o por signos de igual forma) o por el correspondiente signo oral o psíquico.

Paralela a la distinción en material y formal de la suposición, corre esta otra que encontramos en Burleigh:

27.13 La décima regla es: que a todo acto realizado sigue el acto signado y viceversa. Se sigue, en efecto, (correctamente): "El hombre es una animal, luego de 'hombre' se predica 'animal' ". El verbo "es" realiza, en efecto, la predicación, y el verbo "se predica", la significa. Las partículas sincategoremáticas realizan los actos, mientras los verbos adjetivales significan tales actos. P. e., el signo "todo" realiza la distribución, y el verbo "distribuir", la significa; la partícula "si" realiza la consecuencia, y el verbo "se sigue", la significa.

Dijimos que esta distinción corría paralela a la de suposición formal y material; en efecto, podría fácilmente traducirse en aquélla. Sin embargo, parece que aquí Burleigh no piensa en esta suposición: con el acto signado quiere significar no palabras, sino lo que ellas significan. En el ejemplo de Burleigh, en efecto, no es la *palabra* "animal" lo que se predica de la *palabra* "hombre", sino lo que la primera significa de lo que la segunda supone.

C. Suposición simple

Junto al concepto de suposición material, el de la llamada simple (*simplex*) constituye una interesante innovación de la Escolástica. En este apartado podemos limitarnos al s. XIII, y principalmente a Pedro Hispano. Vamos a reproducir en primer lugar algunas de sus divisiones generales de la suposición formal:

27.14 De la suposición, la una es universal, la otra, singular. Suposición universal es la que se realiza por medio de un término universal, p. e., "hombre". Suposición singular es la que se realiza por medio de un término singular. De las suposiciones universales, una es natural, otra, accidental. Suposición natural es la atribución de un término uni-

versal a todos aquellos de los cuales puede ser predicado por naturaleza; así, p. e., "hombre", tomado en sí mismo, tiene por su naturaleza la suposición de todos los hombres que son, fueron y serán. Suposición accidental es la atribución de un término universal a todos aquellos que necesitan una adición, p. e., "el hombre es". Aquí, el término "hombre" supone por los existentes. En cambio, cuando se dice "el hombre fue" supone por los pasados. Y cuando se dice, en fin, "el hombre será" supone por los futuros, y de esta forma tiene diversas suposiciones según los diversos elementos que se le añadan.

En época posterior, aparecen además, junto a éstas, una suposición "impropia" [25] y otra "mixta" [26]. La primera consiste simplemente en un empleo metafórico del término. La segunda fue introducida para explicar la función de términos, una de cuyas partes presenta una suposición y la otra una segunda. Desde el punto de vista de la Lógica, no son estos conceptos de gran importancia. Lo es, por el contrario, la continuación de 27.14 en Pedro Hispano:

27.15 De las suposiciones accidentales, unas son simples y otras personales. Suposición simple es la atribución de un término común (*communis*) a un objeto universal (*universalis*) por él representado (*figurata*), p. e., cuando se dice: "El hombre es una especie", o "El animal es un género": el término "hombre" representa al hombre en general y no a un inferior; e igualmente de cualquier término común, p. e., (en las sentencias): "Risible es un propio", "racional es una diferencia".

27.16 De las suposiciones simples, unas son de término común en el sujeto, como "hombre es una especie"; otras, de término común en el predicado afirmativo, cómo "todo hombre es animal"; el término "animal" colocado en el predicado tiene (aquí) suposición simple, porque supone sólo por la naturaleza genérica; otras, en fin, son de término común tras una expresión exceptiva, p. e.: "Todo animal, excepto el hombre, es racional". El término "hombre" tiene (aquí) suposición simple. Por lo cual no se sigue: "Todo animal, excepto el hombre, es irracional, luego todo animal, excepto este hombre", sino que se da una falacia en la figura de dicción (v. 11.16) al pasarse de la (suposición) simple a la personal. De la misma manera: "El hombre es una especie, luego un hombre determinado (es una especie)"; y "todo hombre es un animal, luego (es) este animal". En todas estas conclusiones se da un tránsito de la suposición simple a la personal.

27.17 Por otra parte, que un término, universal en el predicado, tiene suposición simple, se pone de manifiesto cuando se dice: "La ciencia

---

[25] Paulo Véneto, *Logica Magna* I 2, 16ra.

[26] En el pasaje citado en 27.10.

de todos los contrarios es una e idéntica", pues si, efectivamente, el término "ciencia" no tuviera suposición simple sería una falacia. Porque no hay, en efecto, ciencia alguna particular de todos los contrarios: así, la medicina no concierne a todos los contrarios, sino sólo a lo sano y a lo enfermo, la gramática a lo correcto y a lo incorrecto, y así de las demás.

Compárese este texto con el de Santo Tomás, más arriba aducido (27.08). Presentamos aquí otro texto más del Aquinate en el que queda (en un contexto teológico) expuesta con claridad la misma idea:

27.18 La sentencia *Homo factus est Deus*... puede entenderse de forma que *(ly) factus* determine la composición de sujeto y predicado de suerte que el sentido resultante sea: "Un hombre, es de hecho, Dios", e. d., es un hecho que un hombre es Dios. Y en este sentido ambas sentencias son verdaderas, tanto *homo factus est Deus* como *Deus factus est homo*. Pero éste no es el sentido propio de estas locuciones, a no ser que se entienda que "hombre" tiene no una suposición personal, sino simple. Pues, aunque este hombre (concreto) no se haya hecho Dios, como este sujeto, la persona del Hijo de Dios, era Dios desde la eternidad, el hombre tomado en general no ha sido siempre Dios.

Este texto resulta además importante, porque permite vislumbrar quizá, la razón por la que se habla en la Escolástica de una suposición personal: tal es, en efecto, la función del término en la que supone por individuos o por el "individuum" *(suppositum)*. Los Escolásticos piensan aquí en el problema teológico de la persona de Cristo aludido en 27.18.

Lo esencial de la teoría escolástica de la suposición simple puede resumirse, más o menos, de la siguiente manera: en la sentencia "*A* es *B*", el sujeto "*A*" tiene una suposición personal de sí, e. d., "supone" por individuos; el predicado "*B*", en cambio, la tiene simple, e. d., "supone" por una propiedad o una clase. Mas se pueden formar también sentencias en las que se predique algo de una tal propiedad o clase, debiendo tener entonces el sujeto suposición simple. Como se ve, trátase en esta doctrina nada menos que de la distinción entre dos tipos lógicos, el primero y el segundo (v. 48.11).

La inteligencia de este hecho sencillo, pero importante en la historia de la problemática lógica, se ve dificultada porque los Escolásticos discuten junto con esta teoría otros dos problemas. Trátase (1) del problema del análisis de las sentencias, a saber, si han de concebirse sólo extensionalmente o de forma que el sujeto se entienda extensional, y el predicado intensionalmente. Santo Tomás y Pedro Hispano se deciden, en los textos aducidos, por la segunda concepción. En el capítulo sobre la estructura de la sentencia (29.02-04) trataremos más extensamente este problema. A éste se añade (2) el problema de la correlación semántica del término con suposición simple. Es éste un difícil problema filosófico, en el que los Escolásticos sostuvieron diversas opiniones sobre su solución. Así, Pedro Hispano parece sostener en 27.16 que un término con suposición sim-

ple "supone" por la esencia (naturaleza) del objeto. Ockham, por el contrario, y su escuela opinan que el correlato semántico de tal término simple es "la intención del alma":

27.19 Un término no puede tener en todas las sentencias suposición simple o material, sino solamente cuando dicho término se une con otro (término) extremo que se refiere a una intención del alma, a un sonido o a algo escrito. P. e., en la sentencia: "Un hombre corre", "hombre" no puede tener suposición simple ni material, porque "correr" no tiene relación con una intención del alma ni con un sonido ni con algo escrito. En cambio, en la sentencia: "El hombre es una especie", por significar "especie" una intención del alma, puede tener suposición simple.

Es de interés, desde el punto de vista lógico, en este texto y en otros semejantes[27] que Ockham y sus seguidores parece como si hubiesen intentado dar una interpretación extensional también a los términos con suposición simple: su correlato sería la intención (concreta).

A partir de Buridano no faltan en la Edad Media —igual que a comienzos del s. XX— lógicos que identifican la suposición simple con la material. Paulo Véneto anota a este respecto:

27.20 La suposición simple se diferencia de la material y de la personal; algunos dicen lo contrario, suprimiendo toda distinción entre la material y la simple. Mas *(unde)* es claro que el sujeto no "supone" materialmente cuando se dice: "La esencia divina es comunicable hacia dentro".

D. Suposición personal

La suposición más corriente de un término es la personal. Ockham dice a este respecto:

27.21 Se ha de advertir también que un término, sea cualquiera la sentencia en que se incluya, puede tener siempre suposición personal, a no ser que por voluntad de quienes lo usan quede restringido a otra.

Ofrecemos la definición y divisiones de esta suposición en Pedro Hispano. Su texto contiene lo esencial de la doctrina que se mantuvo en vigor universalmente hasta el fin de la Escolástica.

27.22 Suposición personal es el empleo de un término común en lugar de sus inferiores, p. e., cuando se dice: "El hombre corre", el término "hombre" está en lugar de sus inferiores, a saber, de Sócrates y de Platón; y así de los demás.

---

[27] P. e., A. de Sajonia: *Logica Albertucii Perutilis Logica* II 1, 11ra.

27.23 De las suposiciones personales, unas son determinadas, otras confusas. Suposición determinada es el empleo de un término universal tomado sin determinación (cuantitativa), o con un signo particular, p. e.: "El hombre corre" o "un cierto hombre corre". En ambos casos se llama determinada, porque, si bien en ambos casos el término "hombre" supone por todo hombre, corra o no, sin embargo son verdaderas solamente referidas a un solo hombre que está corriendo. Porque una cosa es suponer por y otra hacer verdadera una sentencia para un (sujeto) determinado en las (sentencias) precedentes[28]. Mas, como queda dicho, el término "hombre" supone por todos, tanto corran como no, pero hace verdadera la sentencia sólo referida al que corre. Que en estas dos sentencias se trata de la suposición determinada, resulta claro, porque, cuando se dice "un animal es Socrates, un animal es Platón, etc., luego todo animal es todo hombre", se da una falacia en la figura de dicción (v. 11.16 y 27.16), (pasándose) de varios determinados a uno. Y así el término universal tomado sin determinación (cuantitativa) tiene una suposición determinada, e igualmente (el tomado) con un signo particular.

27.24 Suposición confusa es el empleo de un término común (*communis*) para varias cosas, mediante un signo universal (*universale*). P. e., cuando se dice: "Todo hombre es animal", el término "hombre" representa, mediante un signo universal, a varios, a saber, a cada uno de sus supuestos.

27.25 A su vez, de las suposiciones confusas, unas son confusas en fuerza del signo o del modo, otras en fuerza de la cosa. P. e., cuando se dice: "Todo hombre es un animal", el término "hombre" se confunde en fuerza de signo, e. d., se distribuye entre cada uno de sus supuestos. (Por el contrario), como cada hombre tiene su esencia, el verbo "es" se aplica en fuerza de la cosa a tantos animales cuantos son los hombres a los que se aplica "homo". Y como en cada hombre se da su animalidad, resulta que "animal" se aplica allí en fuerza de la cosa a tantos animales cuantos son los hombres a los que se aplica "hombre" y las esencias a las que se aplica el verbo "es". Por tanto, se dice que el término "hombre" tiene aquí suposición confusa, movible y distributiva: confusa y distributiva, porque se aplica a todo hombre; y movible, porque se puede descender de él a cualquiera de sus inferiores, como, p. e.: "Todo hombre es animal, luego Sócrates y Platón (son animales)". Por el contrario, dícese que el término "animal" se confunde aquí inmoviblemente, porque de él no se puede descender, p. e.: "Todo hombre es animal, luego todo hombre es este animal"; sino que se da un proceso de la suposición simple a la personal, como en este caso: "El hombre es la más digna de las creaturas, luego también un hombre (concreto lo es)";

28 Adopto la lectura *praedictis* en lugar de *praedicatis*.

y: "La rosa es la más hermosa de las flores, luego (también) una rosa (concreta lo es)". La diferencia está en que en estas (sentencias) hay una suposición simple por parte del sujeto, mientras en la otra, por parte del predicado.

27.26 Hay otra división de la suposición personal, pues una, en efecto, es restringida *(restricta)*, y otra ampliada *(ampliata)*.

E. Interpretación en términos modernos

Si nos preguntamos cómo traducir la expresión "suposición" en terminología moderna, hemos de admitir que no hay posibilidad de hacerlo. "Suposición" cubre toda una serie de funciones semióticas que hoy día no podemos representar con una sola denominación. Algunas suposiciones pertenecen con toda claridad al campo de la Semántica: así, las dos materiales y la personal; otras, por el contrario, como la simple y las subdivisiones de la personal, son, como Moody agudamente ha observado[29], no funciones semánticas, sino puramente sintácticas. La extraña divergencia entre la teoría de la suposición y las correspondientes teorías modernas consiste en lo siguiente: mientras la Lógica contemporánea tiene un signo especial para cada función en cuanto es posible —así se emplea un signo para una palabra y otro para el nombre de dicha palabra, uno para la palabra en suposición personal y otro distinto para la palabra en suposición simple—, los Escolásticos adoptan signos semejantes y determinan sus funciones fijando la suposición. Lo cual viene a desembocar, en fin de cuentas, en la diferencia fundamental de ambas formas de la Lógica, que ya hemos puesto de relieve: la Lógica escolástica se vale de la lengua cotidiana, la moderna elabora un lenguaje artificial.

§ 28. AMPLIACIÓN, APELACIÓN, ANALOGÍA

Entre otras propiedades de los términos vamos a ilustrar con algunos textos tres que son de especial interés para la Lógica formal, a saber, la ampliación, la apelación y la analogía.

A. Ampliación

Escribe Pedro Hispano:

28.01 Restricción es la reducción *(coarctatio)* del término común *(communis)* de una suposición mayor a otra menor, P. e., cuando se dice: "Un hombre blanco corre", el adjetivo "blanco" restringe la suposición (del término) "hombre" a (solos) los blancos. Ampliación *(amplia-*

[29] E. A. Moody: *Truth and consequence in mediaeval logic*, 23.

tio) es la extensión del término de una suposición menor a otra mayor; p. e., cuando se dice: "Un hombre puede ser el Anticristo", el término "hombre" no sólo supone por aquellos (hombres) que existen (ahora), sino también por aquellos que existirán. Por lo que se amplía a los futuros. Y digo "del término común", porque un término singular ni se reduce ni se amplía.

De las ampliaciones, una se realiza mediante un verbo, así mediante el verbo "puede", como, (p. e., en la sentencia) "un hombre puede ser el Anticristo"; otra se verifica mediante un nombre, como "que un hombre sea el Anticristo, es una posibilidad"; otra mediante un participio, como "un hombre es capaz *(potens)* de ser el Anticristo"; otra mediante un adverbio, como "un hombre es necesariamente un animal". (En la última sentencia), "hombre" se amplía, en efecto, no sólo al tiempo presente, sino también al futuro. Y por consiguiente, se sigue otra división de la ampliación: de las ampliaciones, una es, respecto de los supuestos, como "un hombre puede ser el Anticristo"; otra, respecto del tiempo, como "un hombre es necesariamente un animal", como queda dicho.

La misma doctrina en lo fundamental, si bien más agudamente elaborada, defiende, p. e., a fines del s. XIV Alberto de Sajonia:

28.02 Ampliación es el empleo de un término en lugar de uno o varios (supuestos), exceptuado aquel que existe en el presente; e. d., en lugar de aquel o aquellos por los que la sentencia (indica) que es usada. Existen ciertas reglas referentes a ella:

28.03 La primera es ésta: Todo término que supone respecto de un verbo en pasado se amplía de forma que supone por lo que (es o) fue, p. e., cuando se dice: "Lo blanco fue negro"; "lo blanco" se amplía en esta sentencia de forma que supone no sólo por lo que es blanco, sino también por lo que fue blanco.

28.04 Segunda regla: El término que supone respecto de un verbo en futuro se amplía de forma que supone por lo que es o será...

28.05 Tercera regla: Todo término que supone respecto del verbo "puede" se amplía de forma que supone por lo que es o será. P. e., la (sentencia): "Lo blanco puede ser negro" significa que lo que es o puede ser blanco, puede ser negro...

28.06 Cuarta regla: El término que supone respecto del verbo "es contingente" se amplía de forma que supone por lo que es o puede ser contingentemente *(contingit esse)*. Y éste es el pensamiento de Aristóteles en el (libro) I de los *(Analíticos) primeros*...

28.07 Quinta regla: Un término que en una sentencia es sujeto respecto de un participio pasado se amplía, por más que la cópula de dicha sentencia sea (un verbo) en presente, de forma que supone por

lo que (es o) fue... P. e., en la sentencia "un hombre ha muerto", el sujeto supone por lo que es o ha sido.

28.08 Sexta regla: En una sentencia en la cual la cópula (es un verbo) en presente, y el predicado, en cambio, en futuro, el sujeto se amplía de forma que supone por lo que es o será. P. e.: "Un hombre es (un ser) que ha de ser engendrado"; por esta sentencia se indica, en efecto, que el que es hombre o lo será es (un ser) que ha de ser engendrado.

28.09 Séptima regla: Si la sentencia tiene una cópula en presente, (pero) su predicado incluye el verbo "puede" —como los nombres verbales que acaban en "-ble" ("*-ibile*")—, el sujeto se amplía de forma que supone por lo que es o puede ser; p. e., cuando se dice: "El hombre es engendrable" (*homo es generabilis*). Esta (sentencia) "el hombre es engendrable" equivale (*valet*), en efecto, a: "El hombre puede ser engendrado", en la que el (término) "hombre" se amplía, en virtud de la tercera regla, de forma que supone por lo que es o puede ser...

28.10 Octava regla: Todos los verbos —aunque estén en presente— tales que, por su naturaleza, pueden extenderse (*transeundi*) a un objeto futuro, o pasado, o posible, lo mismo que a un presente, amplían los términos a cualquier tiempo, (al) presente, (al) pasado y (al) futuro. Tales son, p. e., estos (verbos): "entiendo", "sé", "conozco", "significo" (*significo*) y otros semejantes...

28.11 Novena regla: El sujeto de toda sentencia de necesidad (*de necessario*), en sentido dividido (v. § 29, D), se amplía de forma que supone por lo que es o puede ser. P. e.: "Todo B es necesariamente A"; esto equivale (*valet dicere*), en efecto, a la (siguiente sentencia): "Todo lo que es o puede ser B, es necesariamente A"...

28.12 Décima regla: Si en una sentencia no hay ningún término ampliable, su sujeto no se amplía, sino que esta sentencia indica (*denotatur*) que (el sujeto supone) sólo por lo que es actualmente.

Este texto es un ejemplo precioso de análisis lingüístico escolástico y ofrece un importante complemento a la teoría de la suposición: divide en tres clases los objetos representados por un término, a las que se añade otra clase más, la de los objetos posibles. Es fácil de ver que esta doctrina contiene una aportación fundamental al problema de las llamadas clases vacías, pues la expresión "clase vacía" adopta tantas significaciones cuantas son las especies de ampliación que existen. Compárese con la manera de tratar los modernos el mismo problema (v. § 46, A y B).

Las reglas séptima, octava y novena de Alberto de Sajonia contienen además, un análisis de las sentencias modales. De este tema nos ocuparemos más adelante con detalle (§ 33).

B. Apelación

Íntimamente relacionada con la ampliación está la llamada apelación, de importancia también para el problema de las clases vacías. La doctrina relativa a ella pormenorizadamente elaborada en el s. XIII siguió desarrollándose en el curso del XIV, surgiendo entonces varias teorías sobre la apelación distintas de las del XIII [30]. Vamos a citar dos textos del s. XIII, uno de Pedro Hispano y otro de Shyreswood.

28.13 Apelación es el empleo de un término por una cosa existente. Y digo "por una cosa existente", porque un término que significa un inexistente no tiene apelación, p. e., "César" o "Anticristo", etc. La apelación se diferencia de la suposición y de la significación en que la apelación se refiere sólo a la cosa existente, la suposición y la significación, en cambio, se refieren tanto a cosas existentes como inexistentes, como, (p. e.): "Anticristo" significa el Anticristo y supone por el Anticristo, mas no lo apela, y como "hombre" que significa y supone naturalmente por el hombre, pero apela sólo a los hombres existentes.

Y la apelación, una es de término común (*communis*), p. e., "hombre"; otra de término singular (*singularis*), p. e., "Sócrates". El término singular significa, supone y apela lo mismo, porque significa una cosa existente, p. e., "Pedro".

Las apelaciones de término común, a su vez, unas son de término universal *pro re ipsa* en universal, así cuando el término tiene suposición simple, p. e., cuando se dice: "El hombre es una especie", o "el animal es un género"; y entonces el término universal significa, supone y apela lo mismo, como (en la sentencia citada) "hombre" significa el hombre en universal y supone por hombre en universal y apela al hombre en universal. Otra (apelación) es de término universal *pro suis inferioribus*, así cuando el término universal tiene suposición personal, p. e., cuando se dice: "Un hombre corre". Entonces, "hombre" no significa, supone y apela lo mismo, porque significa al hombre en universal, supone por los hombres particulares y apela a los hombres particulares existentes.

28.14 La suposición conviene al término (*inest*) en cuanto se halla bajo otro (*est sub altero*). La apelación, en cambio, conviene al término en cuanto es predicable de sus inferiores mediante el verbo "es"... Por ello dicen algunos que el término que es sujeto (*ex parte subiecti*), supone, y el que es predicado (*ex parte praedicati*), apela... Se ha de saber también que el término que es sujeto apela sus objetos, mas no en cuanto sujeto. El que es predicado, por el contrario, los apela (en cuanto tal).

30 Esta referencia, así como otras muchas observaciones sobre las teorías de la suposición y aplicación, se las debo al Prof. E. Moody.

Como muestra de las teorías del s. XIV puede servir la siguiente de Buridano[31]:

28.15 Se ha de saber, efectivamente, en primer lugar, que de un término que puede suponer naturalmente por algo se dice que apela todo lo que significa o co-significa (*consignificat*), excepto por lo que supone, a no ser que se restringiera... P. e., "blanco", suponiendo por el hombre, apela la blancura, y "grande", la grandeza, y "padre", la generación pasada y a otro cualquiera engendrado por el padre, y "lejanía" apela aquello de lo que está lejano y la distancia (*dimensionem*) entre aquellos a la cual debe el estar distante...

28.16 Un término apela lo que él apela a modo de adyacencia de algún tipo, o a modo de no adyacencia respecto de aquello por lo que supone o por lo que, por su naturaleza, puede suponer...

En tercer lugar se ha de tener presente que, según las diversas especies positivas de adyacencia de las cosas apeladas —(de adyacencia) a los objetos por los que los términos suponen— resultan diversas especies de predicación, como (p. e.), el cómo, el cuánto, el dónde (y) el haberse una cosa respecto de otra, etc. De estas diversas especies de predicación se toman los diversos predicamentos... (v. 11.13).

28.17 Los términos apelativos apelan diversamente respecto de un verbo en presente y de un (verbo) asertórico (por un lado), y de un verbo en pasado y en futuro (por otro), (y) respecto del verbo "puede" o (respecto de) "posible". Respecto de un verbo en presente, el término apelativo, en efecto —caso de que no haya ningún término ampliativo—, apela su objeto, bien sea en el sujeto, bien en el predicado, como algo que le es adyacente en el presente y, por lo cual, puede naturalmente el término suponer, y como algo a modo de adyacencia a él adyacente, de acuerdo con lo que apela.

He aquí una teoría distinta de las del s. XIII y que parece de la máxima significación desde el punto de vista lógico-formal. Un término no apela aquí, en efecto, aquello por lo que supone, sino algo respecto de lo que se halla relacionado con otra relación (sea ésta cual fuere, a lo que parece). Buridano dice esto expresamente, p. e., respecto del término "distante": sea *A* lo distante de *B*; resulta que "distante" no apela a *A*, sino precisamente a *B*. Lo cual representa un claro concepto de la Lógica de las relaciones. En lugar de nuestro "relación", Buridano escribe *adiacentia*. De especial significación es 28.16, pues en él expone Buridano nada menos que la idea de que los términos absolutos son definibles mediante relaciones, concepto por tanto, correspondiente al de la descripción relativa (47.19). Si las ideas básicas de este texto se hubiesen llevado a la práctica, se hubiesen seguido como consecuencia una serie de interesantes teorías,

[31] Estos textos, junto con la observación de su gran importancia, me fueron facilitados por el Prof. E. Moody. A él debo también las ideas capitales del comentario.

p. e., una sobre la cuantificación múltiple. Lo que no sabemos es si esto sucedió en la Edad Media.

C. Analogía

En el estado actual de la investigación no es, por desgracia, posible exponer la teoría escolástica de la significación con alguna esperanza de acertar en lo fundamental siquiera. Vamos a presentar, sin embargo, una pieza importante de este campo, la teoría de la analogía, de transcendencia para la Lógica formal y suficientemente investigada ya. Un único texto de Santo Tomás nos bastará:

28.18 De Dios y de la creatura nada puede predicarse unívocamente, pues en todos los unívocos el sentido del nombre es común a todos aquellos de quienes se predica el nombre unívocamente..., y sin embargo, no puede decirse que lo que se dice de Dios y de la creatura se predique equívocamente... Se ha de decir, por tanto, que el nombre de ciencia ni se predica unívocamente ni simplemente equívocamente de la ciencia divina y de la nuestra, sino analógicamente, con lo que no se dice, sino: proporcionalmente. Mas la conveniencia según una proporción puede ser doble, y en consecuencia, se ha de considerar una doble comunidad de analogía. Hay, en efecto, una conveniencia consigo mismas de las cosas que guardan una proporción mutua por tener una determinada distancia o alguna otra relación entre sí, p. e.: el (número) 2 con la unidad, por ser el doble de ella. A veces se considera también una conveniencia entre sí de dos cosas entre las que no se da proporción alguna, sino más bien la semejanza de dos proporciones entre sí, p. e., el 6 conviene con el 4 en que, así como el 6 es el doble de 3, así el 4 es el doble de 2. La primera conveniencia es la de proporción, la segunda, en cambio, la de proporcionalidad. Por lo cual encontramos que algo se dice analógicamente de dos cosas según el modo de la primera conveniencia, cuando la una guarda una relación respecto de la otra, como el ser se dice de la sustancia y del accidente por la relación que la sustancia y el accidente tienen (entre sí). Y la salud se dice de la orina y del animal por tener la orina una (cierta) relación [32] con la salud del animal. Mas a veces se predica algo analógicamente según el segundo modo de conveniencia, como el nombre de la visión se dice de la visión corporal y del entendimiento, porque, como la visión en el ojo, así es el entendimiento en el espíritu *(mens)*.

Éste es, quizá, el texto más claro entre los muchos en que Tomás de Aquino trata de la analogía [33]. Con demasiada frecuencia ha sido mal comprendido a lo

[32] Adopto la lectura *habitudinem* en lugar de *similitudinem*.

[33] Los principales son (por orden cronológico): *Script. sup. Sent.* I, prol. 1, 2 ad 2; d. 19, 5. 2; d. 35. 1, 4; *De veritate* 2, 11 ad 6; *Sum. contra Gent.* I 34; *De potentia* 7, 7;

largo de la Historia. También desde el punto de vista de la historia de los problemas de la Lógica merece considerarse con detenimiento, dada su significación tanto histórica como problemática. Acerca de él hemos de llamar la atención sobre lo que sigue:

Se trata con toda claridad de una cuestión *semántica* —Santo Tomás habla de nombres—, y es curioso que tanto él como su mejor comentador, Cayetano[34], tratan el tema de la analogía casi siempre bajo el título "De los nombres"... Con ello quieren significar no meros sonidos, sino de acuerdo con el uso de los Escolásticos más arriba constatado, palabras con sentido.

Según nuestro texto hay, pues, tres clases de nombres: unívocos, equívocos y análogos. Los últimos ocupan una posición intermedia entre los dos primeros. La clase de los nombres análogos se subdivide a su vez, en dos subclases: los unos son análogos por proporción y los otros por proporcionalidad. Ambas divisiones proceden de Aristóteles (10.11 y 10.12), pero la somera indicación de la *Ética a Nicómaco* ha sido aquí reelaborada y se ha convertido en una teoría lógica sistematizada.

Ahora bien, mientras la doctrina tomista de la primera clase de nombres análogos resulta aquí de interés únicamente en cuanto representa un ensayo de formalización de las reglas que regulan el uso de los nombres de esta clase, la doctrina de la segunda clase —la de los nombres análogos por proporcionalidad— desemboca nada menos que en una primera formulación del concepto de isomorfismo (v. 47.39). Que esto es así, puede exponerse de la manera siguiente:

Hemos de observar, en primer lugar, que según el texto, un nombre análogo de la segunda clase significa siempre relaciones o "relata" definidos mediante relaciones. Es verdad que cada uno de los dos sujetos en cuestión en esta analogía significa también algo absoluto, pero esto es justamente distinto en cada uno de ellos y es respecto de esto respecto de lo que el nombre es equívoco. La comunidad de significación se da sólo respecto de ciertas relaciones.

Pero no se trata aquí de la misma relación, sino de dos relaciones *semejantes*: lo dice expresamente en el texto, sólo que el ejemplo (6 : 3 = 4 : 2) puede inducir a error, pues en él tenemos una identidad de dos relaciones. Que Santo Tomás no piensa en tal identidad, lo muestran las aplicaciones tanto en el ámbito de lo creacional (visión : ojo — razón : espíritu) como especialmente en el divino (ser divino : Dios — ser creado : creatura). El pensamiento que preside es, pues, el de una relación de semejanza entre dos relaciones.

Esta relación entre relaciones es tal que permite, de lo que sabemos sobre una, inferir algo sobre la otra, debiendo mantenerse respecto de Dios la proposición: "No podemos conocer qué es Dios"[35].

La aparente contradicción desaparece si se tiene presente que se trata de un isomorfismo que permite, en efecto, de hecho transferir algo de una relación a

---

In Met. Arist. 4, 1 y 5, 8; *In X lib. Eth. Arist.* I 7; *Sum. theol.* I 13, 5. La mejor exposición histórica de la cuestión: M. T. L. Pénido: *Le rôle de l'analogie en théologie dogmatique*, 12-53. (V. Bibliografía en la p. 506 de esta obra.) Para completarla: P. Wyser: *Thomas von Aquin*, 56, y *Der Thomismus*, 79 s.

[34] *De nominum analogia*, líneas 1.469-1.534.

[35] *Sum. theol.* I 3, prooem.

otra, sin que ello implique conocimiento alguno acerca de los términos de la relación.

Llama la atención el empleo de un ejemplo matemático, y precisamente de la única función algebraica entonces conocida. Esto hay que explicárselo no sólo por el origen matemático de la teoría de la analogía en Aristóteles, sino quizá también por una genial intuición de Santo Tomás que barruntara confusamente hallarse sentando una tesis sobre las estructuras. En todo caso, nuestro texto es de una gran significación histórica: en él aparece por primera vez en la Historia un adelanto del estudio de las estructuras, que había de constituir una de las tendencias capitales de la moderna ciencia.

§ 29. ESTRUCTURA Y SENTIDO DE LA SENTENCIA

A. DIVISIÓN DE LAS SENTENCIAS

Ofrecemos, en primer lugar, un texto de Alberto de Sajonia que resume la doctrina general escolástica sobre las especies de sentencias atómicas (categóricas):

29.01 Las sentencias son: unas categóricas, otras hipotéticas. Algunas categóricas se denominan, sin embargo, hipotéticas en la significación (*hypothetice in significando*), como las exclusivas, las exceptivas y las reduplicativas, aparte de otras.

A su vez, de las sentencias categóricas que no son equivalentes a las hipotéticas en la significación —como ésta: "El hombre es un animal" y otras semejantes—, las unas se denominan sentencias asertóricas (*de inesse*) o de inherencia simple; las otras, modales o de inherencia modificada...

De las sentencias categóricas de inherencia simple a su vez, las unas son de sujeto ampliativo, como "un hombre es muerto", "el Anticristo existirá", y las otras de sujeto no ampliativo (*ampliativa*), tales como "el hombre es un animal", "la piedra es una sustancia", etc.

De las sentencias categóricas de inherencia simple con sujeto ampliativo, a su vez unas son de presente, otras de pasado, otras de futuro...

De las sentencias categóricas de presente, a su vez las unas son de segundo adyacente (*de secundo adiacente*), las otras de tercero adyacente (*de tertio adiacente*). Un ejemplo de las primeras: "El hombre es"; un ejemplo de las segundas: "El hombre es un animal".

De las sentencias categóricas, a su vez las unas son de (término) extremo no complejo (*de extremo incomplexo*), como: "El hombre es un animal"; las otras, de extremo complejo (*de extremo complexo*), como: "El hombre o el asno es un hombre o un asno".

B. Análisis de las sentencias

Recogemos aquí algunos aspectos del análisis escolástico de las sentencias, presentando en primer lugar un texto de Tomás de Aquino sobre la estructura de la sentencia en general, y otro de Ockham.

29.02 En toda sentencia afirmativa verdadera, sujeto y predicado tienen, en cierto sentido, que significar lo mismo según la cosa, y diferente según la razón *(ratio)*. Esto es evidente tanto para las sentencias con predicado accidental como para las de predicado sustancial. Es claro, en efecto, que "hombre" y "blanco" son lo mismo en el supuesto y diferentes según la razón, pues la razón de "hombre" es distinta de la de "blanco". E igualmente cuando digo: "El hombre es un animal". Pues lo mismo que es hombre es, en verdad, también un animal. Efectivamente, en el mismo supuesto están tanto la naturaleza sensitiva por la que algo se denomina "animal" como la racional por la cual algo se denomina "hombre". Por lo cual, también aquí sujeto y predicado son lo mismo según el supuesto, mas distintos según la razón. Esto se encuentra (también), en cierto sentido, en las sentencias en que se predica algo *(idem)* de sí mismo, en cuanto la mente transfiere la función de supuesto *(trahit ad partem suppositi)*, a quien sitúa en el sujeto, y la función de naturaleza de la forma, que reside en el supuesto, a quien sitúa en el predicado. En consecuencia dícese que el predicado se toma formalmente y el sujeto materialmente (v. 27.08). La diversidad en el sentido corresponde a la pluralidad de predicado y sujeto. La identidad de una cosa, en cambio, la mente la significa mediante la composición (de predicado y sujeto).

De hecho nos encontramos aquí con *dos* análisis de la sentencia. En primer lugar un análisis extensional que en la Escolástica posterior se hizo clásico a lo que parece, y que podemos reproducir de la siguiente forma: sea la sentencia "*S* es *P*". Tiene que ser equivalente al producto de las siguientes sentencias: (1) "Hay (al menos) un x tal que tanto *S* como *P* supongan por x". (2) "Hay una propiedad f tal que *S* signifique f". (3) "Hay una propiedad g tal que *P* signifique g". (4) "Tanto f como g convienen a x".

El segundo análisis concibe el sujeto, por el contrario, extensionalmente y el predicado intensionalmente. El sentido de "$A = A$" podría, según nuestro texto, interpretarse así: (1) "Hay un x tal que *A* supone por x". (2) "Hay una propiedad f tal que *A* signique f". (3) "f conviene a x". Este análisis se aplica aquí a una sentencia especial (al principio de identidad); sin embargo, es claro que podría ser válida también en general.

Ockham presenta otro análisis:

29.03 Se ha de saber que para la verdad de una sentencia singular que no equivale a muchas sentencias, no se requiere que el sujeto y el

predicado sean realmente la misma cosa ni que el predicado esté en el sujeto por parte de la cosa, o que sea inherente *(insit)* realmente al sujeto, ni que esté unido por parte de la cosa, fuera del alma, con el sujeto mismo; como, p. e., para la verdad de la sentencia: "es un ángel" no se requiere que el universal "ángel" sea realmente lo mismo que lo que se pone por parte del sujeto, ni que sea realmente inherente a él, ni otra cosa semejante, sino que se requiere y basta que sujeto y predicado supongan por lo mismo. Por tanto, si en la (sentencia): "éste es un ángel" sujeto y predicado suponen por lo mismo, la sentencia es verdadera. Y, en consecuencia, no se indica (con ello) que éste posea la angelidad o que la angelidad esté en él o algo semejante, sino que se indica que es un verdadero ángel, no que él sea tal predicado, sino que es aquello por lo que el predicado supone.

Texto importante no fácil de entender para un lector moderno. He aquí una posible interpretación del mismo (si bien no la única): para la verdad de una sentencia de este tipo se requiere y basta que coincidan la extensión del sujeto y del predicado. Caso de ser así, quiere decir que el predicado no necesita tomarse intensionalmente, sino que basta con usarlo —igual que el sujeto— extensionalmente, como en el primer análisis expuesto por Santo Tomás en 29.02. Ockham defiende aquí, por tanto, una interpretación radicalmente extensional de la sentencia.

Del texto siguiente se desprende que lo dicho en 29.03 es aplicable también a sentencias de otra especie que las allí aludidas:

29.04 Para la verdad de semejantes (sentencias indeterminadas o particulares) basta que el sujeto y el predicado supongan por lo mismo si la sentencia es afirmativa.

C. Análisis de la sentencia modal: "dictum" y "modus"

Hacia la mitad del s. XIII corre una teoría universalmente admitida sobre la estructura de la sentencia modal. La encontramos, p. e., en Alberto Magno [36], Shyreswood [37], Pedro Hispano [38] y en la *Summa totius Logicae* [39]. Vamos a escoger por su formalismo característico un opúsculo de juventud de Santo Tomás de Aquino:

29.05 Como la sentencia modal toma su denominación de "modus", para saber qué es una sentencia modal, es necesario saber qué es un modo. Modo es una determinación de la cosa, y se lleva a efecto bien

[36] *Lib. II Periherm.* B II 1: 440 A, 2.

[37] *Intr.* 40, 10 ss.

[38] *Sum.* 1.28.

[39] *Summa totius logicae* I 7, 11-13; 82 ss.

mediante un adjetivo que determina a un sustantivo, como cuando se dice "hombre blanco", o mediante un adverbio que determina a un verbo. Se ha de saber, por tanto, que el modo es triple: uno determina al sujeto de la sentencia, como: "Un hombre blanco corre"; otro determina al predicado, como, cuando se dice: "Sócrates es un hombre blanco" o "Sócrates corre veloz"; el tercero determina a la composición de este predicado con el sujeto, como, cuando se dice: "Que Sócrates corra, es imposible". Y es de este (último) sólo, del que la sentencia toma su denominación de "modal". Y las demás sentencias que no son modales se denominan "asertóricas" *(de inesse)*.

Ahora bien, los modos que determinan la composición son seis: "verdadero", "falso", "necesario", "posible", "imposible" y "contingente". Sin embargo, "verdadero" y "falso" no añaden nada a la significación de la sentencia asertórica, pues se indica lo mismo cuando se dice "Sócrates corre" que (cuando se dice) "es verdad que Sócrates corre"; e igualmente: "Sócrates no corre" y "es falso que Sócrates corre". Con los otros cuatro modos no sucede esto, pues no se indica lo mismo cuando se dice: "Sócrates corre" y "es posible que Sócrates corra" [40] o "es necesario". Por lo cual, vamos a dejar de lado (los modos) "verdadero" y "falso" y vamos a considerar los otros cuatro.

Pues bien, como es el predicado el que determina al sujeto y no al contrario, así es necesario, para que una sentencia sea modal, que los cuatro modos citados sean predicado y que el verbo que representa *(importat)* la unión (del sujeto con el predicado) se ponga como sujeto. Y esto se realiza cuando (en latín) el verbo de la proposición se pone, en lugar de en indicativo, en infinitivo, y en el lugar del nominativo el acusativo. A esto (acusativo más infinitivo) se denomina "*dictum*". Así, el *dictum* de la sentencia "*Socrates currit*" es "*Socratem currere*". Ahora bien, cuando el *dictum* se toma como sujeto y el modo como predicado, la sentencia es modal, como cuando se dice: "El correr Sócrates, es posible" ("*Socratem currere est possibile*"). En cambio, si se hace al revés, la sentencia será asertórica, como cuando se dice: "Posible es correr Sócrates" ("*Possibile est Socratem currere*").

De las sentencias modales, unas son acerca del *dictum;* otras, acerca de la cosa. Las (sentencias) modales acerca del *dictum* son aquellas en las que el *dictum* entero es sujeto y el modo predicado, como cuando se dice: "El correr Sócrates, es posible". Una (sentencia) modal acerca de la cosa se da cuando se coloca el modo dentro del *dictum,* como cuando se dice: "A Sócrates le es posible correr" ("*Socratem possibile est currere*"). Y se ha de saber que todas las (sentencias) modales acerca del *dictum* son singulares, porque en ellas el modo se propone de este o

---

[40] Adopto la lectura *possibile* en lugar de *impossibile*.

aquel proceso como de un singular. La (sentencia) modal acerca de la cosa se concibe, en cambio, como universal, particular, singular o indefinida según el sujeto del *dictum*, como en las sentencias asertóricas. Por lo cual, (la sentencia) "a todo hombre le es posible correr" es universal; y lo mismo en las otras. Se ha de saber también que se llama afirmativa o negativa a una (sentencia) modal según la afirmación o negación del modo y no según la afirmación o negación del *dictum*. Por tanto..., la (sentencia) modal "el no correr Sócrates, es posible", es afirmativa; ésta, en cambio, "el correr Sócrates, no es posible", es negativa.

Dos cosas llaman la atención en este texto: en primer lugar, el intenso formalismo —se clasifica la sentencia modal por el lugar que el modo ocupa en ella—, después la distinción explícita entre las dos estructuras, de las cuales una sirvió de fundamento a la Lógica modal de Aristóteles (§ 15, B); la otra, a la de Teofrasto (§ 17, B). Las *modales de re* corresponden a la estructura aristotélica, en la cual el modo no determina a la "composición", a la sentencia entera, como diríamos nosotros, sino "al predicado". La sentencia "A es posiblemente B", considerada como *de re*, se podría analizar de la siguiente manera:

Si x es *A*, entonces x es posiblemente *B*.

Las *modales de dicto*, por el contrario, tienen la estructura teofrastiana. La sentencia anterior, considerada como *de dicto*, se puede interpretar así:

Que *A* sea *B*, es posible.

D. Sentido compuesto y sentido dividido

Intimamente relacionada con esta doctrina, clásica en la Escolástica, se halla la del sentido compuesto y sentido dividido de la sentencia. Se desarrolló ésta a partir de la teoría aristotélica de los sofismas de composición y división (11.19) y corresponde parcialmente al análisis modal de las sentencias ya expuesto (29.05), pero abarca también a sentencias de otra especie. Parece que llegó a ocupar un lugar central en la Lógica de la última Escolástica. Vamos a citar, en primer lugar, un texto de Pedro Hispano:

29.06 Hay dos especies de composición (*compositio*). La primera resulta de que un *dictum* puede suponer por sí mismo (en cuanto totalidad) o por una parte de sí, p. e., "es posible que el que está sentado ande". En efecto, si el *dictum* "que el que está sentado ande" se hace en cuanto tal (en cuanto totalidad) sujeto del predicado "posible", entonces (la sentencia) es falsa y compuesta, porque en tal caso se incluyen en el sujeto actos opuestos, a saber, estar sentado y andar, y el sentido es: "El que está sentado está andando". Mas, si este *dictum* supone por una parte del *dictum*, entonces (la sentencia) es verdadera y dividida, y

su sentido es: "El que está sentado tiene capacidad de andar". De igual manera hay que distinguir en esta (sentencia): "Es imposible que quien no está escribiendo esté escribiendo". El *dictum* "que quien no está escribiendo esté escribiendo" hace, en efecto, de sujeto del predicado "imposible"[41], mas unas veces (suponiendo) por sí (en cuanto totalidad), otras por una parte de sí. E igualmente esta (sentencia): "Que una cosa blanca sea negra, es posible". Y se ha de saber que tales oraciones se denominan habitualmente *de re* o *de dicto*.

Como se ve, aparece aquí una doble terminología: al par *de dicto - de re* corresponde un segundo: *composita - divisa*. A parte de esto, Pedro Hispano introduce el concepto de suposición, mientras Tomás de Aquino, en el texto citado (29.05), procede sólo sintácticamente. Sin embargo, Santo Tomás tiene otras expresiones más para el mismo concepto:

29.07 (Se objeta) además: si todo es conocido por Dios como presente a sus ojos *(praesentialiter visum)*, entonces lo que Dios ve, necesariamente ha de ser, como p. e., es necesario que Sócrates esté sentado porque es visto sentado. Mas esto no es necesario absolutamente, (o), como algunos dicen, con necesidad del consecuente *(necessitate consequentis)*, sino sólo condicionalmente *(sub conditione)* o con necesidad de la consecuencia *(necessitate consequentiae)*. Pues la siguiente *(haec)* (sentencia) condicional es, en efecto, necesaria: "Si se ve a alguien estar sentado, está sentado". Por tanto, aun cuando (esta) condicional se transforme *(transferatur)* en una categórica, como si se dijera: "Lo que se ve estar sentado, necesariamente está sentado", es evidente que es verdadera entendida (como sentencia modal) *de dicto* y en cuanto compuesta, pero es falsa entendida (como sentencia modal) *de re* y en cuanto dividida. Y así se yerra en este y en otros (casos) semejantes... en cuanto a la composición y la división.

Resumiendo, tenemos pues, las dos series correlativas de expresiones siguientes (a cada expresión se ha de anteponer *propositio*): *de dicto, composita, necessaria necessitate consequentiae, necessaria sub conditione - de re, divisa, necessaria necessitate consequentis, necessaria absolute.*

En Paulo Véneto se encuentra una variante notable en la doctrina del *de dicto* y *de re:*

29.08 Dicen algunos que siempre que el modo simplemente precede o sigue a la oración en infinitivo, entonces en todos los casos el sentido se denomina categóricamente "compuesto", p. e.: "Es posible que Sócrates corra", "El correr Sócrates *(Socratem currere)*, es posible". Pero si el modo ocupa el centro, entonces el sentido se denomina "dividido",

41 Adopto la lectura *impossibile* en lugar de *possibile*.

p. e.: "A Sócrates le es posible correr". Otros dicen, (por el contrario), que, si el modo precede simplemente, el sentido es compuesto como antes, pero que si ocupa el lugar central o va al final, entonces el sentido es dividido, p. e.: "De *A* sé que es verdadero", "Que *A* es verdadero, es sabido por mí". Y así consiguientemente de otros.

Mas, si bien estos puntos de vista (*modi dicendi*) son verosímiles, no son completamente verdaderos... Por ello, yo digo de otra manera, guardando el medio entre estas (opiniones): si el modo precede simplemente al *dictum* categórico o hipotético, realiza el sentido compuesto; y si ocupa el medio entre el verbo y el primer (término) extremo, entonces está tomado (*tenetur*) en sentido dividido; pero, si sigue al final, puede tomarse tanto en sentido compuesto como dividido.

Este texto, a pesar de su apariencia completamente gramatical, no deja de tener su interés: nos muestra hasta qué punto la Lógica escolástica deriva, a fines del s. XIV, hacia un intento por hacerse con las leyes del lenguaje cotidiano. Frente a las de Santo Tomás y Pedro Hispano, no encontramos en Paulo Véneto una problemática esencialmente nueva.

Hay, además, una segunda interpretación del *sensus compositus* y *divisus* que aparece ya en Pedro Hispano, en el que se nos muestra por primera vez en la plenitud de su problemática:

29.09 (El sofisma) de la división es una división falsa de cosas que deben estar unidas. Hay dos tipos de división. El primero resulta de que una conjunción (una partícula) puede unir dos términos o sentencias. P. e.: "Cinco es par o impar". Igualmente: "Todo animal es racional o irracional". En efecto, si aquí la conjunción "o" separa una sentencia de otra, entonces (esta sentencia) es falsa, y su sentido es: "Todo animal es racional o todo animal es irracional". Si separa un término de otro, entonces es verdadera, y su sentido es: "Todo animal es o racional o irracional", donde la totalidad (de la expresión) separada se predica (como predicado). Igualmente: "Todo animal está sano o enfermo", o: "Toda línea es recta o curva", "Todo número es par o impar".

Una formulación más precisa del mismo pensamiento la encontramos en Burleigh:

29.10 "Todo animal es racional o irracional". Prueba: inductiva. Contraprueba así: todo animal es racional o irracional; pero no todo animal es racional; luego todo animal es irracional. La conclusión es falsa; ahora bien, no (es falsa) la menor; luego la mayor. La conclusión resulta evidente por el lugar de los opuestos (16.18).

Solución: la primera (sentencia) es (de sentido) múltiple, de acuerdo con la composición y la división. En sentido compuesto es verdadera, en sentido dividido, falsa. La inducción en sentido dividido es inválida,

porque (la primera sentencia) en sentido dividido no es una sentencia categórica, sino hipotética de cantidad universal. Y así resulta clara (la respuesta) a la prueba.

De la contraprueba digo que esta consecuencia en sentido compuesto es inválida y que no se verifica de acuerdo con el lugar de los opuestos, porque el lugar de los opuestos consiste en que en una disyunción de la negación de una (de sus) partes se concluye *(arguitur)* a la otra parte; ahora bien, (la primera sentencia) en sentido compuesto no es disyuntiva, sino categórica.

La forma de las sentencias de esta especie en sentido compuesto podría representarse, con variables, de la siguiente manera:

(1) Para todo x: x es A o x es B.

La misma sentencia en sentido dividido podría interpretarse así:

(2) Para todo x: x es A, o para todo x: x es B.

Si esta interpretación fuera exacta, tendríamos aquí un importante teorema sobre la distribución de los cuantificadores. Sin embargo, parece que Burleigh no pensaba precisamente en (1), sino más bien en:

(1') Para todo x: x es (A o B).

E. Significado de la sentencia

Presentamos finalmente un texto en el que se refieren las opiniones más importantes en la Escolástica sobre la correlación semántica de la sentencia. Está tomado de Paulo Véneto:

29.11 Sobre la esencia de la (sentencia)... hay muchas sentencias.

29.12 La segunda sentencia dice que el significado de la sentencia verdadera es la composición del espíritu *(mentis)* o de la razón que compone o divide...

29.13 La tercera sentencia, común a los maestros de mi Orden (Agustinos), y que es en particular la del Maestro Gregorio de Rímini, dice que el significado de la sentencia es lo que de alguna manera existe y es complejamente significable *(complexe significabile)*. Y si se le pregunta si un tal significable (complejamente) es algo o no es nada, dice que el nombre "algo" y sus sinónimos "cosa" y "ser" pueden entenderse de tres maneras. (1) Primeramente de una manera generalísima, en cuanto todo significable compleja o no complejamente, verdadera o no verdaderamente, puede denominarse "cosa" y "algo"... (2) En una segunda manera, (estos nombres) se toman para todo significable com-

pleja o no complejamente, pero con verdad... (3) En una tercera manera, los citados nombres se toman de forma que significan una esencia existente o una entidad (existente); y en esta manera lo que no existe se llama "nada"... Esta sentencia dice, por tanto, que el significado de la sentencia es algo si los citados términos se toman de la primera o de la segunda manera...

29.14 La cuarta sentencia propone varias tesis.

(1) La primera tesis es ésta: que nada es el significado adecuado, e. d., total de una sentencia mental en sentido propio, pues tal (sentencia), en fuerza de las partes a las cuales equivale en (su) significación, significa varios (objetos) distintos unos de otros, cosa clara para todo el que considere (el estado de cosas). Y por tanto, no hay significado total, e. d., exacto de una sentencia tal.

(2) Segunda tesis: todo lo que viene significado por medio de una sentencia mental en sentido propio, de acuerdo con su significación total, viene significado también por una de sus partes...

(3) Tercera tesis: ningún *dictum* correspondiente a una sentencia mental en sentido propio, como, (p. e.), una oración en modo infinitivo significativamente tomada, supone por ninguna cosa. P. e., si el *dictum*, e. d., la oración en modo infinitivo "ser el hombre un animal" (*hominem esse animal*) que corresponde a la sentencia "el hombre es un animal" se toma materialmente, supone por alguna cosa, e. d., por la sentencia a la que corresponde; mas, si se toma significativamente, e. d., personalmente, no supone —así se afirma (de acuerdo con esta cuarta sentencia)— por ninguna cosa. (Esto) es evidente, pues —caso de que una tal oración así tomada signifique varias cosas, a saber, todo lo significado por su sentencia correspondiente— no habría razón alguna para que hubiera de suponer por uno de sus significados más bien que por otro. Pero nadie diría que (supone) por todos, porque (entonces) la oración "ser el hombre un animal" significaría a un asno o supondría por un asno. Luego no supone por ninguno. Y lo que se ha dicho de ella vale también de todas las demás (oraciones semejantes).

Las cuatro sentencias enumeradas pueden resumirse así en terminología moderna: la sentencia, en cuanto correlación semántica, tiene (1) un contenido real, (2) un acto psíquico, (3) un contenido objetivo (el Lekton estoico), (4) absolutamente nada, fuera de lo que ya significan sus partes. En el s. XV tuvieron lugar innumerables y sutiles polémicas sobre el problema de la correlación semántica de la sentencia. Mas, como este problema se halla al margen de la problemática estrictamente lógica, vamos a dejarlo de lado [42].

[42] Véase H. Elie: *Le complexe significabile.*

II. LÓGICA SENTENCIAL

§ 30. CONCEPTO Y DIVISIÓN DE LAS CONSECUENCIAS

A. Panorama histórico

La teoría de las consecuencias constituye una de las más interesantes de la Lógica escolástica. Es, en lo esencial, una prolongación de la Lógica sentencial estoica; sin embargo, por lo que sabemos, fue reconstruida desde sus fundamentos, anudando no con los Logoi estoicos (§ 21), sino con ciertos pasajes del *Hermeneia* y sobre todo, de los *Tópicos*. Desde luego que siguen influyendo también en la Escolástica fragmentos de la Lógica sentencial estoica. La mayoría de ellos le han sido transmitidos por medio de Boecio: sólo para unos pocos se han debido adoptar otras fuentes, como p. e., para el "silogismo del perro" (22.14) que encontramos en Tomás de Aquino [43]. Pero que estos fragmentos no fueron el punto de partida de la doctrina de las consecuencias se desprende del hecho de que, al menos en los comienzos de la Escolástica, vienen citados no en el tratado sobre las mismas, sino en un apartado especial *Sobre los silogismos hipotéticos*.

El nombre de "*consequentia*" es la traducción boeciana de la expresión aristotélica ἀκολούθησις, que aparece frecuentemente en el *Hermeneia* [44], pero sin un sentido técnico exacto, y donde significa una sucesión completamente en general. El mismo sentido tiene la palabra, si bien restringida a las relaciones lógicas de los términos en Abelardo [45], y en parte también, todavía en Kilwardby (30.01) [46] y Pedro Hispano [47]. En este último podemos leer, p. e., la expresión *consequentia essentiae* [48].

---

43 *Sum. theol.* I/II 13, 2 ad 3.

44 P. e., *Hermeneia* 14a30, 33, 35; 14b12, 15, 28; 15a6, 8; 22a14. Todavía con más frecuencia aparece el verbo ἀκολουθέω en: *o. c.* 14a31; 15a27; 20a20; 21b35; 22a33; 22b3, 12, 15, 18, 22, 25 ss., 30; 23a20, 33.

45 Abelardo: *Topica* (Ouvrages, ed. Cousin) 529, 538, 531 y passim.

46 Cito a Kilwardby por dos manuscritos oxonienses (30.01) todavía no publicados, cuya transcripción, sin embargo, ha puesto el P. I. Thomas amablemente a mi disposición.

47 *Summulae logicales* 1.31, 3.33, 3.34, 7.58, 7.61.

48 *O. c.* 3.34.

Por el contrario, en Ockham y posteriores la palabra tiene un significado técnico preciso y concreto: designa una relación consecuencial entre dos sentencias.

El siguiente texto de Kilwardby puede servir como un buen ejemplo de la fase primitiva:

30.01 Él (Aristóteles) dice también que algo es una secuencia (*consenquens*) (de otra cosa cualquiera), por su parte, si solamente todo lo que sigue a *A* se sigue de todo lo que se halla contenido bajo *A*, pues lo que se sigue de la secuencia se sigue de la condición (*antecedens*), y así toda secuencia se sigue de todo el condicionante...

A esto hay que decir que (Aristóteles) toma en todo este tratado (*Analíticos primeros*) "secuencia" (*consequens*) por predicado y "condición" (*antecedens*) por sujeto...

Otro pasaje de Kilwardby es extraordinariamente instructivo respecto del tema que nos ocupa:

30.02 La consecuencia es doble, a saber, esencial o natural —cuando el consecuente está comprendido naturalmente en su antecedente— y accidental. Tal consecuencia (accidental) es (aquella) según la cual decimos que lo necesario se sigue de cualquier otra cosa...

Vese aquí que, para Kilwardby, sólo se da una consecuencia "natural" y "esencial" cuando se trata de una conexión entre términos. Así, la sentencia "Todo hombre corre, luego hay un hombre que corre" sería para él natural, porque en todo hombre está incluido "naturalmente" un hombre. Dicho de otra forma: tal consecuencia está fundada para él siempre sobre relaciones lógicas de términos. También admite ya consecuencias lógico-sentenciales puras, como la que cita: "Lo necesario se sigue de cualquier cosa"; pero éstas son para él solamente consecuencias "accidentales", de especie inferior.

Esta opinión de Kilwardby resulta significativa porque nos muestra que los Escolásticos tuvieron como punto de partida *no* la Lógica sentencial abstracta de los Estoicos, sino la Lógica de los términos aristotélica. Sin embargo, alcanzaron con relativa rapidez un alto nivel técnico en su Lógica sentencial, e incluso, a lo que sabemos, elaboraron una Lógica sentencial pura más precisa que la Lógica sentencial de la escuela megárico-estoica.

Desde el trabajo de Łukasiewicz[49] se le han dedicado a esta Lógica sentencial más trabajos que a cualquier otra doctrina lógica escolástica, siendo mejor conocida que la mayoría de las restantes[50]. A pesar de todo, estamos todavía bastante lejos de poseer una panorámica completa sobre ella. No podemos tampoco enumerar aquí todas las consecuencias escolásticas tratadas en el s. XX, sino que nos vamos a limitar a textos que precisan el concepto de *consequentia* y a presentar luego (§ 31) algunos ejemplos.

---

49 *Zur Geschichte der Aussagenlogik*, espec. 121 ss.

50 J. Salamucha: *Logika zdań u Wilhelma Ockhama;* I. M. Bocheński: *De consequentiis Scholasticorum earumque origine;* E. A. Moody: *Truth and consequence in mediaeval logic*, 64-100: Ph. Boehner: *Does Ockham know of material implications?*

B. Definición de consecuencia

El Pseudo-Escoto da la siguiente definición de consecuencia:

30.03 Consecuencia es una sentencia hipotética compuesta de antecedente y consecuente por medio de una conjunción condicional o racional que significa que, caso de que ellos, e. d., antecedente y consecuente, se formen simultáneamente, es imposible que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso.

Como se ve, la consecuencia se define aquí como una *sentencia (propositio)*, casi coincidiendo literalmente con la definición estoica (19.14), excepto dos diferencias esenciales: (1) "*propositio*" significa, según lo dicho anteriormente (26.03), no el Lekton, sino la sentencia mental, escrita y hablada; (2) la consecuencia corresponde a las sentencias compuestas e inferencial de los Estoicos (19.14). La implicación misma se define a la manera de Diodoro (20.06). A primera vista podría pensarse que falta la variable temporal, pero, si se reflexiona sobre la definición de consecuencia "*ut nunc*" (30.05, y v. 30.09), se ve que la idea de "para todo tiempo" de Diodoro es también fundamental para los Escolásticos. Sostuvieron éstos una amplia polémica que muestra que la problemática fue mucho más compleja de lo que permitiría creer lo que aquí se expone (v. 30.10 s.).

En Burleigh encontramos una excepción notable al principio de que una consecuencia es una sentencia [51].

30.04 Es de advertir también que en toda consecuencia correcta el opuesto (contradictorio) del antecedente no se sigue del opuesto del consecuente, sino sólo en la consecuencia no silogística. El antecedente de una consecuencia silogística no tiene, efectivamente, opuesto, porque el antecedente silogístico es una pluralidad inconnexa de sentencias *(propositio plures inconiuncte)*, y porque tal antecedente no tiene opuesto en absoluto, ya que ni simple ni conjuntamente *(coniuncte)* es *una* sentencia. Pero en la consecuencia silogística del opuesto de la conclusión más una de las premisas se sigue el opuesto de la otra premisa; y si del opuesto de la conclusión más una u otra de las premisas si se sigue el opuesto de la otra, entonces el silogismo original era correcto. Pues así justifica, efectivamente, el Filósofo a partir del opuesto de la conclusión más una de las premisas, como resulta claro del (libro) I de los *(Analíticos) primeros*.

"*Propositio plures inconiuncte*" no significa aquí (como tampoco en los Escolásticos en general: v. 35.38) una sentencia compuesta ni, por tanto, un producto de sentencias, sino que es un símbolo de dos sentencias yuxtapuestas. De

[51] Esto era ya controvertido hacia la mitad del s. XII. (Comunicación escrita del Prof. L. Minio-Paluello sobre el Cód. Orléans 266, p. 78.)

aquí se sigue que el silogismo —y la "consecuencia silogística", por consiguiente— no sean una sentencia. Se sigue también que la consecuencia no fue concebida siempre como una sentencia condicional.

C. División de las consecuencias

Vamos a comenzar también aquí por el Pseudo-Escoto:

30.05 La consecuencia se divide así: una material, otra formal. Consecuencia formal es aquella que se mantiene en todos los términos con tal que se dé idéntica disposición y forma de los mismos... Consecuencia material, en cambio, es la que no se mantiene en todos los términos, aun conservándose idéntica la disposición y forma (de los términos) de manera que la única variación que se produzca sea la de los términos (mismos). Esta consecuencia es doble: una es simplemente verdadera, la otra es verdadera ahora (*ut nunc*). Consecuencia simplemente verdadera es la que puede reducirse a la formal mediante la adición de una sentencia necesaria... Consecuencia material para ahora correcta es la que puede reducirse a la formal mediante la adición de una sentencia contingente verdadera.

Hay, pues, tres especies de consecuencias: (1) formal, (2) simplemente material, (3) material para ahora. Las dos últimas se reducen a la primera, pero por medio de sentencias de diversa índole. Para (2) se requiere una sentencia necesaria, y por consiguiente, siempre verdadera; para (3), por el contrario, hay que emplear una sentencia contingente, y por tanto, verdadera sólo en una determinada sección de tiempo. He aquí un ejemplo de reducción de (2) a (1): "Corre un hombre, luego corre un animal", se reduce a una consecuencia de la especie (1) por medio de la sentencia "Todo hombre es un animal", diciendo: "Todo hombre es un animal, corre un hombre, luego corre un animal". La sentencia introducida es necesaria y, por tanto, verdadera siempre, siendo en consecuencia también "simplemente" —para todo tiempo— válida la consecuencia reducida por su medio a (1).

En Ockham encontramos otra definición y una ulterior división de la consecuencia formal:

30.06 De las consecuencias, una es formal, la otra material. La consecuencia formal es doble, pues una se lleva a efecto con la ayuda de un medio extrínseco que guarda relación con la forma de la sentencia, como, (p. e.), estas reglas: "De una (sentencia) exclusiva a una universal con términos intercambiados resulta una consecuencia correcta", "De una (premisa) mayor necesaria y una menor asertórica se sigue una (conclusión) necesaria", etc. La otra se lleva a efecto directamente con la ayuda de un medio intrínseco, e indirectamente con la ayuda de un medio extrínseco que guarda relación con las condiciones generales de las senten-

cias (y) no con la verdad o falsedad, la necesidad o la imposibilidad. De esta especie es la siguiente: "Sócrates no corre, luego un hombre no corre". Se llama material la consecuencia cuando se lleva a efecto precisamente en virtud de los términos y no en virtud de un medio extrínseco que guarda relación con las condiciones generales de las sentencias. De esta especie son las siguientes: "Si un hombre corre, existe Dios", "El hombre es un asno, luego Dios no existe", etc.

Tiene importancia este texto, porque en él presenta Ockham nada menos que una doctrina análoga a la de la diferencia entre implicación formal y material de Whitehead-Russell (44.10 ss.). Decimos solamente "análoga" porque el concepto de implicación sobre el que se funda este texto no es el de implicación filónica (20.05), sino semejante al de implicación diodórica (20.06). Las implicaciones formales de este tipo se dividen, a su vez, en dos clases, según que se realicen en fuerza de los símbolos que aparecen en ellas o solamente en fuerza de otras sentencias del sistema.

Sobre la división en consecuencia material y formal vamos a presentar todavía un texto de Alberto de Sajonia, que precisa con toda exactitud estos conceptos:

30.07 Una de las consecuencias es la formal, la otra la material. Se llama formal aquella consecuencia (de naturaleza tal que) toda sentencia semejante a ella en la forma, caso de que llegue a formarse, es una consecuencia correcta, p. e., ésta: "*B* es *A*; luego un cierto *A* es *B*". Es material, por el contrario, (una consecuencia de naturaleza tal) que no toda (sentencia) semejante a ella en la forma es una consecuencia correcta, o, como corrientemente se dice, que no tiene en todas términos semejantes atendiendo a la forma, p. e., ésta: "Un hombre corre, luego corre un animal"; pues una consecuencia (semejante en la forma) con los términos: "Un hombre corre, luego corre un leño", no es válida.

Compárese con este texto el citado anteriormente (p. 170, n. 13, y 26.11) sobre el concepto de forma lógica, que empalma directamente aquí.

En el texto citado más arriba del Pseudo-Escoto (30.05) nos encontramos con la división en consecuencia verdadera sin más y consecuencia verdadera para ahora, con una relación con las variables temporales semejante a la de Diodoro Cronos (20.06, v. tb. 19.19). En Burleigh aparece esta idea formulada explícitamente y con gran agudeza:

30.08 De las consecuencias, unas son simples, otras para ahora. Consecuencia simple es la que es válida para cualquier tiempo, p. e.: "Un hombre corre, luego corre un animal". La consecuencia para ahora es válida para un determinado tiempo y no siempre, p. e.: "Todo hombre corre, luego Sócrates corre"; esta consecuencia no es válida, en efecto, siempre, sino solamente en tanto hay un hombre, Sócrates.

La regla primera de las consecuencias es la siguiente:

En toda consecuencia simple correcta, el antecedente no puede ser verdadero sin el consecuente. Y así si en un posible caso *(casus)* que se presentara pudiera ser verdadero el antecedente sin el consecuente, la consecuencia no sería correcta. En la consecuencia para ahora, por el contrario, no puede el antecedente para ahora, e. d., para un tiempo (determinado) para el cual rige la consecuencia, ser verdadero sin el consecuente.

Presentamos otro texto más de Buridano sobre el mismo tema, en el que aparece el nuevo concepto de consecuencia "para entonces".

30.09 De las consecuencias materiales, las unas se llaman consecuencias simplemente, porque, propuestas simplemente, resultan ser válidas, toda vez que no es posible que el antecedente sea verdadero sin el consecuente... Y otras se llaman consecuencias para ahora, porque resultan no ser válidas propuestas simplemente, toda vez que es posible que el antecedente sea verdadero sin el consecuente. En cambio, son válidas para ahora, toda vez que es imposible que —permaneciendo las cosas exactamente igual que ahora— el antecedente sea verdadero sin el consecuente. Y estas consecuencias se usan corrientemente en el lenguaje cotidiano *(istis consequentiis utuntur saepe vulgares)*, como, (p. e.), cuando decimos: "El cardenal blanco fue elegido papa", y concluimos: "Luego fue elegido papa un maestro en teología", y (como) cuando decimos: "Veo un hombre de tal tipo"..., y tú concluyes: "Luego ves ciertamente un hombre falso". Esta consecuencia se reduce a la formal mediante la adición de una sentencia verdadera, pero no necesaria, o de varias verdaderas, pero no necesarias, como en los citados ejemplos: porque el cardenal blanco es maestro en teología y un hombre de tal tipo es un hombre falso. De esta manera es correcta la siguiente consecuencia: suponiendo que no hubiera más hombres que Sócrates, Platón y Roberto, "Sócrates corre, Platón corre y Roberto corre; luego todo hombre corre", (esta) consecuencia se completa *(perficitur)*, efectivamente, por medio de esta (sentencia) verdadera: "Sócrates, Platón y Roberto son todo hombre".

Y se ha de saber que a esta especie de consecuencias para ahora pertenecen las consecuencias permisivas *(permissive)*, p. e.: "Platón dice a Sócrates: Si vienes a mí, te doy un caballo". Esta sentencia es, quizá, una consecuencia verdadera, quizá, una sentencia falsa (y) no una consecuencia, porque (1) si el antecedente es imposible —a saber, porque Sócrates no puede ir donde Platón—, la consecuencia es una consecuencia simplemente verdadera, ya que de lo imposible se sigue cualquier cosa, como más adelante se mostrará. Mas, si (2) el antecedente es falso, pero no imposible, entonces la consecuencia es correcta para ahora, porque de toda cosa falsa se sigue cualquier cosa, como más adelante se mostrará,

a condición de extender el nombre de "consecuencia para ahora" a las consecuencias para entonces, bien sea para el pasado, bien para el futuro o para algún otro tiempo determinado. Mas, si (3) el antecedente fuera verdadero, e. d., si Sócrates fuera donde Platón, entonces quizá (debería) decirse que también en este caso es verdadera la consecuencia, porque puede convertirse en formal mediante la aposición [52] de (sentencias) verdaderas, con tal que se sepa lo que Platón va a hacer en el futuro, y que puede mantener su voluntad *(volitionem durantem facere)*; y prescindiendo por completo de todas las circunstancias de acuerdo con las cuales él lo quiere, y si no se le impide, lo ha de hacer cuando y como quiere, y lo ha de poder hacer; y esta sentencia se transformará de forma que, según el (libro) noveno de la *Metafísica*, sea verdadera, e. d., "Platón quiere dar un caballo a Sócrates, si (éste) viene donde él [53]; luego Platón dará un caballo a Sócrates". Luego si estas sentencias sobre la voluntad y el poder *(potestas)* de Platón son verdaderas, (entonces) Platón propuso a Sócrates una consecuencia verdadera para ahora, pero si no son verdaderas, entonces Platón propuso a Sócrates una falsedad.

D. Sentido de la implicación

Si en el s. II a. C. los cuervos graznaban en los tejados sobre el sentido de la implicación (20.04), en el s. XV tuvieron que entregarse a esta tarea todavía con mayor intensidad. En efecto, frente a las sólo cuatro concepciones de la implicación que nos han llegado de la escuela megárico-estoica, nos transmite Paulo Véneto diez. No todas las definiciones que presenta nos resultan hoy inteligibles en el estado actual de la investigación, pero quizá esto se deba únicamente a que el texto está corrompido. Sin embargo, vamos a ofrecer, buscando ser completos, la lista entera.

30.10 Algunos han dicho que para la verdad de la (sentencia) condicional se requiere que (su) antecedente no pueda ser verdadero sin el consecuente...

Otros han dicho que... (para ello) no se requiere que el antecedente no pueda ser verdadero sin el consecuente en sentido dividido, sino (que) se requiere que no sea posible que el antecedente sea verdadero sin que lo sea el consecuente (en sentido compuesto)...

Los terceros dicen que... (para ello) se requiere que no sea posible que el antecedente sea verdadero, sin serlo el consecuente...

Los cuartos dicen que... (para ello) se requiere que no sea posible que el antecedente sea verdadero si hay un consecuente falso de este antecedente sin una nueva interpretación *(impositio)*...

---

52 Adopto la lectura *appositas* en lugar de *oppositas*.

53 *quando ad se veniet, quando ad se venerit.*

Los quintos dicen que... (para ello) se requiere que, caso de que sea como el antecedente indica *(sicut est significabile per antecedens)*, es necesario que sea como el consecuente indica...

Los sextos dicen que... (para ello) se requiere que no sea posible ser así y no ser así, referido a las significaciones del antecedente y [54] del consecuente de la (sentencia) condicional en cuestión...

Los séptimos dicen que... (para ello) se requiere que no sea posible ser así y no ser así, referido a las significaciones (adecuadas) [55] del antecedente y consecuente...

Los octavos dicen que... (para ello) se requiere que el consecuente esté entendido en el antecedente...

Los novenos dicen que... (para ello) se requiere que la significación adecuada del consecuente esté entendida en el antecedente...

Los décimos dicen que... (para ello) se requiere que el opuesto del consecuente sea incompatible *(repugnat)* con el antecedente...

El siguiente texto de Buridano [56] es instructivo respecto de la diferencia entre las dos primeras concepciones:

30.11 Y luego hay una regla..., que la consecuencia es correcta si es imposible que las cosas sean como indica el antecedente, sin que sean como indica el consecuente. Y esta regla puede entenderse de dos maneras.

La primera, como si fuera una sentencia imposible *(de impossibili)* en sentido compuesto —de la forma que ordinariamente se entiende—, y (entonces) el sentido es que una consecuencia es correcta cuando es imposible la siguiente (sentencia acerca de ella): "Si se forma, las cosas son como indica el antecedente, y no como indica el consecuente". Pero esta regla no es válida, porque de acuerdo con ella, se seguiría que es verdadero el sofisma: ("Ninguna sentencia es negativa, luego algunas sentencias son negativas").

La otra manera, como si fuera una sentencia imposible *(de impossibili)* en sentido dividido, de forma que el sentido es: una consecuencia es correcta si todo lo expresado por el antecedente puede ser imposible (de la manera que por él es expresado) sin que lo sea (también) todo lo que es expresado por el consecuente, como (por él es expresado). Y así queda claro que esta regla no concluiría *(argueret)* que el sofisma fuera verdad, porque lo que expresa la (sentencia) "ninguna sentencia es negativa", es posiblemente así, por más que (lo que la segunda sentencia del sofisma expresa) no sea como la otra expresa; pero si fueran así las afir-

54 Suprimo *oppositi*.

55 Completada por analogía con la sentencia novena.

56 Este texto me ha sido amablemente proporcionado por el Prof. E. Moody.

mativas se conservarían, pero las negativas se aniquilarían (*annihilatae*) todas.

E. La disyunción

Íntimamente relacionado con el concepto de implicación está el de disyunción. Vamos a presentar pues, en este lugar dos textos característicos sobre el desarrollo de su problemática. Escribe Pedro Hispano:

30.12 Para la verdad de las (sentencias) disyuntivas se requiere que una de las dos partes sea verdadera, p. e.: "El hombre es un animal o el cuervo es una piedra"; y está permitido que ambas partes sean verdaderas, pero no propiamente (*proprie*), como, p. e.: "El hombre es un animal o el caballo es capaz de relinchar". Para su falsedad se exige que ambas partes sean falsas, p. e.: "El hombre no es un animal o el caballo es una piedra".

Se ve que Pedro Hispano tiene una idea confusa sobre la implicación: vacila entre la disyunción exclusiva (20.10) y la no exclusiva (20.14), calificando a esta última de *minus propria*, y al mismo tiempo, precisa la falsedad de las sentencias disyuntivas de forma que sólo afecta a ésta. Cuál sea la disyunción "propia" ha de ser todavía controvertido en el s. XIV, como se desprende de un hermoso texto de Burleigh:

30.13 Algunos dicen que para la verdad de la (sentencia) disyuntiva se requiere siempre que una de las dos partes sea falsa, pues, caso de que ambas partes fueran verdaderas, la (sentencia) disyuntiva no sería verdadera, pues la disyunción no admite la coexistencia (*simul esse*) de aquellas cosas que separa, como dice Boecio.

Pero esto no me agrada. Yo digo, por el contrario, que si ambas partes de la (sentencia) disyuntiva son verdaderas, es verdadera toda la (sentencia) disyuntiva. Y lo pruebo así: si las dos partes de la disyuntiva son verdaderas, es verdadera una; y si una de las dos partes es verdadera, entonces la (sentencia) disyuntiva es verdadera. Luego (arguyendo) de lo primero a lo último: si las dos partes de la disyuntiva son verdaderas, la disyuntiva es verdadera.

A su vez: la disyuntiva se sigue de (sus) dos partes; pero hay una regla infalible, que si el antecedente es verdadero, lo es también el consecuente; luego si ambas partes son verdaderas, la disyuntiva es verdadera.

Por tanto, digo que para la verdad de la (sentencia) disyuntiva no se requiere que una de (sus) dos partes sea falsa.

Burleigh se sitúa, por tanto, decididamente de parte de quienes conciben la disyunción como no exclusiva. Merece también notarse en este texto la ejemplar exactitud con que se formulan las dos consecuencias sentenciales:

30.131 Si *A* y *B*, entonces *A*.
30.132 Si *A*, entonces *A* o *B*.

§ 31. CONSECUENCIAS SENTENCIALES

Los Escolásticos no establecieron distinción expresa entre consecuencias de la Lógica sentencial y de la Lógica de los términos. Sin embargo, habitualmente al menos a partir de Ockham, trataron las primeras antes que las segundas. Resultará conveniente aducir a este respecto un texto de Paulo Véneto en el que se resume la terminología sobre las llamadas sentencias hipotéticas. Luego presentamos tres series de textos: una de Kilwardby (primera mitad del s. XIII), otra de Alberto de Sajonia (segunda mitad del s. XIV) y otra de Paulo Véneto (primera mitad del s. XV). A continuación ofrecemos algunos textos de Buridano sobre las consecuencias para ahora. No podemos pretender tampoco reproducir lo esencial de la Lógica sentencial escolástica, sobre todo por no estar todavía lo suficientemente investigada para ello. Los textos aducidos no servirán más que de ejemplos de los problemas tratados y de los métodos aplicados.

A. Sentencias hipotéticas

31.01 Algunos establecen cinco especies de (sentencias) hipotéticas, algunos seis, otros siete, otros diez, otros catorce, etc. Pero, pasando por alto esto, yo digo que hay tres especies, y no más, de (sentencias) hipotéticas, las cuales no coinciden en (su) significación, a saber, la copulativa, la disyuntiva y la condicional, dentro de la cual (la última) hay que incluir, como equivalente, a la racional. Yo no considero, en efecto, que las temporales, locales y causales sean hipotéticas, como tampoco otras formadas y constituidas por otras partículas *(notae)* adverbiales y conectivas. Y (así) éstas serán hipotéticas (sólo) en apariencia *(similitudinarie)*: "Escribí como querías", "Miguel responde como yo le digo". E igualmente la comparativa, p. e.: "Sócrates es tan bueno como Platón", "Sócrates es más blanco que Platón". Asimismo, la relativa, p. e.: "Veo un hombre tal como tú lo ves"... Igualmente la inhibitiva, p. e.: "Sócrates se precave de que se le refute". Igualmente la electiva, p. e.: "Es mejor conceder que has respondido mal, que conceder (algo) peor". Igualmente la subjuntiva, p. e.: "He logrado que hayas respondido bien". Asimismo, la expletiva, p. e.: "Aunque te mueves, no andas". Y, recorriendo[57] así las restantes partículas (propuestas), se podría formar un número muy grande de sentencias (sólo en apariencia) hipotéticas.

[57] Adopto la lectura *discurrendo* en lugar de *distribuendo*.

B. Kilwardby

Vamos a tomar una primera serie de consecuencias del comentario de Kilwardby a los *Analíticos primeros* de Aristóteles. La distinción entre relaciones de la Lógica sentencial y de los términos no es aún siempre clara en Kilwardby (v. p. 201, n. 46). Por esta razón traducimos aquí *antecedens* por "el precedente" y *consequens* por "el subsiguiente", términos que en los textos posteriores han de traducirse por "antecedente" y "consecuente".

31.02 Lo que se entiende en uno o algunos (objetos) se sigue de él o de ellos en virtud de una consecuencia necesaria y natural; y caso de que uno de los contrarios sea incompatible con las premisas (del silogismo), el otro se sigue necesariamente de ellas.

31.03 Si uno de los contrarios no se sigue, puede darse el otro.

31.04 Si se da uno de los contrarios, no puede darse el otro.

31.05 Lo que no se sigue del precedente, no se sigue del consiguiente.

31.06 Lo que se sigue del consiguiente, se sigue del precedente.

31.07 Lo que es componible con uno de los equivalentes (*convertibilium*), lo es también con el otro.

31.08 Y hay que decir que una negación puede ser negada, y así se da una negación de la negación; pero esta segunda negación es, en realidad, una afirmación, y sólo accidentalmente y en cuanto al sonido negación; pues una negación añadida a una negación anula a ésta y, al anularla, establece una afirmación.

31.09 Si de que *A* es blanco se sigue necesariamente que *B* es grande, de la negación (*destructio*) del consiguiente (resulta): si *B* no es grande, *A* no es blanco.

31.10 La (sentencia) disyuntiva se sigue de cualquiera de sus partes, y esto en fuerza de la consecuencia natural, pues se sigue: "Si estás sentado, entonces o estás sentado o no estás sentado".

31.11 Si el precedente es contingente o posible, también el consiguiente.

31.12 No es, en efecto, necesario que lo que se sigue del precedente se siga (también) del consiguiente.

C. Alberto de Sajonia

En segundo lugar presentamos una serie de textos de la *Perutilis Logica* de Alberto de Sajonia en la que la doctrina de las consecuencias aparece en una fase altamente desarrollada. En este punto, Alberto de Sajonia depende íntimamente de Buridano hasta el grado de que muchas veces no hace más que transcribirle. Sin embargo, algunas cosas las formula con mayor claridad que Buridano.

Aparte de esto, el texto de las *Consequentiae* de este último que poseemos es peor que el de la *Perutilis Logica*. Tampoco Buridano es el autor único de su doctrina de las consecuencias: parte proviene de Ockham y parte se descubre ya en Pedro Hispano.

Como en todo este apartado, los textos aquí presentados no son más que ejemplos de la problemática de la época.

Hemos de citar, en primer lugar, la definición de antecedente y consecuente que da Alberto de Sajonia:

31.13 Se llama antecedente respecto de una sentencia aquella que guarda con ella tal relación que es imposible que lo significado por ella —en tanto se mantenga el sentido de los términos (*impositio terminorum*)— sea tal (como lo expresa) si lo que la otra (el consecuente) significa no es (como el consecuente expresa).

Alberto de Sajonia, como todos los Escolásticos del s. XIV y posteriores, establece una aguda distinción entre la *regla de la consecuencia* y la *consecuencia* misma. La regla es una descripción metalógica (más exactamente meta-metalógica) de la forma de la consecuencia correcta. La consecuencia misma es una sentencia que tiene dicha forma. Esto en la mayoría de los casos. Sin embargo, algunas reglas de Alberto de Sajonia son concebidas como formas sentenciales, a manera de los esquemas de inferencia (21.16) estoicos por consiguiente. Así, p. e., la quinta (31.18), con la única diferencia de que aquí las variables son claramente metalógicas, e. d., que en lugar de ellas se han de poner *nombres* de sentencias y *no* las *sentencias mismas* como en el caso de los Estoicos.

31.14 La primera (regla de la consecuencia simple) es ésta: de una sentencia imposible se sigue cualquier otra. Prueba: por las definiciones nominales del antecedente y del consecuente dadas en el capítulo primero. En efecto, si una sentencia es imposible, es imposible que sea (al mismo tiempo) como ella indica y que no sea como cualquier otra expresa; luego la sentencia imposible es antecedente de cualquier otra sentencia; y, consiguientemente, de (una) sentencia imposible se sigue cualquier otra sentencia. Y esto es lo que corrientemente se expresa: de lo imposible se sigue cualquier cosa. Y así se sigue: el hombre es un asno, luego el hombre corre; pues, como el antecedente es imposible, si no es como indica el consecuente, es imposible que sea como indica el antecedente.

31.15 Segunda regla: una sentencia necesaria se sigue de cualquier otra sentencia. Esto se demuestra de nuevo por las definiciones nominales de antecedente y consecuente. En efecto, es imposible que no sea como indica una sentencia necesaria, si resulta ser como cualquier otra (sentencia) indica. Y consiguientemente, la sentencia necesaria es un consecuente de cualquier sentencia. De aquí se sigue que la siguiente consecuencia es correcta: "Un hombre corre, luego Dios existe", o: "(Luego) el asno es un animal".

La demostración de estas dos reglas es típica de la concepción escolástica de la Lógica sentencial y muestra lo distinta que es, tanto de la concepción megárico-estoica como de la moderna. Lo esencial de la Escolástica es que una consecuencia *no* une dos *contenidos, sino* dos *sentencias* (sentencias, claro está, en sentido escolástico: incluida, por tanto, también la sentencia mental; v. 26.03). Sea "*P*" el nombre de la sentencia que corresponde al contenido *p*, y "*Q*" el nombre de una sentencia correspondiente al contenido *q*. La demostración de la primera consecuencia puede exponerse así:

Se presupone como axioma que

31.151 Si no puede ser *p*, entonces tampoco puede no ser (*p* y no *q*).

Entonces se procederá así:

(1)	*P* es imposible.	[Hipótesis]
(2)	*p* no puede ser.	[Por la definición de imposibilidad y como consecuencia de (1)]
(3)	(*p* y no *q*) no puede ser.	[Por (2) y 31.151]
(4)	*Q* es el consecuente de *P*.	[Por definición y por (3)]
(5)	*Q* se sigue de *P*.	[Por definición]

Que es lo que había que demostrar, puesto que *Q* es aquí cualquier sentencia.

Se ve, pues, que la tesis metalógica sobre una relación (consecuencia) entre sentencias se prueba por reducción a leyes lógicas referentes a relaciones entre contenidos objetivos.

31.16 Tercera regla: (1) De toda sentencia se sigue cualquier otra cuyo contradictorio sea incompatible con ella. Y (2) de una sentencia no puede seguirse otra cuyo contradictorio sea compatible con ella, de donde (la expresión) "una sentencia es compatible con otra" se entiende de forma que el estado de cosas (*sic esse*) significado por una es compatible con el significado por la otra...

La primera parte de la regla se demuestra (así): Supongamos que la sentencia *B* no puede darse a la vez que *A*. Digo, (pues), que (entonces) de *A* se sigue el contradictorio de *B*, es decir, no-*B*. Es claro: porque *A* y *B* son incompatibles; y así: (o *A*) es imposible, de forma que de ella se sigue cualquier (sentencia) según la primera regla; o *A* es posible, y entonces necesariamente, si se da *A*, se dan (o) *B* o no-*B*, pues en una oposición de contradicción una de las partes es siempre verdadera. Ahora bien, es imposible que si se da *A* se dé *B*, por hipótesis. Luego es necesario que si se da *A* se dé no-*B*. Luego de *A* se sigue no-*B*.

La segunda parte de la regla se demuestra (así): Caso de que se den juntas *A* y no-*B*, entonces resulta que si se da *A* no se da *B*. Mas como no se dan juntas *B* y no-*B* es posible que si se da *A* no se dé *B*. Luego de *A* no se sigue *B*.

31.17 Cuarta regla de toda consecuencia correcta: Del contradictorio del consecuente se sigue el contradictorio del antecedente. Esto es claro, pues, supuesto que *B* se sigue de *A*, digo que no-*A* se sigue de no-*B*. Porque o es así, o es posible que *A* se dé juntamente con no-*B*, según la regla precedente. Ahora bien, es necesario que, caso de que se dé *A*, se dé *B*; luego *B* y no-*B* se dan juntas, lo cual es imposible según el principio común de que "es imposible que se den juntos dos contradictorios"...

31.18 Quinta regla: Si *B* se sigue de *A* y *C* de *B*, entonces (1) *C* se sigue de *A*; y (2) de todo lo que se sigue *B* se sigue (también) *C*; y (3) lo que no se sigue de *A* no se sigue de *B*; y (4) de todo lo que no se sigue *C*, tampoco se sigue *B*. Y esto es lo que corrientemente se dice: todas las consecuencias (que siguen) son correctas: (1) Todo lo que se sigue del consecuente se sigue también del antecedente. (2) De todo lo que se sigue el antecedente de esta consecuencia se sigue (también) el consecuente. (3) Lo que no se sigue del antecedente, no se sigue tampoco del consecuente. (4) De donde no se sigue el consecuente, no se sigue tampoco el antecedente. Esta regla tine cuatro partes.

La primera (parte) es: Si *B* se sigue de *A*, y *C* de *B*, entonces *C* se sigue de *A*. Pues, caso de que *B* se siga de *A*, entonces, si es como indica *A*, es también como indica *B*, según la definición nominal de antecedente y consecuente. Y caso de que *C* se siga de *B*, entonces, si es como indica *B*, es también como indica *C*. Luego, si es como indica *A*, es también como indica *C*. Y consiguientemente, *C* se sigue de *A*.

La segunda parte es clara: pues nada de lo que se sigue *B* puede darse si no se da *B*; y como *B* no puede darse si no se da *C*, se sigue también que de todo lo que se sigue *B* se sigue *C*. Y por "darse" hay que entender ser como indica *B*...

31.19 Sexta regla: (1) Es imposible que de lo verdadero se siga lo falso. (2) Es igualmente imposible que de lo posible se siga lo imposible. (3) Es igualmente imposible que de una (sentencia) necesaria se siga una no necesaria. (La primera parte) está clara por la definición nominal de antecedente y consecuente, pues, caso de que sea como el antecedente indica, es también como indica el consecuente; y consiguientemente, caso de que el antecedente sea verdadero, el consecuente es verdadero y no falso. La segunda parte es clara, pues, si puede ser como el antecedente indica, puede también ser como indica el consecuente; y consiguientemente, caso de que el antecedente sea posible, lo es también el consecuente. La tercera parte es clara, pues, caso de que necesariamente haya de ser como indica el antecedente, ha de ser también (necesariamente) como indica el consecuente.

31.20 De esta regla se sigue: (1) Si el consecuente de una consecuencia es falso, lo es también su antecedente. (2) Igualmente, si el con-

secuente de una consecuencia es imposible, es también imposible el antecedente. (3) Igualmente, si el consecuente de una consecuencia no es necesario, tampoco es necesario su antecedente.

Y digo a sabiendas (*notanter*): "si el consecuente no es posible", y no: "si el consecuente no es verdadero posiblemente"; pues (en) esta (consecuencia), "toda sentencia es afirmativa, luego ninguna sentencia es negativa", el antecedente es posible y (también) el consecuente es posible. Sin embargo, aunque es posible, es imposible que sea verdadero, como se ha dicho más arriba. Y sin embargo, de lo falso se puede seguir lo verdadero, y de lo imposible lo posible, y de lo no necesario lo necesario. Esto es claro por Aristóteles en el (libro) II de los *Primeros (Analíticos*, cap. 2) (16.31).

31.21 Séptima regla: Si de *A* más la adición de una o algunas (sentencias) necesarias se sigue *B*, entonces *B* se sigue de *A* sola. Prueba: *B* o es necesaria o no es necesaria. Si es necesaria, entonces se sigue de *A* sola, según la segunda regla, porque lo necesario se sigue de cualquier (sentencia). Pero, si *B* no es necesaria, entonces *A* o es posible o es imposible. Si se dice que *A* es imposible, entonces *B* se sigue de nuevo de *A* sola como también de *A* más la adición de una (sentencia) necesaria, según la primera regla, pues de lo imposible se sigue cualquier otra cosa. Mas, si se dice que *A* es posible, entonces, caso de que se dé *A*, es imposible que no se dé *B*, o, caso de que se dé *A*, es posible que no se dé *B*. Si lo primero, entonces *B* se sigue de *A* sola lo mismo que de *A* más la adición de una (sentencia) necesaria, según la definición nominal de antecedente y consecuente. Mas, si se dice que si se da *A* es posible que no se dé *B*, entonces, si se da *A*, deben darse *A* y las (sentencias) necesarias adicionales. Pues es imposible que no se dé (la[58] sentencia) *A*, porque no es posible que, si se da *A*, no se dé *A*. Y consiguientemente: para que se dé *A*, e. d., para que sea como indica *A*, es necesario que sea como indican *A* y las (sentencias) necesarias adicionales. Por tanto, de *A* se siguen *A* y las (sentencias) necesarias adicionales. Y como de *A* y de las (sentencias) necesarias adicionales se sigue *B*, se tiene la proposición que había que probar, de acuerdo con la primera parte de esta regla, (a saber): que *B* se sigue de *A* sola, que es lo que había que probar.

La regla podría formularse así:

31.211 Si *C* es necesario, entonces: caso de que *B* se siga de *A* y *C*, *B* se sigue de *A* sola,

y la demostración se halla contenida en las palabras: "Si se da *A*, tienen que darse *A* y las (sentencias) necesarias adicionales", y en la justificación que las

[58] Suprimo *necessariam*.

sigue. Pues, efectivamente, caso de que *C* sea necesaria, entonces, si *A*, también *A* y *C*; y entonces, caso de que *B* y *A* se sigan de *C*, *B* se sigue también de *A* sola. Por consiguiente, el desarrollo de Alberto de Sajonia que precede a las palabras recién citadas resulta superfluo para la demostración. Sin embargo, lo hemos aducido por ser extraordinariamente característico de la mentalidad escolástica.

31.22 Octava regla: Toda consecuencia de esta especie es formal: "Sócrates es y Sócrates no es, luego el bastón está en el rincón". Prueba: según (una) consecuencia formal se sigue: "Sócrates es y Sócrates no es, luego Sócrates es", (es decir, se concluye) de una sentencia copulativa entera a una de sus partes. Igualmente se sigue: "Sócrates es y Sócrates no es, luego Sócrates no es", según la misma regla. Y se sigue también: "Sócrates es, luego Sócrates es o el bastón está en el rincón". La consecuencia se mantiene, porque de toda sentencia categórica se puede deducir una disyuntiva, de la cual es parte. Y también: "Sócrates es y Sócrates no es; luego (por la segunda parte de la citada sentencia copulativa): Sócrates no es; luego el bastón está en el rincón". La consecuencia se mantiene, pues de una disyuntiva con negación *(destructio)* de una de sus partes a la otra la consecuencia es formal, porque toda (sentencia) igual en la forma a ésta sería una consecuencia correcta, caso de que se formara (tal sentencia). Esta regla se suele expresar en los siguientes términos: "De toda (sentencia) copulativa que consta de partes contradictoriamente opuestas se sigue cualquier otra (en fuerza) de la consecuencia formal".

Este texto representa, sin duda alguna, una de las cumbres de la Lógica sentencial escolástica. La regla y la demostración pertenecen al acervo común de la Escolástica. Las encontramos ya en el Pseudo-Escoto en la siguiente forma:

31.23 De toda sentencia que manifiestamente contiene una contradicción se sigue formalmente cualquier otra. Así se sigue, p. e.: "Sócrates corre y Sócrates no corre; luego estás en Roma".

En la demostración de 31.22 se presuponen como axiomas y se formulan expresamente las siguientes leyes:

31.221 Si *P* y *Q*, entonces *P*.
31.222 Si *P* y *Q*, entonces *Q*.
31.223 Si *P*, entonces: *P* o *Q*.
31.224 Si *P* o *Q*, entonces: si no-*P*, entonces *Q*.

La demostración sigue el siguiente proceso:

(1) *P* y no-*P*.	[Hipótesis]
(2) *P*.	[Por (1) y 31.221, con sustitución de "no-*P*" por "*Q*"]
(3) *P* o *Q*.	[Por (2) y 31.223 (v. 31.10)]
(4) No-*P*.	[Por (1) y 31.222, con sustitución de "no-*P*" por "*Q*"]
(5) *Q*.	[Por (3), (4) y 31.224].

Y esto es lo que se pretendía demostrar, pues *Q* es aquí una sentencia cualquiera.

Las leyes aplicadas en esta demostración, 31.221 y 31.222, se encuentran ya en Ockham [59]; más abajo las ilustramos con textos de Paulo Véneto. 31.223 es la moderna ley del factor, clásica también en la Escolástica a partir de Kilwardby (31.10). 31.224 es el posterior *modus tollendo ponens*, análogo al quinto indemostrable de los Estoicos (22.07), pero con disyunción no exclusiva.

D. PAULO VÉNETO

Ofrecemos ahora algunas reglas de las sentencias copulativas tomadas de Paulo Véneto.

31.24 Para la verdad de la (sentencia) copulativa afirmativa se requiere y basta la verdad de las dos partes de la copulativa...

31.25 De esta regla se sigue ulteriormente *(correlarie)* la segunda: que para la falsedad de la (sentencia) copulativa negativa basta la falsedad de una de sus partes principales...

31.26 La tercera regla es ésta: Para la posibilidad de la (sentencia) copulativa se requiere y basta que cada una de (sus) partes principales sea posible y que cada una sea componible *(compossibilis)* con cada una (de las otras en particular) —o con todas (las restantes) en conjunto, caso de que sean más de dos—...

31.27 De esta (regla) se sigue ulteriormente la cuarta, que es ésta: Para la imposibilidad de la (sentencia) copulativa basta y se requiere que una de (sus) partes principales sea imposible, o que una (de sus partes) no sea componible con la (otra) o las otras...

31.28 La quinta [60] regla es ésta: Para la necesidad de la (sentencia) copulativa afirmativa se requiere y basta la necesidad de una de (sus) partes...

31.29 De esta regla se sigue la sexta: Que para la contingencia de la (sentencia) copulativa se requiere y basta que una de sus (partes) principales categóricas sea contingente y que sea componible con cada una (de las otras), o con todas las otras, caso de que sean más de dos...

---

59 *Summa Logicae* II 32, 35ra.

60 Adopto la lectura *quinta* en lugar de *quarta*.

Siguen idénticas reglas para "conocida", "conocida como verdadera" y "creíble".

Para la sentencia disyuntiva da el mismo autor, entre otras, las siguientes reglas (en las que omitimos las palabras que se repiten siempre "*significans iuxta compositionem suarum principalium cathegoricarum*", e. d., "*partium*"):

31.30 De lo dicho (31.223) se siguen cuatro conclusiones. La primera es: Si hay una (sentencia) disyuntiva afirmativa... (que) consta de dos (sentencias) categóricas, una de las cuales, en virtud del término o términos contenidos en ella, guarda respecto de la otra la relación (*se habet*) de superior (a inferior), (entonces) es correcta la conclusión (de toda la sentencia disyuntiva) a la parte superior. Se sigue, p. e.: "Corres o te mueves, luego te mueves".

31.31 La segunda conclusión es ésta: Si hay una (sentencia) disyuntiva que conste de dos (sentencias) categóricas (de forma que) una de ellas sea posible y la otra imposible, (entonces) es correcta la conclusión (de toda la sentencia disyuntiva) a la parte posible. Por lo cual se sigue correctamente: "O no hay Dios o tú no existes, luego tú no existes"; "O eres un asno o corres, luego corres"...

31.32 La tercera conclusión es ésta: Si hay una (sentencia) disyuntiva (que) conste de dos categóricas convertibles, (entonces) es correcto argüir (de toda la disyuntiva) a cada una de estas (sentencias categóricas), pues se sigue correctamente, en efecto :"O no hay Dios o el hombre es un asno, luego el hombre es un asno". Del mismo antecedente se sigue también que no hay Dios, porque estas (sentencias) categóricas, por ser imposibles, son convertibles. Se sigue también: "O eres un hombre o eres risible, luego eres risible", y se sigue (también): "Luego eres un hombre".

31.33 La cuarta conclusión es ésta: Si hay una (sentencia) disyuntiva que conste de dos categóricas (de forma que) una de ellas sea necesaria y la otra contingente, (entonces) es correcto argüir (de la totalidad de la sentencia disyuntiva) a la parte necesaria. Por ello se sigue correctamente: "O corres o Dios existe, luego Dios existe". Y no es de admirar que resulten todas estas consecuencias, pues el consecuente se sigue siempre (*continue*) por sí de cada una de las partes de la (sentencia) disyuntiva, de donde se ha de seguir también de las (sentencias) disyuntivas mismas.

31.34 La octava regla principal es ésta: es correcto argüir de una disyuntiva afirmativa... a una copulativa negativa que consta de (partes) contradictoriamente (opuestas) a la disyuntiva. Prueba: porque la (sentencia) disyuntiva afirmativa contradice a una copulativa afirmativa de partes (opuestas) contradictoriamente a las de la disyuntiva; luego el (opuesto) contradictorio de esta (sentencia) copulativa que (resulta) de anteponerle la negación se sigue de la disyuntiva. P. e.: "O corres, o te

mueves; luego no: no corres y no te mueves". "O no existe Dios, o un hombre no es un asno; luego no: no existe Dios y un hombre es un asno". Estas consecuencias son evidentes, porque las opuestas (contradictorias) del consecuente son, en efecto, incompatibles con sus antecedentes...

31.35 De la cual regla se sigue como corolario que es correcto argüir de una (sentencia) copulativa afirmativa... a una disyuntiva negativa que (conste) de (partes opuestas) contradictoriamente a las partes de la copulativa. Por tanto, se sigue correctamente: "Eres un hombre y eres un animal; luego no: no eres un hombre o no eres un animal". Se sigue igualmente: "Eres una cabra y eres un asno; luego no[61]: eres una cabra o eres un asno".

Las dos últimas (31.34 y 31.35) son dos de las llamadas leyes de De Morgan. Aparecen por primera vez, a lo que sabemos, en Ockham[62] y en Burleigh[63]. En este último adoptan la forma de equivalencias:

31.36 Si se arguye de una (sentencia) condicional afirmativa caracterizada *(denominata)* por el "si", a una disyuntiva que resulta del contradictorio del antecedente y del consecuente[64] de la condicional, (entonces) la consecuencia es formal. Prueba: porque esta consecuencia (que sigue) es formal: "Si eres un hombre, eres un animal; luego no eres un hombre o no eres un animal"...

E. Reglas de las consecuencias para ahora

Escribe Buridano:

31.37 Es de avertir que la tesis *(conclusio)* sobre las consecuencias para ahora se ha de proponer de manera análoga (a la referente a las consecuencias simples), a saber, que de toda sentencia falsa se sigue cualquier otra (sentencia mediante) una consecuencia para ahora, y que toda (sentencia) verdadera se sigue también de toda otra (mediante) una consecuencia para ahora; porque es imposible que, mientras las cosas sigan como ahora, la sentencia que es verdadera no sea verdadera; por lo cual tampoco es posible (al mismo tiempo) que sea verdadera y no lo sea cualquiera otra cosa. Y si la oración es de pasado o de futuro, la consecuencia (para ahora) se denomina "para entonces" o de la forma

---

[61] El *non* ha sido añadido por mí.

[62] *Summa Logicae* II 32, 35a-b y 33, 35rb. Texto crítico en: J. Salamucha: *Logika zdań u Wilhelma Ockhama*, 230, n. 44 y 45.

[63] *De puritate artis logicae tractatus longior* 10, 25-11, 2.

[64] Adopto la lectura *consequente* en lugar de *consequentis*.

31.371
31.372

de sustituir en todas partes "necesario" por "verdadero" e "imposible" por "falso", y adoptar algunas otras simplificaciones similares.

Hemos de advertir todavía que Buridano, por lo que conocemos hasta ahora, es el único Lógico escolástico que ha desarrollado leyes de la consecuencia para ahora, dedicándola incluso mucho más espacio que a las consecuencias simples. En Paulo Véneto parece haber desaparecido por completo la consecuencia para ahora.

III. LÓGICA DE LOS TÉRMINOS

§ 32. SILOGÍSTICA ASERTÓRICA

Contrariamente a una opinión muy difundida, no sólo no fue la Silogística asertórica el único objeto de la Lógica escolástica, sino ni siquiera el principal. Los Escolásticos, como la mayoría de los Comentadores ya (24.201 ss.), concibieron los silogismos no como sentencias condicionales, sino como reglas (30.04). El dominio de los silogismos fue ampliado ya considerablemente por Ockham con la introducción de términos singulares. Con todo, trataremos las leyes así resultantes en apartado especial bajo el epígrafe "otras fórmulas" (§ 34), pues el silogismo aristotélico experimentó una modificación esencial con esta ampliación. En el presente apartado nos vamos a ocupar, por el contrario, de las aportaciones escolásticas a lo que puede considerarse todavía aristotélico. El tratamiento es también aquí (fuera de algunos Lógicos primitivos como San Alberto Magno) puramente metalógico; pero esto cae todavía dentro de la tradición aristotélica (14.16 ss.).

He aquí las principales de estas aportaciones: (1) Invención de numerosas expresiones mnemotécnicas para los modos silogísticos y su tratamiento, hasta culminar en el "puente de los asnos". (2) Introducción sistemática y tratamiento detallado de la cuarta figura. (3) Planteamiento e investigación del problema de la clase vacía, al que aludimos ya anteriormente en relación con la apelación (§ 28, B).

A. Expresiones mnemotécnicas primitivas

Recientemente ha hecho L. Minio-Paluello un importante descubrimiento que quita los últimos visos de verosimilitud a la leyenda prantliana del origen bizantino de las expresiones mnemotécnicas de la Silogística medieval[65]. Se trata del

[65] Carl Prantl, apoyado en un solo manuscrito, atribuyó la Σύνοψις εἰς τὴν Ἀριστοτέλους λογικὴν ἐπιστήμην en la que aparecen tales expresiones mnemotécnicas a Miguel Psellos (1.018-1.078/96), afirmando que las *Summulae* de Pedro Hispano eran una traducción de dicha obra (C. Prantl: *Geschichte der Logik im Abendlande* I 658 y II 266). Pero con ello ha sido víctima de un grave error, pues como ha demostrado M. Grabmann (*Handschriftliche Forschungen und Funde zu den philosophischen Schriften des Petrus His-*

descubrimiento de un primitivo ensayo de formación de tales expresiones en un manuscrito de comienzos del s. XIII. He aquí los párrafos más importantes del mismo[66]:

32.01 Se ha de advertir que hay diversos signos (*notulae*) por medio de los cuales se designan los modos (silogísticos)... Las cuatro letras *e, i, o, u* representan (sentencias) universales afirmativas, y las cuatro letras *l, m, n, r* representan universales negativas, y las tres[67] *a, s, t* representan particulares afirmativas y *b, c, d* representan particulares negativas. Así pues, a los modos de la primera figura se aplica el verso siguiente: *uio, non, est (ost?), lac, uia, mel, uas, erp, arc.* Por tanto, el primer modo de la primera figura —representado por medio del signo *uio*— consta de una (sentencia) precedente universal afirmativa, y de una consiguiente universal afirmativa; (y) concluye una universal afirmativa; p. e.: Todo hombre es un animal, y todo risible es un hombre; luego todo risible es un hombre... A los modos de la segunda figura se aplica el siguiente verso: *ren, erm, rachc, obd...* A los modos de la tercera figura se aplica el siguiente verso: *eua, nec, aut, esa, duc, nac.*

Se trata aquí, en realidad, de una técnica primitiva todavía; pero esto nos muestra que la terminología plenamente desarrollada de Pedro Hispano[68] tuvo sus fases previas dentro de la Escolástica misma.

A continuación citamos el texto correspondiente de las *Summulae Logicales.*

B. "BARBARA" - "CELARENT"

32.02 Se ha de saber que la investigación que acometemos acerca de la sentencia es triple, a saber: "*quae?*", "*qualis?*", "*quanta?*". "*Quae?*" inquiere acerca de la naturaleza (*substantia*) de la sentencia; por lo cual, a la pregunta "*quae?*" se ha de responder: "categórica" o "hipotética". A "*qualis?*": "afirmativa" o "negativa". A "*quanta?*": "universal", "particular", "indeterminada", "singular". De ahí el verso:

Quae ca vel hip, qualis ne vel aff, un quanta par in sin.

panus) siguiendo a Ch. Thurot (*De la logique de Pierre d'Espagne;* recensión de la *Geschichte der Logik im Abendlande* de Prantl; recensión de: *Michael Psellus und Petrus Hispanus* de Prantl), V. Rose (*Pseudo-Psellus und Petrus Hispanus)* y R. Stapper (*Die Summulae Lagicales des Petrus Hispanus und ihr Verhältnis zu Michael Psellus,* y *Papst Johannes XXI),* la Σύνοψις es una obra de Georgios Scholarios (1.400-1.464) y una traducción de las *Summulae* (y no al revés).

66 La referencia de este manuscrito se la debo al Prof. Minio-Paluello personalmente, quien me ayudó también en la confección del texto.

67 Adopto la lectura "3" en lugar de "4".

68 Ésta ha debido surgir, sin duda, antes de él. El Prof. Minio-Paluello me comunica, con fecha de 24.6.55, que ha encontrado la palabra "*Festino*" en un manuscrito que data lo más tarde del año 1200.

32.06 En estos cuatro (últimos) versos hay 19 expresiones, correspondientes (*deservientes*) a los 19 modos de las tres figuras, de forma que la primera expresa el primer modo, la segunda el segundo, y así sucesivamente. Así, los dos primeros versos corresponden a los modos de la primera figura; el tercero, en cambio, corresponde, excepto su última expresión, a los modos de la segunda figura (y las restantes expresiones a los de la tercera). Se debe saber, por tanto, que por las cuatro vocales que aparecen en los citados versos, a saber, A, *E*, *I*, *O* se representan los cuatro géneros de sentencias. Por la vocal A se entiende la universal afirmativa, por la *E* la universal negativa, por la *I* la particular afirmativa, por la *O* la particular negativa.

32.07 Se ha de saber, además, que en cada expresión hay tres sílabas que representan tres sentencias, siendo lo restante superfluo, a no ser la *M*, como más adelante se verá. Y la primera sílaba representa la sentencia mayor, igualmente la segunda (representa) la segunda sentencia y la tercera la conclusión. P. e., la primera expresión, o sea, *Barbara*, tiene tres sílabas, en cada una de las cuales hay una *A*, y (esta) A tres veces repetida significa que el primer modo de la primera figura consta de dos (premisas) universales afirmativas que concluyen una (conclusión) universal afirmativa. E igualmente deben entenderse las restantes expresiones (anteriormente citadas) por lo que se refiere a las vocales que en ella aparecen.

32.08 Se ha de saber, además, que las cuatro primeras expresiones del primer verso comienzan con las consonantes *B*, *C*, *D*, *F*, y que todas las demás expresiones comienzan con las mismas; por lo que se ha de entender que todos los modos que siguen (a los cuatro primeros), representados por las expresiones que empiezan por *B*, se reducen al primer modo de la primera figura; los que (comienzan) por *C* al segundo; los que (comienzan) por *D* al tercero; los que (comienzan) por *F* al cuarto.

32.09 Se ha de saber, además, que en cualquier parte de estas expresiones donde aparezca *S*, significa que la sentencia representada por la vocal inmediatamente anterior debe convertirse con conversión simple. La *P* significa que la sentencia representada por la vocal inmediatamente anterior debe convertirse con conversión accidental, y en cualquier parte donde aparezca *M* significa que debe hacerse transposición de las premisas. La transposición consiste en hacer de la (premisa) mayor la menor y viceversa. Y donde aparece *C* significa que el modo representado por la expresión correspondiente debe reducirse por (el procedimiento de) el imposible. De ahí los versos:

S pide conversión simple; *P*, en cambio, accidental.
M exige transposición; *C*, reducción al imposible.

No carece de interés la traducción griega de los cuatro últimos versos de 32.05, debida a Georgios Scholarios[69]:

32.10

Γράμματα ἔγραψε γραφίδι τεχνικός, (I)
Γράμμασιν ἔταξε χάρισι πάρθενος ἱερόν. (Ia)
Ἔγραψε κάτεχε μέτριον ἄχολον. (II)
Ἅπασι σθεναρὸς ἰσάκις ἀσπίδι ὁμαλὸς φέριστος. (III)

Estos versos, al contrario de los latinos, tienen sentido. He aquí su significado:

Letras escribe con el punzón el sabio,
Con letras erigió la virgen una ofrenda a las gracias.
Escribió: soporta al (hombre) comedido y sin ira.
En todo, el fuerte, bien proporcionado como un escudo, es el mejor.

Los nombres *Barbara, Celarent,* etc., han sobrevivido a la decadencia de la Escolástica y siguen empleándose todavía hoy, al contrario de otras muchas expresiones mnemotécnicas de la Silogística. A continuación vamos a ofrecer algunos ejemplos de éstas, y en primer lugar las que se refieren a la técnica de la reducción de los modos de la segunda y tercera figuras (y de los "indirectos" de la primera: 17.091 ss.) a los modos de la primera. Jodoc Trutfeder, a principios del s. XVI, da el siguiente cuadro:

32.11

Baralipton	*Nes-*	*Celarent*
Celantes	*ci-*	*Darii*
Dabitis	*e-*	*Celarent*
Fapesmo	*ba-*	*Barbara*
Frisesom	*tis.*	*Darii*
Cesare	*O-*	*Ferio*
Camestres	*di-*	*Darii*
Festino	*e-*	*Celarent*
Baroco	*bam.*	*Barbara*
Darapti	*Le-*	*Celarent*
Felapton	*va-*	*Barbara*
Disamis	*re.*	*Celarent*
Datisi	*Ro-*	*Ferio*
Bocardo	*ma-*	*Barbara*
Ferison	*nis.*	*Darii*

Estas expresiones sirven para el procedimiento indirecto de Aristóteles (§ 14, D). Así, p. e., de *Celarent,* mediante la sustitución de la contradictoria *(I)* de la

[69] Véanse los autores citados en contra de la tesis de Prantl, p. 222, n. 65.

conclusión *(E)* por la premisa menor *(A)* se concluye su contradictoria *(O)* y se obtiene *Festino*. Por el mismo procedimiento aplicado a la premisa mayor, resulta *Disamis*. Es claro que para obtener otros modos hay que emplear otros procedimientos aparte de éste. Así, p. e., de *Barbara* y *Celarent* se han de obtener primero *Babari* y *Celaront* (24.201 s.) para llegar a *Felapton* y *Darapti*. Lo mismo se diga para *Dabitis* (24.203).

Más adelante (32.14 y 32.25) consignaremos otras expresiones mnemotécnicas caídas en desuso.

C. "Barbari" - "Celaront"

Expresiones mnemotécnicas semejantes encontramos para los denominados modos "subalternos" (24.201-24.211). Pedro de Mantua nos da una lista completa con nombres, en un texto por lo demás muy defectuoso:

32.12 ... la primera *(formula)*... se representa ordinariamente por medio de la expresión *Barbara*. La segunda fórmula tiene las premisas ordenadas de la manera dicha, las cuales concluyen una particular afirmativa o una indefinida (correspondiente) al consecuente de la primera fórmula que hemos propuesto; y la denominamos corrientemente *Barbari*...

De las citadas (premisas) se puede concluir también una particular negativa (correspondiente) al consecuente de la citada fórmula *(Celarent)*; la fórmula (resultante) podemos denominarla *Celaront*....

La octava fórmula, denominada *Baralipton*, se sigue de *Barbari* por conversión de su conclusión...

La novena fórmula se denomina *Celantes*... De ella se sigue la décima, denominada *Celantos*: ésta concluye una (conclusión) particular o indefinida...

El segundo modo (de la segunda figura) se puede obtener de las citadas premisas (del modo *Cesare*) concluyendo la (sentencia) particular correspondiente al consecuente (de *Cesare*). Se designa por medio de la expresión *Cesaro*...

La última fórmula *(forma)*... se denomina corrientemente *Camestres*. De ella se sigue otra fórmula *(forma)* que denominamos *Camestro*.

Pedro de Mantua tiene, por tanto, aparte de los 19 de Pedro Hispano, cinco modos subalternos más, es decir, un total de 24 modos válidos. Pero tiene todavía otros muchos más. Efectivamente, de cada modo forma el correspondiente "indirecto" (e. d., aplica las reglas aristotélicas § 13, D), como, p. e., de *Cesare* un *Cesares*. Este *(Cesares)* tendría el siguiente aspecto:

Ningún hombre es piedra.
Todo mármol es piedra.
Luego ningún hombre es mármol.

Por el contrario, un silogismo en *Camestres* es el siguiente:

Todo mármol es piedra.
Ningún hombre es piedra.
Luego ningún hombre es mármol.

Como se ve, la única diferencia entre los dos modos consiste en que el orden de las premisas está invertido, lo que supone un formalismo extremo. Además, forma Pedro Mantuano también modos como *Barocos*, en el que convierte la *O* de *Baroco* (!), y otras fórmulas falsas.

D. La cuarta figura

1. *Entre los Latinos*

En ninguno de los textos escolásticos latinos de Lógica por mí conocidos se encuentra la cuarta figura en el sentido moderno, si bien todos los Lógicos de esta época desarrollan los "modos indirectos de la primera". La mayoría conocen la cuarta figura y la rechazan como no distinta de la primera, p. e., S. Alberto Magno[70], Shyreswood[71], Ockham[72], el Pseudo-Escoto[73], Alberto de Sajonia (32.13) y Paulo Véneto[74]. Aquí presentamos un ejemplo tomado de Alberto de Sajonia:

32.13 De una cuarta manera se constituye el silogismo, siendo predicado *(praedicetur)* el (término) medio en la primera premisa y sujeto *(subiciatur)* en la segunda... Es de advertir, sin embargo, que la primera figura se diferencia de la cuarta únicamente por la transposición de las premisas, que nada hace a la deductibilidad o no deductibilidad de la conclusión.

Algunos Lógicos posteriores admiten, por el contrario, una "cuarta figura"; pero tal figura no es la moderna, sino simplemente la primera con las premisas conmutadas, como el texto recién aducido lo indica. Especialmente claro resulta esto en Pedro Tartareto y Pedro Mantuano. Ofrecemos un texto del primero:

32.14 Primera (proposición: *dictum*): Si se toma (la palabra) "figura" en sentido amplio, la cuarta figura no es distinta de la primera, sino que está contenida en ella (como una especie dentro del género). Segunda proposición: Si se toma (la palabra) "primera figura" en sentido específico *(specialiter)*, entonces hay que admitir una cuarta figura distinta de la primera; y esta cuarta figura consiste en que el (término)

---

70 *Lib. I Pr. An.* II 2, 448 A y V 1, 609 A ss.
71 *Die Introductiones in logicam des W. v. S.* 51, 22-26.
72 *Summa Logicae* II 1, 2; 36ra.
73 *In An. Pr.* I 34; 168 B ss.
74 *Logica Maior* II 13, 172ra.

medio es predicado en la premisa mayor, y sujeto en la menor, como, (p. e.): "Todo hombre es animal; todo animal es sustancia; luego todo hombre es sustancia". Tercera proposición: Hay cuatro modos de la cuarta figura, a saber, *Bamana, Camene, Dimari* y *Fimeno*, que se reducen a los de la primera figura mediante la simple transmutación de las premisas.

Pedro Mantuano propone los mismos modos (*Bamana*, etc.).

2. *En Albalag*

En un texto hebreo del filósofo judío Albalag, s. XIII, encontramos por el contrario, agudamente formulada la doctrina sobre la cuarta figura "auténtica". Este texto, según lo dicho anteriormente, parece no haber ejercido influjo alguno sobre la evolución de la Lógica en la Edad Media. Ha sido descubierto recientemente por el Dr. G. Vajda[75]. Desde luego, no se tradujo nunca al latín. Sin embargo, lo presentamos en extracto, porque es innovador e ilustra acerca del nivel lógico de la época.

32.15 En mi opinión hay necesariamente cuatro figuras. En efecto, que el término medio sea sujeto en una de las dos premisas y predicado en la otra puede ocurrir de dos maneras: (1) el término medio es sujeto en la menor y predicado en la mayor; (2) es predicado en la menor y sujeto en la mayor. Los antiguos consideraron sólo el segundo esquema, al que llamaron "primera figura". Ésta admite cuatro modos, que pueden producir una conclusión. El primer esquema (de los dos citados) que yo he encontrado admite, en cambio, cinco modos que pueden producir una conclusión...

32.16 Decimos luego que esta nueva figura exige tres condiciones: (1) una de sus premisas ha de ser afirmativa, la otra universal; (2) si la menor es particular afirmativa, la mayor ha de ser negativa; (3) si la mayor es particular, la menor ha de ser afirmativa.

Estas condiciones excluyen once de los dieciséis modos (teóricamente posibles), quedando, por tanto, cinco que pueden producir conclusión.

32.17 (1) La menor, particular afirmativa; la mayor, universal negativa:

Alguna cosa blanca es animal.
Ningún cuervo es blanco.
Algunos animales no son cuervos.

Luego pueden convertirse la menor, particular afirmativa, y la mayor, universal negativa, y decir:

[75] El Dr. Vajda en persona lo puso amablemente a mi disposición junto con la versión en francés.

Algunos animales son blancos,
Ninguna cosa blanca es cuervo,

lo que equivale al tercer modo de la primera figura.

32.18 (2) La menor, universal afirmativa; la mayor, universal negativa:

Todo hombre es animal.
Ningún cuervo es hombre.
Algunos animales no son cuervos.

Luego se puede, mediante la conversión de ambas premisas, volver al tercer modo de la primera figura.

32.19 (3) La menor, universal negativa; la mayor, universal afirtiva:

Ningún hombre es piedra.
Todo hablante es hombre.
Ninguna piedra es hablante.

Conmutando la menor y la mayor entre sí se llega de nuevo al segundo modo de la primera figura, cuya conclusión será: "Ningún hablante es piedra", y basta con convertir esta (conclusión) para obtener "ninguna piedra es hablante".

32.20 (4) Dos (premisas) afirmativas:

Todo compuesto no es eterno.
Todo cuerpo es compuesto.
Algo no eterno es cuerpo.

Aquí se pueden conmutar entre sí la menor y la mayor y se llega de nuevo a la primera figura, cuya conclusión es: "Todo cuerpo no es eterno", que se puede convertir diciendo: "Algo no eterno es cuerpo".

32.21 (5) La menor, universal afirmativa; la mayor, particular afirmativa:

Todo hombre es hablante.
Alguna cosa blanca es hombre.
Algún hablante es blanco.

Si se conmutan entre sí la menor y la mayor se concluirá en la primera figura: "Algo blanco es hablante", que se convierte como antes...

32.22 ... el silogismo se construye por referencia a una sentencia determinada, previamente establecida y formada en la mente, la cual se pretende luego justificar y mostrar su verdad por medio de aquél. La premisa que contiene el término predicado de (esta) sentencia (e. d., de la conclusión) es la mayor; la que contiene el sujeto es la menor.

Albalag ofrece aquí, a lo que sabemos por primera vez en la Historia, la definición "moderna" de los términos silogísticos, no por su extensión, sino formalísticamente, por su posición en la conclusión. Los modos introducidos por él son, en terminología moderna: *Fresison, Fesapo, Calemes, Bamalip* y *Dimaris* (v. § 36, F). Sólo falta el equivalente del *Celantos* de Pedro de Mantua (32.12), a saber, *Calemop*. Albalag formula además las reglas generales de la cuarta figura y emplea el método combinatorio.

E. Método combinatorio

En Alberto Magno encontramos un procedimiento tomado de los árabes[76] que consiste en determinar primero combinatoriamente todos los modos posibles del silogismo, e ir luego eliminando los inválidos. El texto correspondiente dice:

32.23 Se ha de saber que de semejante disposición de los términos y composición de las premisas (*propositionum*) resultan dieciséis combinaciones o conjugaciones provenientes de las cantidades y cualidades de las premisas. En efecto, si el (término) medio es sujeto en la mayor y predicado en la menor, o (1) ambas premisas (*propositiones*) son universales, o (2) ambas particulares o una universal y otra particular, y esto de dos maneras: pues o (3) la mayor es universal y la menor particular, o (4) al revés, la mayor particular y la menor universal: éstas son las cuatro (combinaciones) resultantes (*acceptae*) de la composición de la cantidad. Si cada una de ellas se multiplica mediante la afirmación y la negación por cuatro, resultarán en total dieciséis combinaciones, de esta forma: si ambas (premisas) son universales, serán (1) o ambas afirmativas, o (2) ambas negativas, o (3) la mayor afirmativa y la menor negativa, o al contrario (4), la mayor negativa y la menor afirmativa: y ya son cuatro combinaciones. Mas, si ambas (premisas) son particulares, resultarán, a su vez, cuatro combinaciones... (etc.).

Compárese con el texto de Albalag (32.15 ss.).

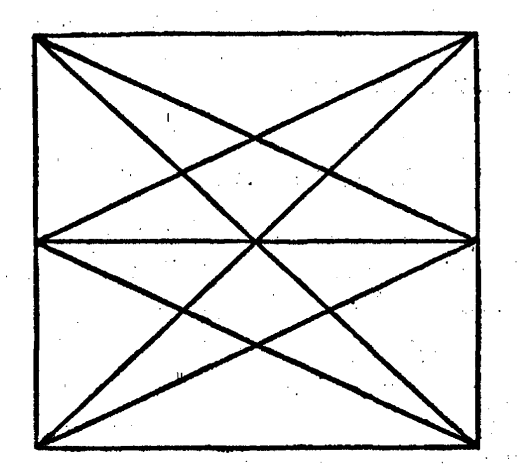
F. "Inventio medii", puente de los asnos

La doctrina aristotélica de la *inventio medii* (14.20) fue cuidadosamente estudiada por la Escolástica, que no sólo tomó el esquema de Filópono (24.27), sino que incluso lo siguió desarrollando. Lo encontramos ya en Alberto Magno, que probablemente lo encontró en Averroes[77]. Se diferencia de la forma con que aparece en Filópono y en Averroes sólo en detalles. Pero tal como aparece en él

---

[76] V. Algazel: *Logica et philosophia*, cap. 4 (Prantl II 375, n. 268), y Averroes: *Priorum resolutionum* (Prantl II 389, n. 320), y más arriba 32.16.

[77] V. Prantl II 393.



rapti, *Disamis* y *Datisi* hay que tomar un (término) medio que preceda a ambos (términos) extremos: como se pone de manifiesto en *Cageti*... Para concluir una universal negativa en *Celarent* o *Cesare* hay que tomar un (término) medio extraño al predicado y que siga al sujeto: como se pone de manifiesto en *Dafenes*. Si se ha de concluir, en cambio, en *Camestres*, entonces el (término) medio debe ser extraño al sujeto y seguir al predicado: como se pone de manifiesto en *Hebare*... Para concluir una particular negativa en la tercera figura, el (término) medio ha de preceder al sujeto y ser extraño al predicado: como se pone de manifiesto en *Gedaco*... Para concluir indirectamente una particular afirmativa, el (término) medio ha de preceder al sujeto y seguir al predicado: como se pone de manifiesto en *Gebali*.

Las expresiones mnemotécnicas que acabamos de presentar están formadas con las letras de la figura de Alberto Magno, de forma que cada una de estas expresiones corresponde a una línea de la figura con letras en sus extremos, a la que sigue una sílaba que representa la cualidad y la cantidad de la conclusión correspondiente. De esta forma, el texto de Jorge de Bruselas no sólo nos da nuevas expresiones y explica el puente de los asnos, sino que nos aclara también la figura de Alberto Magno (32.24).

El puente de los asnos mismo, en cambio, lo encontramos únicamente en Pedro Tartareto, precedido de la siguiente introducción:

32.26 Para que el arte de encontrar el (término) medio les resulte a todos fácil, claro y transparente, se propone (*ponitur*) como explicación la siguiente figura, que, por su aparente dificultad, se denomina corrientemente "puente de los asnos" (*pons asinorum*), si bien puede resultar familiar y clara a todo el mundo, caso de que se entienda lo dicho en este apartado (*passu*).

El esquema mismo lo presentamos en la lámina contigua.

G. El problema de la clase vacía

El tan discutido problema en la época moderna (46.01 ss.) de la clase vacía, e. d., de la validez de las leyes de la subalternación y conversión accidental (14.10, 32.03) y con él, el de los modos silogísticos dependientes de éstas, fue planteado ya en el s. XIV y resuelto con ayuda de las doctrinas de la suposición y de la apelación. Presentamos aquí tres textos relativos a este problema: el primero de S. Vicente Ferrer, el segundo de Paulo Véneto y el tercero de un neoescolástico del s. XVII, contemporáneo de Descartes, Juan de Santo Tomás. Cada uno de ellos da una solución distinta.

1. *San Vicente Ferrer*

32.27 De todo sujeto con suposición natural se puede, respecto del predicado, descender copulativamente a todos sus supuestos, si tal sujeto supone singular[79], particular o universalmente. Por tanto, se sigue correctamente: el hombre es risible, luego es risible este hombre, y aquél...

32.28 Pero contra esta regla hay muchas objeciones... (Sexta objeción:) ... En las sentencias "La lluvia es agua que cae en gotas", "El trueno es un ruido en las nubes", los sujetos tienen suposición natural. Y, sin embargo, no es siempre posible descender, respecto del predicado, a los supuestos del sujeto; no se sigue, en efecto: "La lluvia es agua que cae en gotas; luego esta lluvia y aquélla, etc., (son agua que cae en gotas)", pues el antecedente es verdadero incluso aunque no exista lluvia *(nulla pluvia existente)*, como en seguida se dirá, y sin embargo, el consecuente no es verdadero ni tampoco suficientemente comprensible; pues, si no existe lluvia *(nulla pluvia existente)*, no se puede decir "esta lluvia" o "aquélla", porque implicaría ya una contradicción. Lo mismo hay que pensar de la sentencia "El trueno...".

32.29 A la sexta objeción hay que decir que aquella regla se entiende si tal sujeto tiene (sus) supuestos en acto y no de otra forma. Pues no se puede descender a los supuestos[80] desde cualquier otro, a no ser que éste los tenga en acto, pues (de lo contrario), habría implícita (en ello), como la objeción bien dice, una manifiesta contradicción... Por esta razón, la consecuencia que concluye *(fit)* de una sentencia universal a sentencias singulares contenidas en ella —como, p. e.: "Todo hombre corre, luego Sócrates y Platón corren" y "Todo hombre es animal, luego Platón es un animal, etc."— ha sido llamada por algunos (Lógicos) "consecuencia para ahora" *(ut nunc)*. Y con razón, pues una consecuencia semejante no es válida sino para un tiempo determinado, e. d., cuando Sócrates y Platón y los demás supuestos existan en acto.

32.30 Contra la objeción séptima se ha de decir brevemente que el sujeto de la sentencia "La rosa es odorante" *(est odoriferans)* —se puede decir también "La rosa despide aroma" *(odoriferat)*— tiene suposición personal y se sigue correctamente "Luego la rosa existe". En cambio, si se dice "La rosa es odorífera" de forma que odorífera *(odorifera)* expresa una aptitud, entonces el sujeto tiene suposición natural y no se sigue "Luego la rosa existe". Por lo cual, el despedir aroma es a la rosa como el ser viviente es al hombre, y por tanto, lo que se predica en la sentencia "El hombre es viviente" debe entenderse igualmente en la siguiente: "La rosa es odorífera".

79 Adopto la lectura *discrete* en lugar de *diffinite*.
80 Adopto la lectura *supposita* en lugar de *subjecta*.

Puente de los asnos según Pedro Tartareto (32.26). (V. pág. 233)

La solución del primer texto (32.27-29) consiste precisamente en la exclusión de la clase vacía (v. § 46, B), pero con una diferencia: "vacío" debe entenderse aquí como "actualmente vacío". Dicho de otra forma: en la Silogística todos los términos deben apelar en el sentido de Pedro Hispano (28.13 s.). En la segunda parte (32.30) se exige para la subalternación que el sujeto tenga suposición personal (27.15 s.) y no natural (27.14). Con ello se presupone manifiestamente que un término que supone personalmente representa cosas realmente existentes, con lo que tenemos la misma solución que antes.

2. *Paulo Véneto*

32.31 La tercera regla es la siguiente: Las (sentencias) universales afirmativas y las particulares o indeterminadas (afirmativas, así como las universales negativas y las particulares o indeterminadas) negativas, con términos extremos semejantes y de suposición correcta, son en el cuadrado (*figura*) lógico subalternas, y viceversa, explícita o implícitamente. Por lo cual son subalternas las siguientes (sentencias): "Todo hombre es un animal" y "Un hombre concreto es un animal" e igualmente: "Ningún hombre es un animal" y "Un determinado hombre no es un animal". Ahora bien, digo "con (términos) de suposición correcta" porque los (términos) extremos han de representar implícita o explícitamente exactamente la misma cosa, caso de tratarse de un único supuesto, y exactamente las mismas cosas, caso de tratarse de varios. Y por consiguiente, digo que las (siguientes sentencias) no son subalternas: "Todo hombre es un animal", "Un determinado hombre es un animal", pues, en la hipótesis de que no existiera ningún hombre, sería verdadera la (sentencia) universal, mientras la particular falsa, en contra de la naturaleza de las (sentencias) subalternas. La razón por la cual estas (sentencias) no son subalternas, son los sujetos que no representan exactamente lo mismo. La subalterna de la primera es, por tanto, ésta: "Hombre es un animal", y si se quiere una particular, ésta debe volverse: "Un cierto ser, el cual es hombre, es un animal".

Paulo Véneto se limita, por tanto, a proponer la regla general de que las dos sentencias de una subalternación han de tener sujetos con suposición exactamente igual.

3. *Juan de Santo Tomás*

Juan de Santo Tomás considera, por el contrario, el problema de la conversión.

32.32 Contra la conversión de la universal afirmativa se objeta la consecuencia: "Todo hombre blanco es un hombre, luego un determinado hombre es un hombre blanco" no vale, pues el antecedente es necesario, y el consecuente, en cambio, puede ser falso en el caso de que no hubiese ningún hombre blanco en el mundo...

La respuesta es que esta (sentencia) no es verdadera en el sentido en que lo es la primera sentencia, cuya conversión es. Pues, si se dice: "Todo hombre blanco es un hombre", y se toma el "es" accidentalmente, (a saber), por un hombre existente, (entonces) esta sentencia en el argumento puesto como ejemplo es falsa, e igualmente su conversión. Mas, si el "es" abstrae del tiempo y hace a la sentencia necesaria, entonces el "blanco" ha de verificarse en ella no en el sentido de la existencia, sino según la posibilidad, e. d., de acuerdo con la abstracción de (todo) tiempo, en el sentido siguiente: "Todo hombre posiblemente blanco es un hombre", si se supone que no existe tal (hombre blanco). Por lo cual la conversión debe ser: "Luego un cierto hombre es un hombre, que en posibilidad es blanco", y así es verdadera.

Sirva lo siguiente de aclaración: sea la sentencia: (1) "Todo rey suizo es un hombre". Según las reglas de la conversión (14.09, 32.03), de esta sentencia se puede inferir la siguiente: (2) "Un cierto hombre es rey suizo". Ahora bien, (1) es verdadera, (2) en cambio, falsa. Luego la regla de conversión aplicada no es correcta. A esto dirían los Escolásticos que en (1) "hombre" no supone, evidentemente, por un hombre real, sino por un hombre posible: no apela, por consiguiente, en el sentido de 28.13 nada. Por tanto, si (1) se convierte en (2), "hombre" supone también en (2) por hombre posible, y en este sentido es tan verdadero (2) como (1).

Otra doctrina interesante es que el término singular tiene apelación siempre (28.13). Los Escolásticos aplican, por tanto, a los nombres propios la misma propiedad que los modernos dan a las descripciones (v. § 46).

§ 33. SILOGÍSTICA MODAL

La historia de la Silogística modal escolástica fue elaborada hasta el Pseudo-Escoto inclusive desde el punto de vista moderno[81]. Sabemos que en la Edad Media existieron varios sistemas de Lógica modal cuyo desarrollo nos es posible seguir un trecho.

A. San Alberto Magno

El punto de partida lo constituye la obra de Alberto Magno, quien, como el propio texto deja entrever[82], se inspira en una fuente árabe. Al principio encontramos en él casi la misma doctrina que más arriba hemos transcrito de Santo Tomás (29.05, v. tb. 29.06 y 29.08) y que es básica para toda la Escolástica[83],

---

81 I. M. Bocheński: *Z historii logiki zdań modalnych;* v. del mismo autor: *Notes historiques sur les propositions modales.*

82 *Lib. I Pr. An.* I 1, 460 A.

83 *Lib. II Peri Herm.* B II 1, 440 A.

a saber, la distinción entre la sentencia modal compuesta (*composita, de dicto*) y dividida (*divisa, de re*), e. d., entre la sentencia en la cual el functor modal afecta a todo el *dictum* y aquella otra en la que sólo afecta a una parte del *dictum*. Luego, en Alberto Magno sigue, con formulación clara, la distinción aristotélica de las dos estructuras de la sentencia modal en sentido dividido:

33.01 Que el predicado *A* conviene posiblemente (*contingere*) al sujeto *B* significa una de estas dos cosas (*sub altero dictorum sensuum*): (1) que *A* conviene posiblemente a lo que es *B* y de lo cual se predica (*B*) en sentido de inherencia actual, o (2) que *A* conviene posiblemente a quien conviene posiblemente *B*.

A ésta se añade una tercera estructura desconocida para Aristóteles:

33.02 Y si alguien preguntara por qué no se determina aquí la tercera acepción de contingente, a saber, que todo lo que necesariamente es *B* puede ser *A*, dado que se toma bajo la combinación de (*in mixtione*) contingente y necesario, habría que responder que se desprende lo suficientemente (claro) de las otras acepciones señaladas sobre la combinación de lo asertórico y lo contingente.

La estructura en cuestión es la siguiente:

Para todo *x*: si *x* es necesariamente *B*, *x* es posiblemente *A*.

Es importante el hecho de que Alberto Magno exponga esta doctrina al principio de su teoría de los silogismos modales en un capítulo especial con el título *De dici de omni et dici de nullo in propositionibus de contingenti* [84]. Las ideas surgidas al margen del desarrollo capital aristotélico sobre la estructura de las sentencias modales (15.04) se han convertido aquí en fundamento de la doctrina.

Encontramos luego en Alberto Magno una sistematización de la doctrina aristotélica sobre las especies de functores modales [85] y una detallada exposición de la Silogística de los *Analíticos primeros*.

B. El Pseudo-Escoto

El Pseudo-Escoto añade a los cuatro functores modales clásicos otros más: "por sí" (*per se*), "verdadero", "falso", "dudoso" (*dubium*), "conocido" (*scitum*), "creído" (*opinatum*), "aparente" (*apparens*), "conocido" (*notum*), "querido" (*volitum*), "preferido" (*dilectum*) [86], functores, por tanto, "subjetivos" también. Y formula una serie de leyes de la Lógica sentencial modal (de las consecuencias modales), de las cuales transcribimos las siguientes:

[84] *Lib. I Pr. An.* IV 2, 540 B ss.
[85] V. Bocheński: *Z historii logiki zdań modalnych*, 62.
[86] *In An. Pr.* I 25, 5 ss; 143 A-B.

33.03 Si el antecedente es necesario, el consecuente es necesario..., y así en los demás modos (positivos).

33.04 Las sentencias modales *(de modo)* en sentido compuesto no son, como las asertóricas, convertibles con los modos negativos "imposible", "falso", "dudoso". La prueba es que, si (no) fuera así, serían verdaderas las (siguientes) reglas: "Si el antecedente es imposible, el consecuente es imposible", "Si el antecedente es dudoso, el consecuente es dudoso"; (pero) son falsas...

33.05 Se sigue: Ningún *B* es posible que sea *A*; luego ningún *A* es posible que sea *B*, porque ambas (sentencias) "Ningún *B* es *A*" y "Ningún *A* es *B*" se siguen mutuamente la una de la otra. Luego si la una es contingente, lo es también la otra: de otra forma, de lo necesario se seguiría lo contingente...

33.06 Si las premisas son necesarias, la conclusión ha de ser necesaria.

Con la ayuda de estas y otras leyes que conocemos por el capítulo sobre las consecuencias sentenciales, construye el Pseudo-Escoto dos sistemas de Silogística: uno de sentencias modales en sentido compuesto, el otro de las mismas en sentido dividido. Emplea como premisas no sólo sentencias contingentes, sino también (parcialmente en 15.021) posibles e imposibles. No citamos de ellas más que algunos ejemplos relativos a la teoría de la conversión:

33.07 Las sentencias modales en sentido compuesto se convierten de manera exactamente igual que las asertóricas.

33.08 Las (sentencias) afirmativas posibles *(de possibili)* en sentido dividido (en las que el sujeto) supone por lo que es, no se convierten en sentido propio. Prueba: suponiendo que todo (ser) que corre sea, de hecho, un asno, será verdadera la siguiente (sentencia): "Todo hombre puede correr" en el sentido de que todo lo que es hombre puede correr, y, sin embargo, su conversión es falsa: "Un determinado ser que corre puede ser hombre"... Y digo de intento *(notabiliter)* "en sentido propio", porque (estas sentencias) pueden convertirse, en sentido impropio, en asertóricas. Verbi gratia: "Todo hombre puede correr, luego un determinado ser que puede correr, es hombre"...

33.09 La tercera tesis se refiere a las (sentencias) afirmativas posibles, en las cuales el sujeto supone por lo que puede ser, pues tales (sentencias) afirmativas se convierten de la misma manera que las asertóricas...

33.10 Por lo que se refiere a las (sentencias) necesarias *(de necessario)*, y en primer lugar a las que se han de entender en este sentido (dividido) de forma que (su sujeto) supone por lo que es, sea la primera tesis que las afirmativas... no son convertibles, pues, supuesto que Dios sea creador *(creans)*, no se sigue: "Todo (ser) creador (es) necesaria-

mente Dios, luego algún Dios necesariamente *(de necessitate)* es Creador".

33.11 La segunda tesis es que las (sentencias) negativas necesarias (cuyo sujeto) supone por lo que es, no son convertibles...

33.12 Tercera tesis: Las (sentencias) afirmativas necesarias (cuyo sujeto) supone por lo que puede ser, no son convertibles en sentido propio...

33.13 Cuarta tesis sobre las (sentencias) necesarias (cuyo sujeto) supone por lo que puede ser: La universal negativa se convierte con conversión simple, mas la particular negativa, no. Prueba: porque, como antes se ha dicho, la particular afirmativa posible (cuyo sujeto) supone por lo que puede ser, se convierte con conversión simple y contradice a la universal negativa necesaria (cuyo sujeto) supone por lo que puede ser; ahora bien, si uno de los (dos opuestos) contradictorios se convierte con conversión simple, también el otro, (y) justamente porque, si del antecedente se sigue el consecuente, el opuesto del antecedente se sigue del opuesto del consecuente.

C. Ockham

El Pseudo-Escoto introdujo en la Silogística, 1 premisas unilateralmente posibles, y 2, premisas posibles en sentido compuesto. En Ockham encontramos una innovación: considera también aquellos silogismos en los que una de las premisas se toma en sentido compuesto y la otra en sentido dividido. Al mismo tiempo desarrolla formalmente, con admirable penetración, toda la Silogística modal, partiendo de sus presupuestos estructurales. Vamos a presentar sólo dos textos como ejemplo:

33.14 Acerca de la primera figura se ha de saber que, cuando se toman las premisas necesariamente en sentido compuesto o se toman otras equivalentes a tales sentencias en sentido compuesto, es siempre correcto el silogismo que infiere una conclusión semejante (a las premisas) en cuanto al sentido compuesto u (otro) equivalente... Mas, cuando todas las sentencias se toman en sentido dividido o equivalente, entonces se sigue siempre una conclusión directa, pero no siempre se sigue una conclusión indirecta. Lo primero es evidente, porque todo silogismo de este tipo se regula *(regulatur)* por el *dici de omni et de nullo,* pues una sentencia universal tal (necesaria en sentido dividido) indica que, de todo aquello de lo que se predica el sujeto, se predica el predicado con el modo de la necesidad. P. e.: "Todo hombre es necesariamente un animal" indica que, de todo el que se predica el sujeto "hombre", se predica (también) necesariamente el predicado "animal". Y lo mismo sucede, guardada la proporción, con la universal negativa. Así pues, cuando se toma una (premisa) menor afirmativa en la cual el sujeto (de la premisa

mayor) se predica de algo con el modo de la necesidad, la inferencia procede en virtud del *dici de omni et de nullo* (v. 14.14). De donde se sigue: "Todo hombre es necesariamente un animal", "Sócrates es necesariamente hombre", "Luego Sócrates es necesariamente un animal". Mas no se sigue la conclusión indirecta, e. d., la conversa de la principal sin más variación que la transposición de los términos... (Aquí, la demostración sigue como en 33.10). Mas, si se toma la (premisa) mayor en sentido compuesto o una sentencia equivalente, y la menor en sentido dividido, se sigue una conclusión en sentido dividido y no compuesto. Lo primero es evidente, porque se sigue correctamente: "Necesariamente toda persona divina es Dios"; "quien crea *(creans)*, necesariamente es persona divina"; "luego quien crea necesariamente es Dios"; pero no se sigue: "Luego la (sentencia) 'Quien crea es Dios' es necesaria". Mas, si se toma la mayor en sentido dividido u (otra sentencia) equivalente, y la menor en sentido compuesto, la conclusión se sigue en sentido dividido y en sentido compuesto (también). Y la razón es que es imposible que algo *(B)* esencialmente *(per se)* o accidentalmente subordinado *(inferius)* (a *A*) se predique necesariamente de un *(C)* de forma que la sentencia ("*C* es *B*") fuese necesaria, a no ser que también fuera necesaria la sentencia en la que lo superior a lo subordinado se predica de lo mismo ("*C* es *A*").

Por tanto, para cada fórmula aristotélica tiene Ockham cuatro: (1) con ambas premisas en sentido compuesto, como Teofrasto (v. 17.13 s.); (2) con ambas premisas en sentido dividido, e. d., como concibió Aristóteles sus silogismos (como se puede deducir por los indicios existentes) (§ 15, B); (3) la mayor en sentido compuesto, la menor en sentido dividido; (4) la mayor en sentido dividido y la menor en sentido compuesto.

Otro ejemplo lo constituye el siguiente tratamiento de silogismos con ambas premisas en el modo de la posibilidad simple (unilateral):

33.15 ... Tomo aquí "posible" en sentido de la posibilidad que es común a toda sentencia que no es imposible. Y se ha de tener presente que en ninguna figura es válido el silogismo si todas (sus) premisas posibles se toman en sentido compuesto o equivalentes a ellas, ya que, en ese caso, se argumentaría en virtud de la regla: "Las premisas son posibles, luego la conclusión es posible", la cual es falsa. No se sigue, en efecto: "Que todo coloreado sea blanco, es posible; que todo negro sea coloreado, es posible; luego que todo negro sea blanco, es posible"... Y, por tanto, la regla: "Las premisas son posibles, luego la conclusión es posible" es también falsa. Es, por el contrario, verdadera: "Si las premisas son posibles y componibles, la conclusión es posible" (v. 31.26)...

Pero, si la (sentencia) posible se toma en sentido dividido o se toma una equivalente (a ella), cuales son, p. e., las sentencias: "Todo hombre

puede ser blanco", "Lo blanco puede ser negro", etc., hay que distinguir en semejantes sentencias (un doble sentido)... por poder el sujeto representar lo que es o puede ser, e. d., por poder representar el sujeto aquello respecto de lo cual se verifica mediante un verbo en presente, o de lo cual se verifica mediante un verbo en la forma de la posibilidad *(de possibili)*..., como cuando se dice: "Todo blanco puede ser un hombre", uno de sus sentidos es: "Todo lo que es blanco puede ser un hombre", y en este sentido es verdad (la sentencia), caso de que no sea blanco más que el hombre; el otro sentido es: "Todo lo puede ser blanco puede ser un hombre", pero esto es falso, bien que solamente el hombre sea blanco, bien que (lo sean también) otras cosas, además del hombre...

Y se ha de saber que, si el sujeto de la (premisa) mayor se toma por lo que puede ser, el silogismo uniforme *(uniformis)*, tómese como se tome el sujeto de la menor, es siempre correcto y se rige por el *dici de omni et de nullo*, y esto observando los principios generales del silogismo asertórico. P. e., si se argumenta: "Toda cosa blanca puede ser hombre, e. d., todo lo que puede ser blanco, puede ser hombre; todo asno puede ser blanco; luego todo asno puede ser hombre".

Mas, caso de que el sujeto de la (premisa) mayor represente cosas que son, tal silogismo uniforme no es válido; no se sigue, en efecto: "Todo lo que es blanco puede ser hombre; todo asno puede ser blanco; luego todo asno puede ser hombre". Pues, caso de que no fuera blanco más que el hombre, las premisas serían verdaderas y la conclusión falsa...

Estos ejemplos pueden bastar para dar una idea de la problemática aquí tratada.

Damos ahora un resumen de las diversas especies de silogismos modales tratados por Ockham. Distingue él los siguientes functores y especies de functores: (1) "necesario", (2) "posible" (unilateralmente), (3) "contingente" (bilateralmente), (4) "imposible", (5) otros modos (los subjetivos). A éstos se añaden aún (6) las sentencias asertóricas. Pues bien, Ockham trata silogismos con premisas en las siguientes combinaciones:

1 — 1	6 — 1			
2 — 2	6 — 2	1 — 2		
3 — 3	6 — 3	1 — 3	2 — 3	
4 — 4	6 — 4	1 — 4	2 — 4	
5 — 5	6 — 5	1 — 5	2 — 5	3 — 5.

Considera, por tanto, un total de 18 clases, en cada una de las cuales examina fundamentalmente las cuatro fórmulas anteriormente citadas, y esto en cada una de las tres figuras, es decir, los análogos de los 19 modos clásicos. Teóricamente resultan 1.368 fórmulas, muchas de las cuales son inválidas. Pero aquí, como en Aristóteles (§ 15, D), hay también muchos modos que no tienen análogo en la Silogística asertórica, de forma que el número total de silogismos modales válidos en Ockham, a pesar de los muchos análogos inválidos, podría alcanzar el millar.

D. Lógica de las sentencias en pasado y en futuro

Si bien las sentencias sobre el pasado y el futuro no fueron consideradas por la Escolástica como modales, sin embargo su tratamiento fue del todo análogo al de las modales. Vamos a presentar a este propósito sólo dos textos de Ockham:

33.16 Acerca de la conversión de las (sentencias) en pasado y en futuro se ha de saber, en primer lugar, que en el sentido de cualquier sentencia en pasado o en futuro cuyo sujeto es un término universal, hay que distinguir..., porque el sujeto puede representar algo que es o algo que ha sido, si es una (sentencia) en pasado... P. e., hay que distinguir (los sentidos de las sentencias) "Lo blanco fue Sócrates", porque "blanco" puede suponer por lo que es blanco o por lo que ha sido blanco. Y, si se trata de una sentencia en futuro, se han de discriminar (sus sentidos), porque el sujeto puede suponer por lo que es o por lo que será... En segundo lugar hay que tener presente que, cuando el sujeto de tal sentencia supone por aquello que es, entonces dicha sentencia debe convertirse en una sentencia en presente, en la que se toma el sujeto con el verbo "fue" y el pronombre "que", y no en una sentencia en pasado. Por lo que no es válida esta conversión: "Ninguna cosa blanca ha sido nombre, luego ningún hombre ha sido blanco", caso de que el sujeto del antecedente se tome por aquello que es; pues, suponiendo que muchos hombres, tanto vivos como muertos, hayan sido blancos y que (además) haya habido y haya ahora otras muchas cosas blancas, y que ahora no hay ningún hombre blanco —en ese caso sería verdadero el antecedente y falso el consecuente—...

He aquí otro ejemplo de la Silogística:

33.17 Vamos a ver ahora cómo se ha de concluir con sentencias en pasado y en futuro. Se ha de saber que, cuando el término medio es un término universal, si el sujeto de la mayor representa aquello que es, la menor ha de estar en presente y no en futuro o pasado. En efecto, si la premisa menor estuviese en pasado y no en presente, tal silogismo no se regiría por el *dici de omni vel de nullo*, porque en la mayor universal en pretérito con un sujeto que supone por lo que es, no se dice que de todo lo que el sujeto se predica por medio de un verbo en pasado se predique también el predicado por medio de un verbo en pasado, afirmándolo o negándolo... Mas, si el sujeto de la mayor supone, por el contrario, por cosas que han sido, entonces el predicado[87] de la menor no puede suponer por lo que es o ha sido, pues, como claramente se desprende, no

[87] Adopto la lectura *praedicatum* en lugar de *subjectum*.

se concluye en virtud del *dici de omni vel de nullo*. Sino que debe tomarse la menor en pasado [88], sin que afecte para nada el que el sujeto de la menor suponga por lo que es o lo que ha sido. Por consiguiente, es inválido este silogismo: "Todo lo blanco fue hombre; el asno es blanco; luego el asno fue hombre"... Lo que se ha dicho de las sentencias en pasado se ha de mantener (también) en forma análoga (*proportionaliter*) de las sentencias en futuro.

Estos principios se aplican luego a los silogismos en cada una de las figuras.

§ 34. OTRAS FÓRMULAS

Lo que sabemos, p. e., sobre los sentidos compuesto y dividido (29.09) y algunos descubrimientos más bien casuales de doctrinas semejantes (28.15 ss.) nos da pie para suponer que los Escolásticos desarrollaron diversas teorías lógicas que no pertenecen ni a la Lógica sentencial ni a la Silogística en sentido aristotélico. Pero es éste un campo hasta la fecha casi completamente inexplorado. No sabemos, p. e., si llegaron a poseer una Lógica de las relaciones de alguna manera más amplia que la de Aristóteles.

Vamos a citar algunos textos relativos a tales doctrinas, a saber, (1) una serie de textos sobre "silogismos" no aristotélicos con términos singulares, (2) un análisis de los cuantificadores "todo" y "alguno", (3) algunos "cuadrados lógicos" de las llamadas "sentencias exponibles", e. d., sentencias que equivalen al producto (o la suma) de varias sentencias categóricas. Finalmente presentamos, en conexión con esto, algunas proposiciones sobre el llamado "silogismo oblicuo", que tienen una cierta importancia para la Historia de la Lógica posterior.

Hemos de recalcar de una manera especial que en este apartado se trata solamente de elementos fragmentarios de una amplia e inexplorada problemática.

A. SILOGISMOS CON TÉRMINOS SINGULARES

Una primera ampliación de la Silogística aristotélica proviene de la admisión de términos y premisas singulares. Ockham conoce ya la sustitución que luego había de hacerse clásica:

34.01 Todo hombre es un animal;
Sócrates es un hombre;
luego Sócrates es un animal [89].

[88] En el texto: *sub:minor*. Yo he suprimido *sub*.

[89] Posteriormente he encontrado este silogismo ya en Sexto Empírico: *Pyrr. Hyp.* B 164 ss.

Aquí la premisa menor es singular. Pero Ockham admite también sentencias singulares como premisa mayor:

34.02 Se sigue, en efecto, correctamente: "Sócrates es blanco; todo hombre es Sócrates; luego todo hombre es blanco"... Y tal silogismo... es válido como el que se rige por el *dici de omni vel de nullo;* y esto porque, así como el sujeto de una (sentencia) universal supone actualmente por todo su significado, así también el sujeto de una singular supone actualmente por todo su significado, que no es sino uno solo.

¡La diferencia entre un silogismo como el de 34.01 y el aristotélico clásico es "puramente verbal"[90]!

Esto puede llamarse con todo derecho una innovación revolucionaria. No sólo se admiten términos singulares —contrariamente al uso de Aristóteles—, sino que incluso se les iguala formalmente a los universales. La razón que se da para esta notable tesis es que los términos singulares, exactamente igual que los universales, son nombres de *clases,* sólo que de clases de un miembro. Por consiguiente, según 34.02, el silogismo se ha de concebir *no* como una sustitución en la regla:

34.021 Caso de que "Para todo x sea válido: si x es un S, entonces x es un P", y sea válido "a es un S", entonces es válido también: "a es un P",

en la que "S" y "P" han de considerarse como nombres de clases, y "a" como nombre individual; sino como una sustitución en:

34.022 Caso de que "Para todo x sea válido: si x es un M, entonces x es un P" y "Para todo x sea válido: si x es un S, entonces x es un M", entonces es válido: "Para todo x: si x es un S, entonces x es un P",

en la que "M", "S" y "P" son, *todos* los tres, *nombres de clases.* Y siendo esto así, la diferencia entre el silogismo aristotélico y el de Ockham consiste *sólo* en que el primero es una sentencia y el segundo una regla. Con la introducción de los nombres de clases de un miembro sufre un cambio, desde luego, el fundamento de la Lógica.

Adviértase todavía que, a la vista de 34.01, este cambio fundamental de la Silogística no puede adscribirse, como corrientemente se hace, a la decadente Lógica del s. XVII, sino que es un mérito —discutible— de Ockham o de uno de sus predecesores.

También los silogismos con término medio singular atribuidos corrientemente a Petrus Ramus se encuentran ya en Ockham.

Un ejemplo de ello lo tenemos en 34.02, y otro en el siguiente texto:

---

90 *Summa Logicae* III 1, 20: 41rb.

34.03 Aunque se haya dicho más arriba que con dos (premisas) afirmativas no es posible concluir en la segunda figura, hay que exceptuar dos casos de esta regla general. El primero es cuando el término medio es singular (*discretus*), pues, en este caso, de dos (premisas) afirmativas se puede inferir (en la segunda figura) una conclusión afirmativa. Así se sigue correctamente: "Todo hombre es Sócrates; Platón es Sócrates; luego Platón es hombre". Y tal silogismo puede justificarse porque, convertidas las premisas, resulta un silogismo ectético (*expositorius*) de la tercera figura.

El procedimiento demostrativo del final del texto está claramente relacionado con la éctesis aristotélica (ἔκθεσις) (13.13), a la que hace referencia tanto la expresión escolástica "silogismo ectético" (*syllogismus expositorius*) como el siguiente texto de Ockham:

34.04 Aparte de los silogismos dichos, hay además, (en la tercera figura), silogismos ectéticos... Debe saberse que el silogismo ectético consta de dos premisas singulares ordenadas según la tercera figura, que pueden, no obstante, inferir una conclusión tanto singular como particular o indefinida, pero no universal, exactamente igual que tampoco la pueden inferir dos universales en la tercera figura... A lo que hay que añadir (todavía) que la menor ha de ser afirmativa, puesto que, si es negativa, no vale el silogismo... Mas, si la menor es afirmativa, el silogismo es siempre válido, sea afirmativa o negativa la mayor.

Esteban del Monte resume en forma sistemática esta doctrina:

34.05 Se pregunta si es posible concluir (*syllogizare*) válidamente en cualquier figura por medio del silogismo ectético. Respondo que sí. Los (silogismos) afirmativos (de este tipo) se sustentan, efectivamente, en el principio: "Siempre que dos términos diferentes se hallan unidos a un término singular, tomado singular y unívocamente, en una sentencia copulativa afirmativa, cuya consecuencia se apoya en dos (sentencias) universales (*de omni*), (entonces) tales términos deben estar unidos mutuamente en la conclusión"... Los negativos, empero, se fundan en este principio: "Siempre que uno de dos términos se une verdadera y afirmativamente con un término, etc., y el otro negativamente, (entonces) tales términos deben estar unidos mutua y negativamente, observando, sin embargo, las propiedades lógicas"...

Resultan, por tanto, siete silogismos de este tipo, dos en la primera figura, dos en la tercera y tres en la segunda.

B. Análisis de "todo" y "alguno"

34.06 Pasamos ahora a los signos que hacen (a la sentencia) universal o particular... De tales signos, unos son universales, otros particulares. Signo universal es (aquél) mediante el cual se indica que el término universal al que va unido supone por su supuesto copulativamente (*per modum copulationis*)... Signo particular es aquel por el cual se indica que el término universal supone por cada uno de sus supuestos disyuntivamente (*per modum disiunctionis*). Y del término universal digo intencionadamente "copulativamente", porque, si se dice "Todo hombre corre", se sigue formalmente: "Luego corre este hombre y aquél", etc. Del signo particular he dicho, en cambio, que indica que el término universal al que va unido representa disyuntivamente a cada uno de sus supuestos. Esto es claro, pues, si se dice "Un cierto hombre corre", se sigue que Sócrates o Platón corren, o (que) Cicerón corre, y así de cada uno. Lo cual no sería (así) si este término no supusiera por todos estos supuestos; sin embargo, es verdad que es disyuntivo. Por tanto, para la verdad de la siguiente (sentencia): "Un cierto hombre corre", se requiere y basta que sea verdad de un hombre (determinado) decir que corre, e. d., que es verdadera una de las (sentencias) singulares que forman parte de la siguiente (sentencia) disyuntiva: "Sócrates (corre) o Platón corre, y así de cada uno en particular"; (y esto) precisamente porque para la verdad de la (sentencia) disyuntiva basta que una de sus partes sea verdadera (v. 31.10 y 31.223).

En las siguientes equivalencias tenemos el análisis completamente "moderno" de las sentencias cuantificadas (44.03):

34.061 (Para todo *x*: *x* es *F*) si y sólo si: (*a* es *F*) y (*b* es *F*) y (*c* es *F*), etc.

34.062 (Hay un *x* tal que *x* es *F*) si y sólo si: (*a* es *F*) o (*b* es *F*) o (*c* es *F*), etc.

Es digna de notarse también la invocación explícita de una regla lógico-sentencial. La Lógica sentencial se ha convertido conscientemente en este texto —que no es más que un ejemplo entre muchos— en el fundamento de la Lógica de los términos.

C. Sentencias exponibles

En la Escolástica se estudiaron detalladamente las llamadas sentencias exponibles, e. d., aquellas que son equivalentes a un producto de varias sentencias categóricas. Hay tres especies de ellas: exclusiva, exceptiva y reduplicativa. En lugar de una descripción metalógica, ofrecemos el "cuadrado lógico" de Tartareto para las dos primeras clases, con una sustitución (también del mismo) y las expresiones mnemotécnicas:

34.07 *DIVES* — *ORAT*

"Sólo el hombre es un animal" se analiza así: (1) El hombre es un animal *y* (2) nada que no sea hombre es un animal.

CONTRARIA

"Sólo el hombre no es un animal" (se analiza así): (1) El hombre no es un animal *y* (2) todo lo que no es hombre es un animal.

SUBALTERNA — CONTRADICTORIA — CONTRA-DICTORIA — SUBALTERNA

"No sólo el hombre no es un animal" (se analiza así): (1) Todo hombre es un animal *o* (2) algo que no es un hombre, no es un animal.

SUB-CONTRARIA

"No sólo el hombre es un animal" (se analiza así): (1) El hombre no es un animal *o* (2) algo que no es hombre, es un animal.

ANNO — *HELI*

34.08 *AMATE* | *PECCATA*

"Todo hombre, excepto Sócrates, corre" (se analiza así): (1) Todo hombre que no es Sócrates corre y (2) Sócrates es un hombre y (3) Sócrates no corre.

CONTRARIA

"Todo hombre, excepto Sócrates, no corre" (se analiza así): (1) Todo hombre que no es Sócrates no corre, y (2) Sócrates es un hombre y (3) Sócrates corre.

SUBALTERNA | CONTRADICTORIA | CONTRADICTORIA | SUBALTERNA

"No todo hombre, excepto Sócrates, corre" (se analiza así): (1) Un determinado hombre que no es Sócrates corre o (2) Sócrates no es un hombre o (3) Sócrates no corre.

SUB-CONTRARIA

"No todo hombre, excepto Sócrates, corre" (se analiza así): (1) Un determinado hombre, que no es Sócrates, no corre o (2) Sócrates no es un hombre o (3) Sócrates corre.

IDOLES | *COMMODI*

La originalidad de las leyes formales, por sustitución en las cuales resultan las consecuencias representadas en esta figura, consiste en que han surgido de una combinación de la teoría de las consecuencias (particularmente de las denominadas leyes de De Morgan: v. 31.34 s.) con la doctrina aristotélica de la oposición (cuadrado lógico: 12.04 s.). Todas ellas son válidas, y resulta admirable la agudeza de aquellos Lógicos que lograron deducirlas sin la ayuda de ningún instrumento formalístico. La complejidad de los procesos mentales contenidos en los esquemas citados la vamos a poner de manifiesto en uno de los ejemplos más simples, a saber, en la proposición según la cual *ANNO* se sigue de *DIVES*. *DIVES* se ha de interpretar así:

(1) Un cierto *M* es *L*, y: Ningún no-*M* es *L*.

De aquí se sigue según la regla 31.222:

(2) Ningún no-*M* es *L*,

y de aquí, a su vez, por la ley de subalternación (24.22, v. 32.31):

(3) Un cierto no-*M* no es *L*.

Ahora bien, aplicando la regla 31.10 (v. 31.223) tenemos:

(4) Todo *M* es *L* o un cierto no-*M* no es *L*

—que es lo que se quería demostrar.

D. El silogismo oblicuo

También fueron elaborados sistemáticamente y desarrollados por la Escolástica los modos silogísticos aristotélicos con premisas "indirectas" (16.23). Ya Ockham [91] conoce varias docenas de fórmulas de esta naturaleza. Pero, a lo que sabemos, la Escolástica no presenta en este campo una problemática esencialmente nueva. Con todo, vamos a citar algunas sustituciones de estos modos tomadas de Ockham, por la razón de atribuirse su invención, sin fundamento alguno, a Jungius.

34.09 Se sigue también correctamente: "Todo hombre es animal; Sócrates ve a un hombre; luego Sócrates ve un animal".

34.10 Se sigue correctamente: "Todo hombre es un animal; un asno ve a un hombre; luego un asno ve a un animal".

34.11 Se sigue (correctamente): "Ningún asno pertenece al hombre; todo asno es un animal; luego algún animal no [92] pertenece al hombre".

§ 35. LAS ANTINOMIAS

A. Desarrollo

Tampoco de los intentos de solución de las antinomias en la Edad Media poseemos una visión de conjunto suficiente como para poder exponerlos aquí, a pesar del valioso trabajo que J. Salamucha ha dedicado al tema [93]. Parece que a la problemática relativa a las antinomias, perfectamente conocida hacia la mitad del s. XIII, no se le daba importancia. Alberto Magno no hace sino referir sim-

---

[91] *Summa Logicae III* 1, 9; 38 va-b y 12; 39 va-b y 15; 40 rb.

[92] He añadido "*no*".

[93] *Pojawienie się zagadnień antynomialnych na gruncie logiki średniowiecznej.*

plemente la solución aristotélica al mentiroso[94], y Egidio Romano (en la segunda mitad del s. XIII) trata todavía esta antinomia en forma breve y rigurosamente aristotélica[95]. Pedro Hispano, que dejó recogidos en sus *Summulae* los problemas importantes de su tiempo, trata el sofisma del "sin más y bajo cierto respecto" (título bajo el que trata Aristóteles el mentiroso, v. 23.11)[96], pero nada dice de la problemática de las antinomias.

Sin embargo, en Alberto Magno hay dos cosas dignas de mención: primero, conoce ya la expresión "insoluble" *(insolubile)* que ha de ser el término técnico para la doctrina de las antinomias en la Escolástica posterior; segundo, presenta formulaciones que son nuevas, al menos en detalles. Vamos a citar un pasaje que lo confirma de sus *Elenchi:*

35.01 Llamo "insolubles" a aquellas (sentencias) tales que, dada cualquiera de las partes de la (disyunción) contradictoria, se deduce siempre la contraria...; p. e.: alguien jura que jura en falso; jura o verdad o no (verdad). Si jura que jura en falso y (con ello) jura la verdad, e. d., que jura en falso, (como) nadie jura en falso mientras él jura la verdad, no jura en falso: mas se había supuesto que juraba en falso. Mas si no jura en falso y (con ello) jura que jura en falso, no jura la verdad, luego jura en falso: pues de otra manera no juraría la verdad al jurar que jura en falso.

En el Pseudo-Escoto, en cambio, la problemática se ha puesto ya al rojo: él cita por lo menos una solución que se aparta de la suya propia[97] y trata la cuestión en dos capítulos, el primero de los cuales lleva por título: "Si un término universal puede suponer por toda la sentencia de la cual es parte"[98]. La respuesta es decididamente negativa:

35.02 Hay que decir que una parte (de la sentencia) no puede suponer por toda la sentencia.

Su solución no consiste, sin embargo, en la aplicación de este principio, sino que la encuentra en la distinción entre acto signado y acto realizado:

35.03 Cuando se dice: "Yo digo una cosa falsa; luego es verdad que digo una cosa falsa", (entonces) digo que la consecuencia no vale formalmente, como no se sigue (tampoco): "El hombre es un animal, luego es verdad decir que el hombre es un animal", por más que (aquí) el consecuente esté contenido en acto realizado *(exercitus)* en el antecedente. (Pero), aun suponiendo que se siguiera, si bien no formalmente, digo que no se sigue esto otro (a saber): "Digo que digo una cosa

94 *El. sof.* II 2, 3, 3; 694 B y 1, 3, 1; 559 A y 2, 3, 3; 696 A-697 A.
95 *Exp. sup. lib. El. Arist.* Texto en J. Salamucha: *Pojawienie sie...*, 37, n. 64.
96 *Summulae Logicales* 7. 46 ss..
97 *In lib. El.* LIII 2, 76 A-B.
98 O. c. LII, 73 A.

falsa; luego soy veraz sin más en lo que digo", sino sólo bajo cierto respecto *(secundum quid)*, y no[99] sin más *(simpliciter)*... Igualmente se sigue (en algunos casos): "Es verdad (lo que) digo, luego (en ello) soy veraz sin más", como, p. e., aquí: "Es verdad que yo digo que el hombre es un animal; luego soy veraz (en ello) sin más", e. d., en aquellas (sentencias) en las que está la verdad, (tanto) en acto significado *(signato)* como en acto realizado *(exercito)*. Mas en nuestro caso *(in proposito)* hay falsedad en el acto significado y verdad en el acto realizado. Por tanto, se sigue: "Es verdad que yo realizo el acto de decir acerca de una cosa falsa; luego es falso aquello acerca de lo cual lo realizo".

Un cotejo de este texto con 27.13 nos muestra que aquí se trata casi exactamente de la distinción moderna entre *use* y *mention*. El Pseudo-Escoto, empero, enseña, con la misma terminología, lo contrario de Burleigh.

Estos dos ejemplos debían bastar para mostrar el estado de la problemática en el s. XIII. Ockham no trata ya la cuestión de las antinomias en la Sofística, sino en un capítulo especial *Sobre los insolubles*[100]. A partir de este momento, tal tratado pasa a formar parte esencial de la Lógica escolástica. Vamos a prescindir de los estadios de la evolución posterior, en su mayor parte desconocidos, para referirnos a la situación del problema en Paulo Véneto al final de la Edad Media.

B. Formulación

1. *El mentiroso*

35.04 Voy a resumir para su discusión el famoso insoluble, suponiendo (1) que Sócrates propone esta sentencia: "Sócrates dice una mentira", y sea esta (sentencia) *A*; y (2) (que, fuera de *A*), no propone ninguna otra, (3) significando (la sentencia *A*) tan precisa y adecuadamente que en la respuesta presente no se debe variar *(variare non debet)*. Esto supuesto, propongo (la sentencia) *A* y pregunto si es verdadera o falsa. Si se dice que verdadera, (entonces digo) en contra: por todo el supuesto empírico consta *(cum toto casu stat)* que un Sócrates es todo Sócrates; y esto supuesto, se sigue que *A* es falsa. Si se dice, en cambio, que *A* es falsa, (entonces yo digo), por el contrario: por todo el supuesto empírico consta que hay dos Sócrates, el primero de los cuales dice *A*, y el segundo (dice) que no hay Dios: si esto se acepta con el supuesto empírico se sigue que *A* es verdadera.

35.05 Supongo, pues, que Sócrates, que es todo Sócrates, propone esta sentencia y ninguna otra más: "Sócrates dice una mentira", que

99 El "no" lo añado yo.

100 *Summa Logicae* III 3, 45; 71 va-b.

significa exacta y adecuadamente (lo que él dice); (y) sea (esta sentencia) A. Esto supuesto, se sigue (primeramente) de lo dicho que A es falsa; y Sócrates dice A; luego Sócrates dice una falsedad. Esta consecuencia es correcta, y el antecedente es verdadero, luego también el consecuente; ahora bien, el consecuente es A; luego A es verdadera.

En segundo lugar se argumenta así: Una falsedad es dicha por Sócrates, luego Sócrates dice una falsedad. La consecuencia pasa de la (forma) pasiva a la activa. Ahora bien, el antecedente es verdadero, luego también el consecuente; pero el consecuente es A, luego A es verdadera. Y que el antecedente es verdadero, es claro: pues su significación adecuada es verdadera. Y sin embargo, repugna que sea verdadera.

En tercer lugar se argumenta así: El opuesto contradictorio de A es falso, luego A es verdadera. La consecuencia es válida y se demuestra el antecedente: pues este "Ningún Sócrates dice una falsedad" es falso; y éste es el opuesto contradictorio de A; luego el opuesto contradictorio de A es falso. Constan la consecuencia y la menor y pruebo la mayor: A, en efecto, es falsa; ahora bien, un cierto Sócrates dice A; luego un cierto Sócrates dice falsedad. O así: Ningún Sócrates dice falsedad, luego ningún Sócrates dice A, (que es) falsa. La consecuencia procede del superior, distribuido negativamente a su subordinado. El consecuente es falso, luego también el antecedente.

2. *Otras antinomias*

Además de este "famoso" insoluble hubo toda una larga serie de antinomias semejantes que, en última instancia, desembocaban en la "famosa". Vamos a presentar algunos ejemplos tomados de Paulo Véneto, en los que suprimimos las cláusulas repetidas periódicamente "Sócrates que es todo Sócrates" y "que significan exactamente lo que los términos indican *(pretendunt)*":

35.06 Sócrates... cree esta (sentencia): "Sócrates se engaña"... y ninguna otra.

35.07 Sócrates cree esta (sentencia) y ninguna otra: "Platón se engaña"... Pero Platón... cree ésta...: "Sócrates no se engaña".

35.08 Sócrates... dice esta (sentencia) y ninguna otra: "Sócrates miente".

35.09 "Sócrates está enfermo"; "Platón responde mal"; "Sócrates no tendrá ningún denario"; ("Sócrates no pasará el puente") [101]; en ellas se supone que todo hombre enfermo y sólo él dice falsedad, y que todo hombre sano y sólo él dice la verdad (y así sucesivamente en los tres casos restantes)... Bajo este supuesto afirmo que Sócrates... sólo propone la siguiente (sentencia): "Sócrates está enfermo" (etc.).

---

[101] Tomada del texto inmediatamente anterior que no aducimos.

Éstos son los llamados "insolubles singulares" a los que siguen los "cuantificados":

35.10 Supongo el presupuesto que la sentencia "Es falso" es toda sentencia.

35.11 Sea el siguiente presupuesto: que sólo hay (dos) sentencias, *A* y *B*, (en el que) *A* es verdadera y *B* es la siguiente: "*A* es toda cosa verdadera".

35.12 Supongo que *A*, *B*, *C* son todas las sentencias en las que *A* y *B* son verdaderas y *C* es la siguiente: "Toda sentencia es desemejante a ésta", en la que se está haciendo referencia a *A* y a *B*.

35.13 Yo supongo que *A* y *B* son todas las sentencias en las que *A* es la siguiente: "La quimera existe"..., y *B* ésta: "Toda sentencia es falsa".

35.14 Sean *A*, *B*, *C* todas las sentencias..., en las que *A* sea la siguiente: "Dios existe"; *B*: "El hombre es un asno", (y) *C* [102]: "Hay tantas (sentencias) verdaderas como falsas".

35.15 Lo mismo se habría de responder, en la hipótesis de que todas las sentencias fueran cinco..., de las cuales dos fueran verdaderas, dos falsas y la quinta fuera: "Hay más (sentencias) falsas que verdaderas".

Añadamos todavía unos insolubles "exponibles":

35.16 Supongo que "Sólo ésta es una sentencia exceptiva" es la única (sentencia) exceptiva...

35.17 Sea el siguiente sofisma sobre las (sentencias) exceptivas: "Ninguna sentencia fuera de *A* es falsa" y supóngase que esta (sentencia) es *A* y (que es) toda sentencia.

35.18 Supongo que *A*, *B*, *C* son todas las sentencias..., que *A* y *B* son verdaderas, y que *C* es la siguiente (sentencia) exceptiva: "Toda sentencia, excepto la exceptiva, es verdadera".

35.19 De igual modo se responde..., en la hipótesis de que todo hombre, excepto Sócrates, diga: "Dios existe" y (que) Sócrates (dice) sólo la siguiente (sentencia): "Todo hombre, fuera de mí, dice la verdad".

Éstos no son más que algunos ejemplos del rico arsenal sofístico de la Escolástica tardía.

---

102 En el texto: *D*.

C. Soluciones

1. *Las doce primeras soluciones*

35.20 La primera sentencia * sostiene (*ponit*) que el insoluble se ha de resolver por (el procedimiento) del sofisma de la forma de la dicción (11.16)... Y si se argumenta así: "Sócrates dice esta falsedad, luego Sócrates dice falsedad", se niega la consecuencia diciendo: éste es el sofisma de la forma de la dicción, pues, efectivamente, en el antecedente el término "falsedad", en virtud de la (significación de la) oración, supone por "Sócrates"... (etc.), en el consecuente, en cambio, por otro distinto...

35.21 La segunda sentencia resuelve el insoluble por (el procedimiento) del sofisma de la falsa causa (11.21)...; el antecedente parece ser, en efecto, la causa del consecuente y no lo es...

35.22 La tercera sentencia afirma que, si Sócrates dice "Sócrates dice falsedad", la palabra "dice", si bien está en presente, sin embargo ha de entenderse del instante que precede inmediatamente al momento de ser pronunciada. Por lo cual niega (la sentencia) y dice que es falsa. Y respecto del argumento. "Esta (sentencia) es falsa y Sócrates la dice, luego Sócrates dice falsedad", dicen (los defensores de esta sentencia) que el verbo "dice" se verifica en el antecedente y el consecuente para tiempos distintos...

35.23 La cuarta sentencia sostiene que ninguno puede decir que él dice falsedad... Esta sentencia repugna al sentido y a la razón, pues todo el mundo sabe que el hombre puede abrir la boca y formar los siguientes sonidos: "Yo digo falsedad", o (puede) sentarse y leerlos...

35.24 La quinta sentencia sostiene que Sócrates, cuando dice que dice falsedad, no dice nada; que Sócrates, cuando entiende que entiende falsedad, no entiende nada, etc. También esta sentencia es falsa...

Según esta sentencia, el insoluble carece sencillamente de sentido.

35.25. La sexta sentencia sostiene que el insoluble ni es verdadero ni falso, sino algo intermedio, indiferente para ambas cosas. También éstos yerran, pues toda sentencia o es verdadera o es falsa, y todo insoluble es una sentencia...

He aquí un intento de resolver la antinomia en una Lógica trivalente.

35.26 La séptima sentencia sostiene que el insoluble se ha de resolver por (el procedimiento) del sofisma de la equivocidad (*equivocatio*)

* N. d. T.: "Sentencia" significa aquí "opinión", lo mismo que en los siguientes párrafos, en los casos en que claramente se desprende del contexto.

(11.17). Pues, si se dice "Sócrates dice falsedad", distinguen (la significación de) "decir" según la equivocidad, pues ésta puede, en efecto, significar o el dicho realizado o el dicho pensado *(conceptum)*. Y se llama "dicho realizado" al que está en curso de realización; y expresa el juicio y no es completamente un *dictum*. Llaman, por el contrario, dicho pensado a éste: cuando el hombre dice primero que una cosa es algo o de tal forma *(aliquid vel aliquale)* e inmediatamente después dice que dice esto o algo semejante *(illud vel tale)*; p. e., supongamos que Sócrates dijera: "Dios existe", e inmediatamente después: "Sócrates dice verdad". Esta sentencia dice, pues, que, si Sócrates dice primeramente "Sócrates dice falsedad", entonces, si se toma "dice" como dicho realizado, (la sentencia es) verdadera; si se toma como dicho pensado, falsa. Y si se argumenta: "Ninguna falsedad es dicha por Sócrates; y esto es dicho por Sócrates; luego no es falso", dicen que la (premisa) mayor es verdadera *(verificatur)* para el dicho pensado y la menor para el dicho realizado, y (que), por consiguiente, (el argumento) no concluye...

La solución coincide con la más arriba (35.03) citada del Pseudo-Escoto.

35.27 La octava sentencia sostiene que ningún insoluble es verdadero ni falso, porque no es una sentencia. Pues, si bien todos y cada uno de los insolubles *(omne vel quodlibet)* es una oración manifestativa *(indicativa)*, que significa de acuerdo con lo que es o no es su significación, (sin embargo) esto no basta para poder llamarla "sentencia". Contra esta opinión se arguye que de ella se sigue, sí, que hay allí dos ciertos enunciados *(enuntiationes)* que tienen la misma significación *(significatum)* exacta, y, sin embargo, la una es una sentencia y la otra no, como resulta claro de estos (dos) enunciados: "Esto es falso" y "Esto es falso", que se refieren ambos al segundo de ellos...

He aquí de nuevo una concepción totalmente "moderna". A lo que parece, ni a Paulo Véneto ni a la mayoría de los restantes Escolásticos tardíos les satisface.

35.28 La novena sentencia sostiene que el insoluble es verdadero o falso, pero no verdadero y no falso...

Aquí parece admitirse la alternativa "A es verdadero o falso"; pero se rechaza tanto "A es verdadero" como "A es falso".

35.29 La décima sentencia resuelve los insolubles por (el procedimiento) de la falacia (del) bajo cierto respecto y (del) sin más (11.21). Dice que el insoluble es un sofisma difícil *(paralogismus)*, debido (a la confusión entre lo que es) bajo cierto respecto y (lo que es) sin más, debida a la reflexión de un acto sobre sí mismo o con una determinación

privativa o negativa. Respecto de la solución dice que no es válida la siguiente consecuencia: "Esta falsedad es dicha por Sócrates, luego es dicha por Sócrates falsedad", supuesto que Sócrates dice el consecuente y no alguna otra cosa que no sea parte de el, pues el argumento procede del bajo cierto respecto al sin más, ya que el antecedente significa sólo categóricamente el consecuente; en cambio, hipotéticamente, significa, en efecto, que es verdadero y que es falso...

35.30 La undécima sentencia, que apoya a la inmediata (anterior), sostiene que toda sentencia insoluble significa que ella (misma) es verdadera y ella (misma) falsa, entendido esto de su significación adecuada. Pues, como dice ella, toda sentencia categórica significa que aquello por lo que su sujeto y su predicado suponen, es o no es lo mismo; y este ser lo mismo o no ser lo mismo quiere decir que la sentencia afirmativa o negativa (categórica) es verdadera. Por lo cual, toda sentencia categórica, bien sea afirmativa o negativa, significa que ella misma es verdadera, y toda sentencia insoluble se falsifica a sí misma (*falsificat se*). Por tanto, toda sentencia insoluble significa que (ella misma) es verdadera o que (ella misma) es falsa...

Las dos últimas sentencias defienden que el insoluble equivale a una sentencia copulativa. Más adelante (35.37) veremos por qué ha de ser así.

35.31 La duodécima sentencia, que es la comúnmente defendida hoy en día por todos, es la siguiente: la sentencia insoluble es una sentencia de la que se hace mención en un caso concreto, (y) de la cual, cuando su significado concuerda exactamente con las circunstancias supuestas, se sigue que ella misma es verdadera y que ella misma es falsa. P. e., si se propone un caso concreto sobre un insoluble sin indicar cómo debe significar este insoluble, se ha de responder sólo como fuera del tiempo (de la obligación): Así, (p. e.) —si se supone que Sócrates propone esta (sentencia): "Sócrates dice falsedad" sin más determinación—, hay que poner en duda esta (sentencia): "Sócrates dice falsedad". Si se supone, en cambio, que el insoluble significa como los términos indican, (entonces) se debe admitir el caso supuesto y conceder el insoluble, y se dice que es falso. Y si (el adversario) dice: "La (sentencia) 'Sócrates dice falsedad' es falsa; por tanto, significa como no es; ahora bien, significa que Sócrates dice falsedad, luego etc"..., (entonces) se niega la consecuencia. Pero en la (premisa) menor se ha de añadir que significa exactamente igual, y esto supuesto, se niega todo caso supuesto semejante...

El "tiempo de la obligación" aquí aludido es un término técnico de la Metodología de la discusión escolástica (*tractatus de obligationibus*: v. § 26, D), hasta ahora no bien investigado. Significa el tiempo durante el cual el disputante está sometido a una presuposición (de ordinario arbitraria).

2. *La solución trece*

35.32 La décimotercera sentencia propone varios conjuntos (*plura coniuncta*), unos a modo de tesis, otros a modo de suposiciones, otros a modo de proposiciones o corolarios. Aquí los vamos a proponer, sin embargo, todos brevemente a modo de tesis y corolarios.

35.33 La primera tesis es la siguiente: Ninguna cosa creada puede representar formalmente a sí misma con claridad (*distincte*); sí, en cambio, objetivamente (*obiective*). (Esto) es claro, porque ninguna cosa creada puede ser conocimiento (*cognitio*) propio y formalmente claro de sí misma; pues, si fuera tal, sería también cualquier (otro conocimiento semejante), ya que no habría mayor razón (para lo primero) que para (cualquier) otra cosa. Decimos, p. e., que la imagen del rey representa al rey no formalmente, sino objetivamente, mientras, por el contrario, el concepto mental que tenemos del rey representa al rey no objetivamente, sino formalmente, por ser un conocimiento formal del rey. En cambio, si se dice (que algo) representa a sí mismo claramente, esta representación será objetiva, (e. d.), mediante otro concepto (*notitia*), y no formal, (e. d.), por sí misma.

35.34 Segunda tesis: Ninguna sentencia mental, en el sentido propio de la palabra, puede significar que ella misma es verdadera o que es falsa. Prueba: pues, de lo contrario, se seguiría que un determinado conocimiento propio y claro sería un conocimiento formal de sí (mismo), lo cual va contra la primera tesis.

De esta tesis se sigue que la mente (1) no puede formar una sentencia mental universal, en el sentido propio de la palabra, que signifique que toda sentencia mental es falsa, como, (p. e.), esta (sentencia) mental: "Toda sentencia mental es falsa", suponiendo que el sujeto supone por sí mismo, y (además) (2) (no puede formar) una (sentencia) mental, en el sentido propio de la palabra, la cual signifique que es falsa cualquier otra que, (por su parte), signifique que es falsa la indicada por la primera; y además (3) (no puede formar) una (sentencia) mental, en el sentido propio de la palabra, que signifique que su contradictoria es verdadera, como, (p. e.), esta (sentencia) mental: "Esto es verdad", en la que se hace referencia a su contradictoria...

Los dos últimos textos contienen una formulación ejemplar por su agudeza de la prohibición del *circulus vitiosus* (48.11) y con ello la idea moderna más importante para la solución de las antinomias.

35.35 La tercera tesis es la siguiente: Una parte de una sentencia mental, en el sentido propio de la palabra, no puede suponer por la misma sentencia, de la cual es parte, ni por la contradictoria de esta sentencia; ni puede una parte de una sentencia que significa convencionalmen-

te suponer por la correspondiente sentencia mental, en el sentido propio de la palabra, ni por otra cualquiera de la que se siga que la sentencia mental (de la cual es parte) significa que ella (misma) es verdadera o falsa. De donde se sigue que, si se formara la (sentencia) mental "Toda sentencia mental es universal" y ninguna otra, sería falsa.

35.36 Cuarta tesis: (Podría formarse) una sentencia oral, escrita o mental, en el sentido impropio de la palabra, la cual guardara relación a sí misma, porque toda (sentencia) de este tipo significa convencional y no naturalmente, objetiva y no formalmente. La (sentencia) mental, en el sentido propio de la palabra, es, en cambio, un signo que describe natural y formalmente, y no está en el poder de la naturaleza que un signo tal signifique lo que nosotros queremos, como sucede con el signo oral o escrito o mental, en el sentido impropio de la palabra...

De esta tesis se sigue que toda sentencia insoluble es una sentencia oral, escrita o mental, en el sentido impropio de la palabra; y (que) una parte de semejante (sentencia) puede suponer por el todo del cual es parte.

35.37 La quinta tesis es ésta: A toda sentencia insoluble corresponde una sentencia mental, en el sentido propio de la palabra, verdadera y otra falsa. (Esto) aparece claro en los siguientes (ejemplos): "Esto es falso", referida a ella misma, la cual corresponde, (además), a una (sentencia) mental del tipo: "Esto es falso", referida a la misma que (antes), (y) la cual es verdadera. Y la segunda parte (de esta tesis) se demuestra, porque esta (sentencia) oral es falsa, luego significa que una (sentencia) mental es falsa, mas no la citada; luego otra es verdadera (que dice): "Esto es falso", referida a la primera (sentencia) mental, la cual designa una oral o escrita.

35.38 De esta tesis se desprenden varios corolarios. Primero, que toda sentencia insoluble e igualmente su contradictoria es una sentencia múltiple (*propositio plures*), porque le corresponden varias (sentencias) mentales no compuestas[103] (*inconiuncte*).

Segundo corolario: Hay sentencias que son completamente iguales *in voce* y (sus) términos suponen por lo mismo, de las cuales la una es una sentencia múltiple y la otra no. Esto se ve claro en las siguientes (sentencias): "Esto es falso" y "Esto es falso", en las que los dos "esto" se refieren a la segunda sentencia.

Tercer corolario: Toda sentencia insoluble es al tiempo verdadera y falsa, e igualmente su contradictoria, ya que le corresponden dos (sentencias contradictorias) mentales, de las cuales una es verdadera y la otra falsa. Ella (misma), empero, no es ni verdadera sin más ni falsa sin más, sino (ambas cosas) bajo un cierto respecto...

103 En el texto: *correspondent plures mentales inconiuncte*, que podría significar también: "le corresponden varias (sentencias) mentales no conjuntamente".

3. *La solución catorce*

35.39 La décimocuarta sentencia —que es el fundamento de muchas de las anteriores y, por tanto, (también) de varios sofismas, que pretenden esquivar (las dificultades) más bien que resolverlas— sostiene que los insolubles [104] se han de resolver de acuerdo (con el procedimiento) de la falacia del accidente (11.21), según el cual los paralogismos pueden originarse de dos maneras, (a saber), por variación (del sentido) del (término) medio, o de uno de los extremos. Por variación (del sentido) del (término) medio, (como, p. e.), si en la mayor tiene suposición distinta de la menor y viceversa. Y lo mismo se diga del (paralogismo) por variación (del sentido) del (término) extremo. Esta opinión sostiene, por tanto, que, si Sócrates dice "Sócrates dice falsedad", dice falsedad; y en el argumento "Sócrates dice esto; y esto es falso; luego Sócrates dice una cosa falsa" (los defensores de esta opinión) niegan la consecuencia y dicen que se da un paralogismo de accidente por variación (del sentido) del (término) extremo. Pues el término "falsedad" tiene en la menor una suposición que no tiene en la conclusión. Lo mismo cuando se arguye a partir de la proposición contraria de Sócrates: "Sócrates no dice ninguna falsedad; esto es falso; luego no es dicho por Sócrates"; éste es un paralogismo de accidente por variación (del sentido) del (término) medio; pues el término "falsedad" tiene en la mayor una suposición que no tiene en la menor.

Para demostrar esto presuponen que en ninguna sentencia una parte supone por el todo del cual es parte, ni por otra (sentencia) equivalente al todo, ni por el opuesto del todo, ni por el antecedente respecto del todo; de donde resulta claro que la sentencia "Sócrates dice falsedad" significa que Sócrates dice falsedad, pero no (aquella) falsedad que él mismo dice, sino otra distinta de ella; pero como él no dice nada fuera de esta sentencia, es falsa.

Esta sentencia que hemos encontrado ya en el Pseudo-Escoto [105] la defienden además otros.

4. *Presupuestos para la solución de Paulo Véneto*

Después de exponer estas catorce sentencias, que no admite, pasa Paulo Véneto a exponer su propia solución. Con ella resume al mismo tiempo las teorías corrientes en la Escolástica tardía de interés para el problema de las antinomias. Vamos a reproducir aquí lo esencial:

35.40 Para exponer la décimoquinta sentencia —que, a lo que yo entiendo, fue la de los (Lógicos) famosos de la antigüedad— vamos a

[104] Aquí he suprimido *facta*.

[105] V. p. 250, n. 97.

proponer tres artículos. El primero contiene la exposición de los términos (*dictiones*), el segundo los presupuestos fundamentales (*preambulas suppositiones*), el tercero la sentencia propuesta (*intentum*) en forma de tesis.

35.41 Respecto de lo primero, ésta es la primera división: Todo insoluble procede o de nuestro acto o de una propiedad de la expresión (*vocis*). (Ahora bien), nuestros actos son de dos clases, los unos interiores, los otros exteriores. Los interiores son como el imaginar, pensar y semejantes; exteriores son los que (pertenecen) al cuerpo, como expresar (*dicere*), hablar (*loqui*) y semejantes. Insolubles que proceden de nuestro acto son: "Sócrates dice falsedad", "Sócrates entiende falsedad" y semejantes. Propiedad de las expresiones son, p. e., ser sujeto, tener apelación, ser verdaderas o falsas, poder ser verdaderas, no ser verdaderas de otros (*pro alio a se*)... Por tanto, insolubles como "Es falso", "No hay nada verdadero", "La sentencia no es verdadera respecto de sí misma (*pro se*)"... se derivan de una propiedad de la expresión.

35.42 La segunda división es la siguiente: Las sentencias, unas tienen relación a sí mismas (*supra se*), otras, en cambio, no. Sentencia que tiene relación a sí misma es aquella cuya significación se refiere a sí (misma), como "Todo compuesto existe", "Esto es falso", que hacen referencia a sí mismas...

35.43 La tercera división es la siguiente: De las sentencias que hacen relación a sí (mismas), unas la hacen inmediatamente, otras mediatamente...

35.44 Cuarta división de las sentencias que guardan relación a sí (mismas): algunas tienen la propiedad de que sus significaciones se dirigen últimamente a sí (mismas) (*terminantur ad se*), como: "Esto es verdad", "Esto es falso", que hacen referencia a sí mismas. Otras tienen la propiedad de que sus significaciones se dirigen en última instancia a sí (mismas) y a otras[106], como "Toda sentencia es verdadera", "Toda sentencia es falsa"; (tales sentencias) significan, en efecto, no sólo que ellas son las únicas verdaderas o falsas, sino que también otras, ditintas de ellas, (son verdaderas o falsas)...

35.45 Se sigue que ninguna sentencia tiene relación a sí misma, excepto aquella en la que aparece un término que representa a la sentencia adecuadamente (*appropiate*). Tales términos son, (p. e.), los siguientes: "verdadero", "falso", "universal", "particular", "afirmativo", "negativo", "se ha de conceder" (*concedendum*), "se ha de negar" (*negandum*), "se ha de dudar" (*dubitandum*), etc. Sin embargo, no toda sentencia en la que aparece un término semejante guarda necesariamente relación a sí misma, como se ve claro en las siguientes (sentencias):

106 Adopto la lectura *ad alia a se*, en lugar de *ad alia ad se*.

"(Esto) es falso", que es verdadera (cuando en ella se hace referencia a otra sentencia falsa), e igualmente en ésta: "Esto es verdad", referida a la siguiente: "Dios existe". Pero (una sentencia tal) no tiene relación alguna a sí misma, sino que su significación se dirige sólo a aquello a lo cual hace referencia...

He aquí de nuevo el concepto completamente "moderno" del *circulus vitiosus* (48.11).

Veamos aún algunos "presupuestos" más:

35.46 El primer presupuesto es el siguiente: Es verdadera toda sentencia cuya significación adecuada es verdadera y cuya verdad no es contradictoria *(non repugnat ipsam esse veram)*.

35.47 Segundo presupuesto: Se llama falsa la sentencia que se niega a sí misma *(falsificat)*, o cuya falsedad no procede de los términos, sino de (su) significación adecuadamente falsa. De donde se sigue que existe una sentencia falsa cuya significación adecuada es verdadera; (esto) se ve claro en la siguiente (sentencia): "Esto es falso", referida a sí misma. Y que es falsa, es evidente: afirma, en efecto, que es falsa, luego es falsa, y sin embargo, su significación adecuada es verdadera, ya que es verdad que la (sentencia en cuestión) es falsa. Se sigue también que toda sentencia que se niega a sí misma es falsa y que no toda sentencia que se verifica a sí misma es verdadera; pues la siguiente (sentencia): "Toda sentencia es verdadera" se verifica a sí misma y, sin embargo, no es verdadera, como es evidente.

35.48 El tercer presupuesto es el siguiente: Son convertibles mutuamente aquellas sentencias cuyas significaciones adecuadas son idénticas. En efecto, sean *A* y *B* dos sentencias que tienen la misma significación adecuada; entonces argumento así: *A* y *B* tienen todos los (términos) extremos iguales, *in voce et in scripto et in mente*, y (además) cópula idéntica, y en ninguna de ellas hay referencia *(demonstratio)* que pertenezca a una sentencia que no pertenezca (también) a la otra; luego son mutuamente convertibles.

Siguen luego otros varios presupuestos tomados de las doctrinas universalmente admitidas de la suposición y de las consecuencias. Finalmente, este pasaje:

35.49 El último presupuesto es el siguiente: Una parte de la sentencia puede suponer por el todo del cual es parte, lo mismo que por todo lo que a ella pertenece *(pro quolibet pertinente ad ipsum)*, hablando en términos generales, tanto en el orden del pensamiento como en el de la escritura como en el de los sonidos.

Se rechaza, por tanto, la sentencia décimotercera (35.32 ss.), y con ella el principio moderno que afirma que el insoluble no es una sentencia, porque en él

una parte supone por el todo (48.11 s.). Este principio parecen presuponerlo de diversas maneras las sentencias cuarta (35.23), quinta (35.24), octava (35.27), décima (35.29) y undécima (35.30).

La repulsa de la sentencia trece significa que Paulo Véneto no utiliza para su propia solución la distinción corriente en nuestros días entre lenguaje y metalenguaje, defendida expresamente en la tesis quinta de la sentencia trece (35.38), y más o menos claramente en algunas otras.

5. *La solución de Paulo Véneto: interpretación*

La solución personal de Paulo Véneto es muy semejante a las de las sentencias once (35.30) y doce (35.31), razón por la que no vamos a presentar el texto original, extenso y difícil. Consiste esta solución fundamentalmente en la distinción precisa que se establece entre significación corriente y significación "precisa y adecuada" de la sentencia insoluble. Una sentencia "precisa y adecuada" puede significar dos cosas:

(1) su correlato semántico, e. d., lo que significa;
(2) que la sentencia misma es verdadera.

Esto estaba ya dicho en 35.30, es verdad que sin emplear la expresión "precisa y adecuada", y con una universalidad que no admite Paulo Véneto. Vamos a reproducir el proceso mental en el que se apoya su propia solución, simplificado y formalizado (35.51). Con esta finalidad vamos a exponer primeramente, y en la misma forma, la antinomia misma.

Para ello hemos de suponer cuatro axiomas extralógicos:

(1) *A* significa: *A* es falso.
(2) Si *A* significa *p*, entonces: *A* es verdadero si y sólo si *p*.
(3) Si *A* significa *p*, entonces: *A* es falso si y sólo si no-*p*.
(4) *A* es falso si y sólo si no: *A* es verdadero.

(1) es la sentencia "insoluble" misma, (2)-(4) son diversas formulaciones de la definición aristotélica de verdad y falsedad (10.16). Sustituyendo en (2) "*A* es falso" por "*p*" tenemos por (1):

(5) *A* es verdadero si y sólo si *A* es falso, lo cual con (4) nos da:
(6) *A* es verdadero si y sólo si no: *A* es verdadero,

que nos permite concluir:

(7) no: *A* es verdadero,

es decir, más (4):

(8) *A* es falso.

Mas sustituyamos "*A* es falso" por "*p*" en (3), y tendremos:

(9) *A* es falso si y sólo si: *A* es falso,

lo cual da inmediatamente:

(10) no: A es falso,

en contradicción con (8). He aquí, pues, una auténtica antinomia.

Pero ésta no aparece en modo alguno si en vez de operar con la significación simple lo hacemos con la significación "precisa y adecuada". (1) y (4) se mantienen idénticos; los otros dos axiomas, por el contrario, adoptan la forma siguiente:

(2') Si A significa *p*, entonces: A es verdadero si y sólo si [(1) A es verdadero, y (2) *p*].
(3') Si A significa *p*, entonces: A es falso si y sólo si no: [(1) A es verdadero, y (2) *p*],

pues, como se ha dicho, una sentencia "precisa y adecuada" significa siempre dos cosas: que es verdadera ella misma, y que lo que significa es como lo significa.

La primera parte de la deducción puede desarrollarse en forma análoga a la expuesta anteriormente; tenemos, pues:

(8') A es falso.

Mas sustituyamos "A es falso" por "*p*" en (3) y resultará:

(9') A es falso si y sólo si no: [(1) A es verdadero, y (2) A es falso].

Y aplicando una de las llamadas leyes de De Morgan (31.34), resulta:

(10') A es falso si y sólo si, o (1) no: A es verdadero, o (2) no: A es falso,

e. d., a la vista de (4):

(11') A es falso si y sólo si: (1) A es falso, o (2) no: A es falso.

Mas, como el segundo miembro (la suma) es verdadero, incluso lógicamente —se trata de una sustitución en el principio de tercero excluido—, ha de ser también verdadero el primero; tenemos, por consiguiente:

(12') A es falso,

que lejos de ser una contradicción de (8'), es una sentencia equiforme. La antinomia ha quedado resuelta.

A lo que sabemos, en la Edad Media se trataron únicamente antinomias semánticas, no lógicas. Con todo, las soluciones anteriormente referidas contienen todos los elementos necesarios para la solución de las antinomias lógicas también.

Recapitulación

A pesar de lo fragmentario de nuestros conocimientos sobre la Escolástica, en resumen podemos decir acerca de su Lógica, lo siguiente:

1. La Escolástica ha creado una *forma* completamente *nueva* de la Lógica formal. La diferencia esencial entre esta forma y la de los Lógicos de la Antigüedad clásica, consiste en que la Escolástica representa un intento de abstraer de la lengua las leyes y reglas de esa misma lengua viva (el latín) atendiendo al ámbito completo de las funciones semánticas y sintácticas de los signos.

2. Este intento condujo a la creación de una *Semántica* y una *Sintaxis* amplia y minuciosamente desarrolladas. Los problemas semióticos ocupan en la Lógica escolástica el centro del interés, y desde ellos se tratan casi la totalidad de las cuestiones lógicas.

3. En consonancia, esta Lógica se construye casi en su totalidad en *metalenguaje* (§ 26, B), con una distinción clara entre ley y regla. Aparte de esto, la mayoría de sus proposiciones se conciben en forma de reglas y se formulan descriptivamente.

4. El problema de la *forma lógica* (§ 26, C) se planteó y resolvió con la mayor precisión en este período.

5. *Problemas* y técnica de la *Lógica sentencial* alcanzaron en ella una forma más radical y abstracta que en cualquiera de los fragmentos megárico-estoicos que se nos han conservado.

6. La *Lógica asertórica de los términos* consiste aquí fundamentalmente en una reinterpretación y aguda elaboración de la Silogística. No faltan, sin embargo, tampoco problemas de otro tipo, como los de la cuantificación doble, clases vacías, probablemente Lógica de las relaciones, y otros.

7. La *Lógica modal* (sentencial y de los términos) se convirtió en la Escolástica en uno de los campos más importantes de investigación. No sólo fueron sometidos a análisis con una penetración admirable los sistemas tradicionales, sino que se plantearon y se dio solución a problemas (sobre todo de la Lógica sentencial) completamente nuevos.

8. Finalmente, el viejo problema de las *antinomias semánticas* tomó forma durante este período en tratados realmente colosales. Se plantearon numerosas antinomias y fueron propuestas más de una docena de soluciones distintas, que encierran casi todo lo esencial que en este terreno hasta hoy se conoce.

Se puede, por consiguiente, afirmar ya con seguridad en el estado actual de la investigación, que en la Lógica formal escolástica tenemos una forma de la Lógica extraordinariamente original y cualificada.

CUARTA PARTE

PERÍODO DE TRANSICIÓN

§ 36. LA LÓGICA "CLÁSICA"

Se suele colocar el fin del período medieval en Historia, hacia el final del s. XV. Lo cual no hay que entender en modo alguno, como si la mentalidad típicamente escolástica no continuase en vigor posteriormente; antes bien, en los ss. XVI y XVII situamos justamente el afianzamiento de escuelas escolásticas de extraordinaria importancia, en el seno de las cuales se llevaron a efecto profundas y originales realizaciones intelectuales. Como prueba de ello basta con citar los nombres de Cayetano y Vitoria. Mas, a partir de dicho momento, no se dan ya en la Escolástica investigaciones sobre la *Lógica formal:* a lo sumo encontramos recapitulaciones de los resultados anteriores.

Surge, por el contrario, algo completamente nuevo, a saber, la denominada Lógica "clásica". Dentro de este amplio movimiento, desarrollado durante casi cuatrocientos años en centenares de libros, se pueden distinguir tres tendencias diferentes: (1) el Humanismo (incluidos los pensadores del s. XVII que, desde el punto de vista de la Lógica, enlazan con él), meramente negativo, una simple repulsa de la Escolástica; (2) la Lógica "clásica" en sentido estricto; (3) las nuevas tentativas para ampliar los límites de esta Lógica "clásica". L. Valla y Petrus Ramus, la *Logique du Port Royal,* y W. Hamilton pueden servir de representantes típicos de estas tres tendencias.

En las páginas que siguen se reproducen, primeramente, algunos pasajes para ilustrar la posición general de los autores de libros titulados de "Lógica" de aquel tiempo; y luego, varios que contienen las pocas aportaciones históricamente importantes a la problemática tanto escolástica como lógico-matemática.

A. El Humanismo

En él, el interés se centra más bien en la problemática retórica, psicológica y epistemológica que en la lógica. Los Humanistas y después de ellos muchos de los "clásicos" aún, rechazan expresamente todo formalismo. A su veneración realmente supersticiosa por todos los pensadores de la Antigüedad clásica, incluido también Aristóteles, debemos el que el Humanismo no haya desechado la Lógica del todo. Todo lo medieval, en cambio, se considera pura "barbarie" y como tal se

desecha, y sobre todo por el hecho de ser lógico-formal. He aquí algunos testimonios.

Escribe Valla:

36.01 Frente a muchos autores del arte dialéctica me suele asaltar la duda de si he de acusarles de ignorancia, de futilidad, de malicia o de todo ello (junto). Pues, cuando considero sus no pocos errores, con los que parecen haberse engañado tanto a sí mismos como a los demás, no puedo menos de atribuirlos o a negligencia o a la fragilidad humanas. Cuando observo, por otra parte, que todo lo que (nos) han legado en interminables libros se nos ha transmitido (ya) en unas cuantas reglas, ¿qué otro fundamento puedo suponer (en ellos) que vana arrogancia? Mientras se divierten en extender más y más los sarmientos de la cepa, han convertido la planta en brava. Y cuando veo —y esto es lo peor— los sofismas, falacias y contorsiones que usan y enseñan, no puedo menos de inflamarme (de indignación) contra ellos como (contra quienes) enseñan la piratería más bien que el arte de navegar, o [para expresarme con más suavidad] la táctica de la lucha en lugar de la guerra.

Y más adelante, a propósito de la tercera figura del silogismo:

36.02 ¡O charlatán Polifemo! ¡O familia peripatética, amiga de la garrulería! ¡O gentes locas!, ¿dónde habéis jamás oído argumentar así? Sí, ¿quién de vosotros se ha atrevido (él mismo) a argumentar así? ¿Quién aceptaría, quién soportaría, quién comprendería a uno que argumentase así?

Por estas "razones" no puede ser válida la tercera figura. En un estilo diferente, pero todavía más radical en el fondo, se expresa Descartes:

36.03 Prescindimos, excepto de ocho, de todas las prescripciones de los Dialécticos con las cuales creemos regirse la razón humana, prescribiendo ciertas formas de raciocinio *(disserendi)* que concluyen de una manera tan necesaria que la razón, fiada en ellas, puede deducir en fuerza de la forma algo seguro, aunque prescinda *(ferietur)* de la consideración atenta e ilustradora (del objeto).

Es evidente que con tal posición no se podía llegar a resultado alguno en Lógica. Entretanto adopta una posición curiosa, dentro del Humanismo, Petrus Ramus, quien, si bien quizá el más radical de los antiaristotélicos (al menos en su primer período), nos ofrece importantes consideraciones sobre la Lógica formal, formulando aquí y allá interesantes pensamientos. Los siguientes párrafos, sin embargo, nos dan una idea del nivel general de su Lógica:

36.04 Además, Teofrasto y Eudemo añadieron dos modos conexos *(connexi*, e. d., condicionales) más, en los cuales el antecedente, es nega-

tivo y el consecuente afirmativo. El tercer modo conexo toma, por consiguiente, el contradictorio del antecedente y concluye el contradictorio del consecuente, como, p. e.:

> Si los Troyanos partieron para Italia sin tu permiso,
> deben ser castigados;
> ahora bien, partieron con tu permiso;
> luego no deben ser castigados...

36.05 El cuarto modo conexo toma el consecuente y concluye el antecedente:

> Si no hubiese sucedido nada malo, estarían ya aquí;
> pero están ya aquí;
> luego nada malo ha sucedido.

36.06 Este modo es el más raro de todos; sin embargo, (es) natural y empleado, riguroso y correcto; y no deduce nunca una conclusión falsa de antecedentes verdaderos... [1].

Teofrasto no enseñó naturalmente tal modo; ambas proposiciones son, desde el punto de vista formal, incorrectas, siendo válidas sólo en casos particulares en fuerza de la materia. Compárense estas ideas con el tratamiento de la misma problemática por Estoicos (22.03 s.) y Escolásticos (§ 31).

B. Contenido de la Lógica clásica

La Lógica no permaneció mucho tiempo, desde luego, en una situación tan precaria: en el Humanismo mismo hubo ya pensadores —p. e., Melanchton— que, aunque no Lógicos creadores, fueron sin embargo, buenos conocedores de Aristóteles. Gracias a ellos se desarrolló durante el s. XVII en el círculo de la llamada Escolástica protestante, por un lado, y en los círculos cartesianos, por otro, una forma de la Lógica formal que designamos con el apelativo de "clásica" en sentido estricto. Su obra capital es quizá, la *Logique ou l'art de penser* de P. Nicole y A. Arnault. Vamos a exponer aquí el contenido de este manual como la mejor manera de efectuar un recuento de los problemas tratados por la Lógica "clásica".

El libro se divide en cuatro partes: sobre las ideas, sobre los juicios, sobre los argumentos y sobre el método. En la primera se exponen brevemente las categorías aristotélicas (cap. 3) y los predicables (cap. 7), a los que siguen algunas consideraciones semánticas ("*Des idées des choses et des idées des signes*", cap. 2)

---

[1] Es verdad, según una indicación del Prof. A. Church, que estos modos no aparecen en todas las ediciones de la citada obra. Es posible que el mismo Ramus haya caído en la cuenta de su error.

y sobre la extensión y la comprensión (cap. 6). El resto —once capítulos— está dedicado a consideraciones epistemológicas.

La segunda parte corresponde, aproximadamente, al contenido del *Hermeneia* aristotélico, más algunas consideraciones sobre la definición y la división (cap. 15-16).

En la tercera parte, siguiendo bastante fielmente a Pedro Hispano, tratan los autores la Silogística categórica en forma, por tanto, de reglas, pero empleando premisas singulares a la manera de Ockham (34.01 s.). Admiten cuatro figuras y, dentro de ellas, diecinueve modos (sin los subalternos). Sigue luego un capítulo sobre los silogismos compuestos, y después (cap. 12) una teoría sobre los *syllogismes conjonctifs* (los compuestos de los Estoicos), en la que usan fórmulas de la Lógica de los términos, como, p. e.:

36.07

Si existe Dios, se le ha de amar;
ahora bien, Dios existe;
luego se le ha de amar.

Luego siguen algunas consideraciones más sobre los lugares dialécticos.

Si comparamos con la Escolástica, lo que aquí se echa de menos son, ante todo, las doctrinas de la suposición, consecuencias, antinomias y la Lógica modal. Por consiguiente, el contenido en lo fundamental es el de las *Categorías, Hermeneia* y siete primeros capítulos del libro primero de los *Analíticos primeros*, con algunos elementos no aristotélicos, sino escolásticos, como las expresiones mnemotécnicas *Barbara, Celarent*, etc., y el método descriptivo en metalenguaje.

Muy superior y de contenido más rico es la *Logica Hamburgensis* de J. Jungius (1635), que no llegó, sin embargo, a imponerse. La *Logique ou l'art de penser*, llamada también *Logique du Port Royal*, se convirtió en el manual oficial, en las *Summulae* de la Lógica "clásica". Su contenido fue reproducido, en lo esencial, por todos los demás manuales.

C. El psicologismo

La Lógica "clásica" se caracteriza, aparte de su pobreza de contenido, por su psicologismo radical la mayoría de las veces. Vamos a citar como ejemplo a Jungius:

36.08 1. La Lógica es el arte que dirige las operaciones de nuestra mente (*mentis*) para distinguir lo verdadero de lo falso.

2. Tres son las operaciones de la mente: la noción (*notio*) o concepto (*conceptus*), la sentencia y la *dianoea* o discurso (*discursus*).

3. Noción es la primera operación de nuestra mente en la que expresamos una cosa como por medio de una imagen; dicho de otra forma, la noción es un simulacro (*simulacrum*) mediante el cual representamos la cosa en la mente...

5. La sentencia (*enuntiatio*) es la segunda operación de la mente, la cual está compuesta de nociones de tal forma que en ella resulta verdad o falsedad. P. e., son verdaderas estas sentencias: el sol luce, el hombre es bípedo, la encina es un árbol...

9. Es de advertir que la noción y la formación (*efformatio*) de la noción, la sentencia y la formación (*effectio*) de la sentencia, la argumentación y la formación (*constructio*) de la argumentación son la misma cosa.

Éste es, desde luego, un caso extremo. Mas, si se tiene en cuenta que el texto es de Jungius, uno de los mejores Lógicos del s. XVII, verdaderamente ha de quedar uno asombrado del nivel a que había decaído la comprensión de la Lógica. Todavía Boole habrá de mantener casi la misma concepción de la Lógica.

Pobre de contenido, desprovista de problemática profunda, repleta de una multitud de filosofemas no lógicos, y encima psicologista en el peor sentido de la palabra: he aquí cómo resumiríamos lo que habíamos de decir sobre la Lógica "clásica".

D. Leibniz

Formados en esta Lógica y sus prejuicios los filósofos modernos como Espinosa, los empiristas británicos, Wolff, Kant, Hegel, etc., no podían tener ningún interés por la Lógica formal. Comparados con los Lógicos del s. IV a. C., del XIII y del XX p. C. eran, por lo que a la Lógica respecta, sencillamente unos ignorantes: en su mayor parte no supieron más que lo que traía la *Logique du Port Royal.*

Sin embargo, hay una excepción entre ellos, Leibniz, que no sólo no fue un ignorante, sino justamente uno de los mayores Lógicos de todos los tiempos, lo cual es tanto más de admirar cuanto que sus conocimientos históricos eran relativamente limitados. Su posición en la Historia de la problemática lógica es única. Por un lado, su investigación representa un momento cumbre en la elaboración de uno de los apartados de la Silogística aristotélica, en la que introdujo numerosos elementos nuevos, o nuevamente desarrollados, como la compleción del método combinatorio, la elaboración precisa de diversos métodos de reducción, el método de sustitución, el llamado diagrama "euleriano", etc. Y por otro, es el fundador de la Lógica matemática.

El citar —y *nada más* que citar— a Leibniz en *esta* sección tiene su justificación en el hecho de que sus grandiosos resultados en la Lógica matemática, históricamente fueron inoperantes. En efecto, durante largo tiempo permanecieron sin publicar y fueron descubiertos sólo a fines del s. XIX, cuando los problemas por él tratados se habían planteado ya independientemente.

Sólo en un dominio parece haber ejercido un influjo decisivo, en el desarrollo de la idea de Lógica matemática. En la sección siguiente se aducen oportunamente los pasajes en cuestión. Aquí nos vamos a limitar a exponer algunas de sus aportaciones a la Silogística y mostrar algunos de sus diagramas.

E. Comprensión y extensión

Los conceptos de comprensión y extensión son muy antiguos: en la *Isagogé* de Porfirio (v. pág. 146, n. 125), p. e., se presuponen ya; la Escolástica posee en su teoría de la suposición simple (27.15 ss.) y personal (27.21 ss.) una réplica de lo mismo con una terminología plenamente elaborada. Pero las *expresiones* "comprensión" *(compréhension)* y "extensión" *(étendue)* se encuentran por primera vez en la *Logique du Port Royal*. Los conceptos mismos aparecen en Leibniz muy claros, pero sin una terminología definida.

Vamos a citar en primer lugar un extracto de su disertación *De formae logicae comprobatione per linearum ductus:*

36.09 Hasta ahora hemos valorado la cantidad de los términos por los individuos. Y si se decía "Todo hombre es animal" se entendía que todos los individuos humanos eran parte de los individuos comprendidos bajo "animal". Pero respecto de *(secundum)* las ideas el proceso de valoración es justamente al contrario, pues, mientras los hombres son una parte de los animales, la noción de animal es, por el contrario, una parte del concepto que conviene a hombre, ya que el hombre es un animal racional.

Leibniz, por tanto, tenía no sólo un concepto bastante afinado de comprensión y extensión, sino también de sus relaciones mutuas. Pasemos ahora a la *Logique du Port Royal:*

36.10 Pues bien, en estas ideas universales hay dos cosas cuya distinción es muy importante: *la comprensión y la extensión.* ...

Llamo *comprensión* de un concepto a los atributos que en sí incluye y de los que no se le puede privar sin aniquilarlo; así, la comprensión del concepto de triángulo incluye extensión, figura, tres líneas, tres ángulos, la igualdad de estos tres ángulos con dos rectos, etc.

Llamo *extensión* de un concepto a los sujetos a los que conviene este concepto, que se denominan también subordinados *(inférieurs)* de un término universal, denominado superior *(supérieur)* a ellos; así, el concepto de triángulo se extiende, en general, a todas las distintas especies de triángulo.

F. La cuarta figura y los modos subalternos

Ya en su escrito juvenil *De arte combinatoria* reprodujo Leibniz —sin conocerla naturalmente— la idea de Albalag (32.15 ss.) de que existe una cuarta figura del silogismo asertórico[2], y presentó una prueba de ello. Posteriormente

---

[2] *De arte combinatoria,* 52.

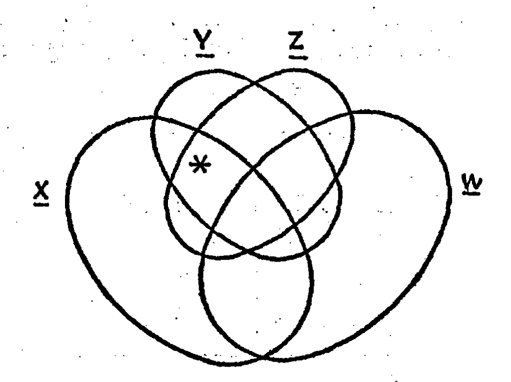
ofreció una tabla completa y correcta de los veinticuatro modos silogísticos, en la que valiéndose del primer procedimiento de reducción aristotélico (§ 14, D)— dedujo, de los de la primera, los modos de la segunda y tercera figura. Presentamos a continuación una tabla que reproduce la deducción de los modos de la segunda y tercera figuras en su texto original. En ella, "*regressus*" significa "contraposición".

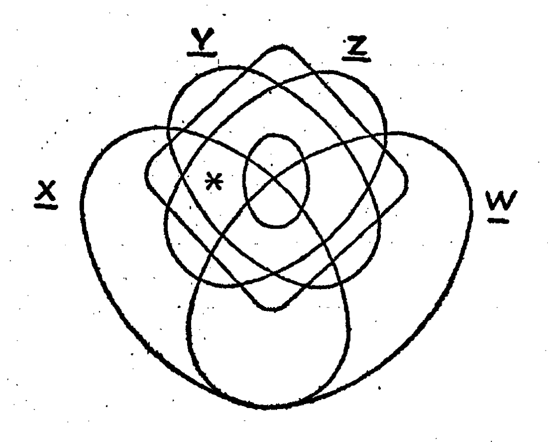
36.11

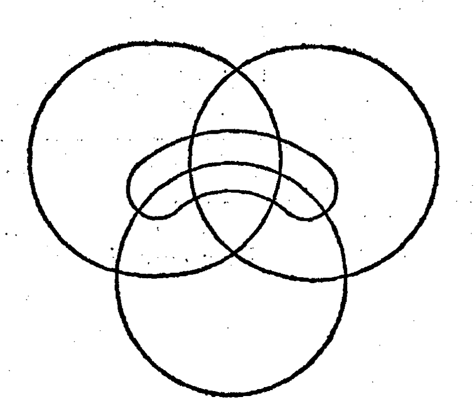
Barbara primae	*ACD*	*ABC*	*ABD*	*Barbara* primae	*ACD*	*ABC*	*ABD*
Regressus	*ACD*		*OBD*	Regr.		*ABC*	*OBD*
Ergo		*OBC*		Ergo	*OCD*		
Hinc *Baroco*				Hinc *Bocardo*			
secundae	*ACD*	*OBD*	*OBC*	tertiae	*OBD*	*ABC*	*OCD*
Celarent primae	*ECD*	*ABC*	*EBD*	*Celarent* primae	*ECD*	*ABC*	*EBD*
Regr.	*ECD*		*IBD*	Regr.		*ABC*	*IBD*
Ergo		*OBC*		Ergo	*ICD*		
Hinc *Festino*				Hinc *Disamis*			
secundae	*ECD*	*IBD*	*OBC*	tertiae	*IBD*	*ABC*	*ICD*
Darii primae	*ACD*	*IBC*	*IBD*	*Darii* primae	*ACD*	*IBC*	*IBD*
Regr.	*ACD*		*EBD*	Regr.		*IBC*	*EBD*
Ergo		*EBC*		Ergo	*OCD*		
Hinc *Camestres*				Hinc *Ferison*			
secundae	*ACD*	*EBD*	*EBC*	tertiae	*EBD*	*IBC*	*OCD*
Ferio primae	*ECD*	*IBC*	*OBD*	*Ferio* primae	*ECD*	*IBC*	*OBD*
Regr.	*ECD*		*ABD*	Regr.		*IBC*	*ABD*
Ergo		*EBC*		Ergo	*ICD*		
Hinc *Cesare*				Hinc *Datisi*			
secundae	*ECD*	*ABD*	*EBC*	tertiae	*ABD*	*IBC*	*ICD*
Barbari primae	*ACD*	*ABC*	*IBD*	*Barbari* primae	*ACD*	*ABC*	*IBD*
Regr.	*ACD*		*EBD*	Regr.		*ABC*	*EBD*
Ergo		*OBC*		Ergo	*OCD*		
Hinc *Camestros*				Hinc *Felapton*			
secundae	*ACD*	*EBD*	*OBC*	tertiae	*EBD*	*ABC*	*OCD*
Celaro primae	*ECD*	*ABC*	*OBD*	*Celaro* primae	*ECD*	*ABC*	*OBD*
Regr.	*ECD*		*ABD*	Regr.		*ABC*	*ABD*
Ergo		*OBC*		Ergo	*ICD*		
Hinc *Cesaro*				Hinc *Darapti*			
secundae	*ECD*	*ABD*	*OBC*	tertiae	*ABD*	*ABC*	*ICD*

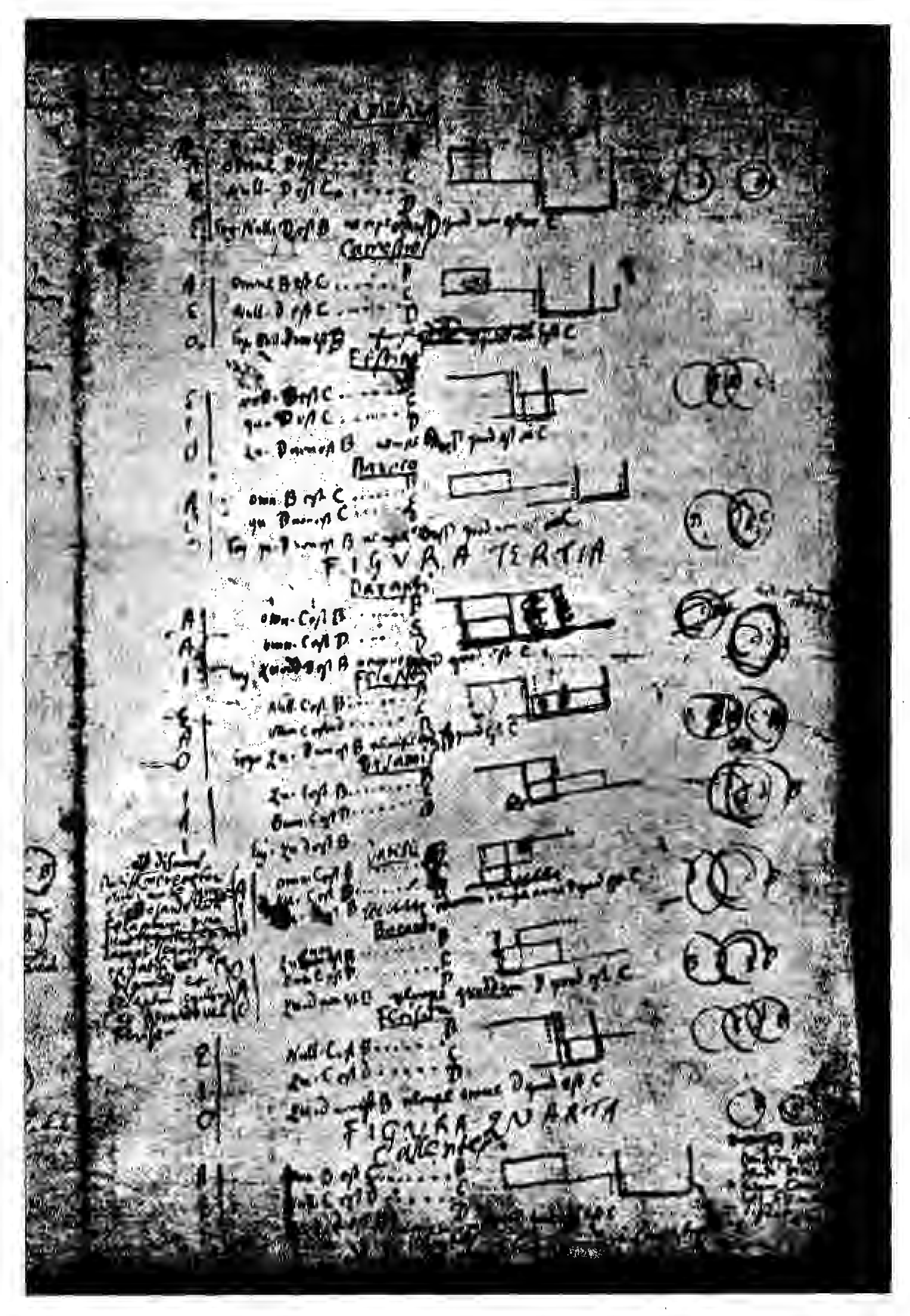
(V., además, 13.20 y *An. pr.* B. 1, 53 a 3-14.)

36.12









Apuntes de Leibniz para representaciones diagrammáticas de la Silogística (36.13).
(Véase pág. 275)

G. Representaciones diagrammáticas de la Silogística

La idea de representar los modos silogísticos mediante figuras geométricas fue familiar a los comentadores antiguos (v. 24.26). Hasta qué punto pervivió en la Escolástica es algo que está todavía sin investigar. El empleo por primera vez de círculos se atribuye corrientemente a L. Euler, por encontrarse en sus *Lettres à une princesse d'Allemagne* (1768). Mas el primero en bosquejar estas y otras representaciones diagrammáticas fue Leibniz, si bien es verdad que permanecieron inéditas hasta 1903. Aquí ofrecemos una página de su manuscrito en reproducción fototípica.[3]. Contiene dos tipos de diagrammas: unos constan de círculos, los otros de rectas (v. lámina).

Este tipo de representaciones fueron muy socorridas y desarrolladas a partir de Euler. La novedad más interesante la introdujo J. Venn en 1880. Consiste, en primer lugar, en que no usa círculos, sino elipses, y luego en que señala con un asterisco las partes de las elipses que representan clases no vacías. Investiga también las relaciones entre más de tres clases. Aquí presentamos tres de sus diagramas (p. 274).

H. Cuantificación del predicado

Mientras todo lo hasta aquí expuesto se mantiene dentro del marco de la tradición aristotélica, la doctrina de Bentham sobre la cuantificación del predicado —atribuida corrientemente a Hamilton— es directamente opuesta a las enseñanzas aristotélicas (12.02). Sin embargo, como por los textos mismos se puede ver, es un desarrollo de la doctrina escolástica de los *exponibilia*. Desde el punto de vista histórico, es importante por mostrar el tipo de problemas de que se ocupaban los Lógicos en tiempo de Boole, y aclarar con ello en parte la aparición del cálculo booleiano.

Ofrecemos en primer lugar el texto de Bentham (1827) y luego el de Hamilton (1860).

36.13 En el caso de que los dos términos de una sentencia *(proposition)* sean entidades colectivas *(collective entities)*, pueden tener lugar identidad y diversidad:

1. Entre *todo* individuo representado *(referred to)* por un término y *todo* individuo representado por el otro (término). Ejemplo: La identidad entre triángulos equiláteros e isósceles.

2. Entre *todo* individuo representado por un término y *una parte* sólo, *cualquiera que sea*, de los individuos representados por el otro. Ejemplo: La identidad entre hombres y animales.

3. Entre *una parte* sólo, *cualquiera que sea*, de los individuos representados por un (término) y *una parte* sólo, *cualquiera que sea*, de los

---

[3] Bibliot. Hannov. Fil. VII B IV 2 r: tomada de: Couturat, *Fragm.* 295 ss.

individuos representados por el otro término. Ejemplo: La identidad entre cuadrúpedos y animales acuáticos (*swimming animals*).

36.14 Las sentencias (*propositions*) simples desde el punto de vista de las relaciones anteriormente (aludidas), pueden ser, por tanto, afirmativas y negativas; y todo término puede ser universal o particular. Estas sentencias son, por tanto, reductibles a las ocho formas siguientes, en las cuales —para prescindir de toda idea que no se halle ligada a la sustancia de cualquier especie— he representado los dos términos por las letras *X* e *Y*, su identidad por el símbolo matemático =, (su) diversidad por el signo $\|$, (su) universalidad por la palabra *in toto*, (su) particularidad por la palabra *ex parte*; o, para mayor brevedad todavía, anteponiendo las letras *t* y *p* como signos de universalidad y particularidad. Estas formas son:

1. *X in toto* = *Y ex parte* o *t X* = *p Y*
2. *X in toto* $\|$ *Y ex parte* o *t X* $\|$ *p Y*
3. *X in toto* = *Y in toto* o *t X* = *t Y*
4. *X in toto* $\|$ *Y in toto* o *t X* $\|$ *t Y*
5. *X ex parte* = *Y ex parte* o *p X* = *p Y*
6. *X ex parte* $\|$ *Y ex parte* o *p X* $\|$ *p Y*
7. *X ex parte* = *Y in toto* o *p X* = *t Y*
8. *X ex parte* $\|$ *Y in toto* o *p X* $\|$ *t Y*

Hamilton escribe:

36.15 El segundo error fundamental de la Lógica consiste en no tener presente que en el pensamiento el predicado tiene siempre una cantidad, al igual que el sujeto, si bien esta cantidad con frecuencia no se expresa explícitamente como innecesaria en el uso corriente del lenguaje. En efecto, como el concepto determinante, e. d., el predicado, se concibe siempre al menos como adecuado o coextensivo con el sujeto o concepto determinado, raras veces resulta necesario expresarlo, y la lengua tiende siempre a eliminar lo que sin peligro (de mala inteligencia) se puede excluir. Mas esta necesidad ocurre en el momento en que el predicado por conversión (de la sentencia) se convierte en sujeto de la misma; y prescindir (entonces) de su mención explícita (*formal statement*) es degradar la Lógica de la ciencia de la necesidad del pensamiento a un inservible instrumento de la ambigüedad del lenguaje. Estoy seguro (*confident*) de que una consideración desapasionada del problema os convencerá de que este punto de vista es correcto.

1. Que el predicado tiene la misma extensión que el sujeto es fácil de mostrar. Tómese la sentencia (*proposition*) "*Todo animal es hombre*" o "*Todos los animales son hombres*". Somos conscientes de que esto es absurdo... Nos damos cuenta que es tan absurdo como si dijéramos "*Todo*

hombre es todo animal" o "*Todos los hombres son todos los animales*". Nos damos cuenta de que aquí el sujeto y el predicado no pueden hacerse coextensivos. Si queremos eliminar la absurdidez, tendremos que dar a ambos conceptos el mismo alcance, restringiendo el más amplio. Si decimos "*El hombre es animal*" [*Homo est animal*] pensamos, aunque no lo expresemos abiertamente, "*Todo hombre es animal*". ¿Y qué significamos aquí con *animal?* No pensamos *todo*, sino *algún (some) animal*. Y así podemos hacerlos indiferentemente sujeto o predicado... Podemos, (p. e.), decir "*Un animal es hombre*", e. d., *un* hombre o *todo* hombre; y viceversa, "*Hombre (uno o todo) es animal*", es decir, *un animal*...

2. Pero, de hecho, la lengua corriente cuantifica el predicado con tanta frecuencia que esta determinación resulta de muy poco interés. Esto lo hace bien directamente, añadiendo al predicado *todo (all)*, *uno (some)* o determinantes previos equivalentes; o consigue la misma meta indirectamente en forma exceptiva *(exceptive)* o limitativa *(limitative)*.

Luego reproduce Hamilton la teoría escolástica de los *exponibilia* (§ 34, C) tomándola de las obras de diversos Lógicos de los ss. XVII y XVIII.

QUINTA PARTE

LA FORMA MATEMÁTICA DE LA LÓGICA

I. PRINCIPIOS GENERALES

§ 37. INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA MATEMÁTICA

A. Características

El desarrollo de la forma matemática de la Lógica, no ha concluido todavía, existiendo hasta hoy discusiones sobre su contenido peculiar, e incluso hasta sobre su mismo nombre. Se la denomina "Lógica matemática", "Lógica simbólica", "Logística" (este nombre fue propuesto al mismo tiempo en 1901 por L. Couturat, Itelson y Lalande), y a veces simplemente "Lógica teorética". A parte de las discusiones filosóficas (en torno más o menos a la cuestión de si es distinta, y hasta qué punto lo es de las matemáticas), no existe tampoco unanimidad de pareceres sobre las características específicas que la diferencian de las demás formas de la Lógica.

Con todo, existe un tipo de escritos que pueden considerarse en general como "lógico-matemáticos" ("lógísticos", "lógico-simbólicos", etc...). Si los analizamos, advertimos que la forma de Lógica en ellos contenida, se diferencia de todas las demás por dos rasgos distintivos relacionados entre sí.

(1) En primer lugar, en esta forma de la Lógica se trata siempre de un *cálculo,* es decir, de un método formalístico, que consiste fundamentalmente en que las reglas de las operaciones se refieren a la *forma* de los signos y *no* a su *sentido,* exactamente igual que en matemáticas. Es verdad que el formalismo se ha empleado ya de vez en cuando en otras formas de la Lógica —sobre todo en la escolástica—; pero ahora se ha convertido en un principio universal del método lógico.

(2) Íntimamente relacionada con esto, viene una novedad profundamente revolucionaria. Todas las demás formas conocidas de la Lógica, se sirven de un método *abstractivo:* las proposiciones lógicas se obtienen del lenguaje natural mediante abstracción. Los Lógicos matemáticos proceden de forma inversa: *primero construyen* un sistema puramente formal, y sólo después le buscan una interpretación en el lenguaje ordinario. Es verdad que este procedimiento no aparece siempre en toda su pureza, e incluso no es imposible encontrarle ciertas correspondencias en otras formas de la Lógica. Pero en nuestro caso, este principio de construcción se ha sentado, al menos a partir de Boole, de una manera clara

y consciente, manteniéndose en vigor en todo el dominio de la Lógica matemática.

Estos son los rasgos característicos esenciales de la Lógica matemática, a los que hay que añadir dos más:

(3) Las leyes se formulan en lenguaje artificial, que consiste en símbolos semejantes a los matemáticos (en el sentido estricto de la palabra). La novedad está en que también las constantes se expresan por medio de signos artificiales: para las variables éstos se empleaban ya desde Aristóteles.

(4) Finalmente, se caracteriza la Lógica matemática hasta aproximadamente 1930, por formular sus proposiciones en lenguaje objeto, al contrario de la Escolástica, si bien de acuerdo en esto con la Lógica antigua. Que esto no le es esencial a la Lógica matemática, lo demuestran las novísimas orientaciones que han derivado cada vez más hacia formulaciones en metalenguaje. Con todo es característico del período que va hasta 1930, el empleo de lenguaje objeto.

Hemos de observar todavía, que de la Lógica matemática se puede decir lo mismo que hemos dicho en el apartado final sobre las características de la Lógica escolástica, a saber, que es extraordinariamente rica y formalizada. En lo que respecta a la riqueza de fórmulas, parece superar en conjunto a las restantes formas de la Lógica. Es además una Lógica formal pura. Se diferencia de la decadente Lógica "clásica" precisamente en que soslaya las cuestiones psicológicas, epistemológicas y metafísicas.

B. Cronología de los pensadores

En general se suele señalar a Leibniz como el primer Lógico matemático. De no considerársele fundador de la Lógica matemática sería, a lo sumo, por no haber sido publicados sus escritos lógicos hasta largo tiempo después de su muerte (la parte fundamental no lo fue hasta 1901 por L. Couturat). Tuvo ya, sin embargo, algunos continuadores entre los cuales hay que citar a los hermanos Bernoulli (1685)[1], G. Plouquet (1763, 1766), J. H. Lambert (1765, 1782), G. J. von Holland (1764), G. F. Castillon (1803) y J. D. Gergonne (1816/17). Pero en realidad no llegó a formarse una escuela.

El fundador de una escuela, y punto de partida del ininterrumpido desarrollo de la Lógica matemática, es George Boole, cuyo primer escrito, innovador y revolucionario, *The mathematical Analysis of Logic*, apareció en 1847. El mismo año publicó Augustus De Morgan su *Formal Logic*. Las ideas de Boole han sido desarrolladas en diversas direcciones por R. L. Ellis (1863), W. S. Jevons (1864), R. Grassmann (1872), J. Venn (1880, 1881), Hugh McColl (1877/78), y sobre todo, finalmente por E. Schröder (1877, 1891-1895).

Contemporáneos de los últimos autores citados, son los trabajos de una nueva escuela de Lógicos matemáticos, cuyos principales representantes son C. S. Peirce (1867, 1870), Gottlob Frege (1879) y G. Peano (1888). De estos tres importantes pensadores, sólo Peano ha fundado una escuela más numerosa; Peirce y Frege

[1] Los números entre paréntesis indican el año de aparición de sus obras más importantes.

pasaron prácticamente desapercibidos. El haber descubierto el pensamiento de Frege, es un mérito de B. Russell (1903), que junto con A. N. Whitehead, lo ha elaborado en la gran obra *Principia Mathematica* (1910-1913) —en ella usa el simbolismo de Peano—, combinándolo con sus propios descubrimientos.

Ya antes de la aparición de los *Principia*, habían entrado en actividad D. Hilbert (1904) y L. E. J. Brouwer (1907, 1908). El primer trabajo de J. Łukasiewicz fue publicado en 1910, y el primero de St. Leśniewski en 1911. Les siguen A. Tarski (1921), R. Carnap (1927), A. Heyting (1929) y K. Gödel (1930).

No es ésta más que una pequeña selección entre el elevado número de Lógicos matemáticos, que no puede incluir un juicio valorativo en lo que refiere a la época novísima.

C. Frege

Ocupa un lugar destacado entre todos estos Lógicos, Gottlob Frege. Su *Begriffsschrift* no puede compararse más que con *una* gran obra en toda la Historia de la Lógica: los *Analíticos primeros* de Aristóteles. Si bien es verdad que no puede equipararse en toda la línea a la obra aristotélica, aunque no sea más que por haber sido Aristóteles el fundador de la Lógica: a Frege no le era posible, por consiguiente, sino desarrollarla. Sin embargo, existe una gran semejanza entre las dos obras geniales. Tanto el *Begriffsschrift* como los *Analíticos primeros* contienen una larga serie de puntos de vista totalmente nuevos: Frege, p. e., fue el primero en formular con precisión la diferencia entre variable y constante, lo mismo que el concepto de función lógica, la idea de una función pluriargumental, y el concepto de cuantificador; a él se debe una concepción mucho más exacta de la teoría aristotélica de sistema axiomático, al igual que una clara distinción entre ley y regla, lenguaje y metalenguaje (sin emplear, claro está, estos términos); él es el autor de la teoría de la descripción, y si bien no el inventor del concepto de valor, sí el primero en elaborarlo sistemáticamente. Y está lejos de ser esto todo.

Todos estos nuevos conceptos y puntos de vista, están a la vez expuestos, lo mismo que en Aristóteles, en forma ejemplar por su sistematización y claridad. En el *Begriffsschrift* tenemos ya un sistema en el que, partiendo de unos pocos axiomas, se deducen "sin solución de continuidad" *(lückenlos)*, como dice el mismo Frege, por primera vez en la Historia, una larga serie de teoremas lógico-matemáticos. Otros varios Lógicos han expuesto a la vez, o incluso antes que él, conceptos y teorías semejantes, pero ninguno logró suscitar de un golpe y en forma tan perfecta, tal cantidad de innovaciones, con frecuencia completamente revolucionarias.

Es un hecho curioso cómo hubieron de pasar veinte años hasta que se fijó la atención en este pensador, y otros veinte más hasta que se reconoció la perfecta precisión de su método, por obra de Łukasiewicz. Desde este punto de vista, todo lo publicado en Lógica matemática de 1879 a 1921, se halla por debajo del nivel alcanzado por Frege, e incluso son raras hasta nuestros mismos días, las obras que lo alcanzan. La suerte corrida por la obra de Frege, se debió en parte a su simbolismo. No es, desde luego, que resulte especialmente difícil de leer, como el lector mismo podrá comprobar por los extractos que más ade-

lante reproducimos; pero es, realmente, demasiado original, choca excesivamente con los usos milenarios de la humanidad para ser aceptada.

Lo que acabamos de decir no significa que sea Frege el único gran Lógico del período que vamos a tratar. Hay que reconocer la importancia de las intuiciones fundamentales de Boole, y de muchos descubrimientos de Peirce y Peano, por no citar más que estos tres nombres. La circunstancia de haberse dado un Peirce y un Peano junto a Frege, nos impide tratar a este último como lo hemos hecho con Aristóteles. No obstante es Frege, sin ningún género de duda, el más importante de todos los pensadores de la Lógica matemática.

D. Períodos

La Historia de la Lógica matemática puede dividirse en cuatro períodos.

1. *Prehistoria:* De Leibniz a 1847. En este período surgió la idea de Lógica matemática, y se formularon numerosos conceptos particulares, sobre todo por Leibniz. Por este tiempo no existía aún una escuela de Lógica matemática, ni se puede hablar todavía de un desarrollo progresivo de la misma. Se trata, más bien, de intentos aislados, que por lo demás pasan desapercibidos.

2. *El período de Boole,* que va del *Analysis* de dicho autor, a las *Vorlesungen* (vol. I, 1895) de Schröder. Durante este período tiene lugar un desarrollo progresivo de la primera forma de la Lógica matemática, que se diferencia de la posterior, sobre todo, en que sus representantes no hacen objeto de la investigación los métodos de las matemáticas, sino que los aplican sencillamente a la Lógica.

3. *El período de Frege,* que va de su *Begriffsschrift* (1879) a los *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell (1910-1913). Durante este período, Peirce y Peano, al mismo tiempo que Frege, propusieron una nueva meta en Lógica matemática: la fundamentación de las matemáticas. En él se desarrollan una serie de importantes conceptos y métodos lógicos. El período alcanza su culminación con los *Principia,* conclusión, por una parte, de la evolución anterior, y punto de partida, por otra, de la posterior. La fecundidad de esta última se debe principalmente al detallado tratamiento y solución del problema de las antinomias, que ya desde el s. XIX se había convertido en una cuestión candente.

4. *El período contemporáneo,* que parte de los *Principia* y se encuentra todavía sin concluir. Este período podría, a su vez, subdividirse en dos secciones: la primera va aproximadamente de 1910 a 1930, y se caracteriza por la aparición de la Metalógica (finitista en Hilbert, y no finitista en Löwenheim y Skolem); la segunda, a partir aproximadamente de 1930, ofrece una sistematización formalista de la Metalógica, es decir, de la Metodología (Tarski), de la Sintaxis (Carnap), lo mismo que sistemas en los que se compendian Lógica y Metalógica (Gödel, Semántica de Tarski). A él pertenecen también las Lógicas "naturales" de Gentzen y Jaśkowski (1934).

Se puede decir, por lo tanto, que lo que caracteriza en general al período que arranca de 1910, es el avance de la Metalógica. Aparecen además, durante el mismo, varios sistemas lógicos nuevos (construidos en lenguaje-objeto): el de Lewis (1918), las Lógicas polivalentes de Post y Łukasiewicz (1920-1921) y la

Lógica intuicionista de Heytings (1930). Citemos finalmente también, los sistemas profundamente originales de Lógica combinatoria de Schönfinkel (1924), Curry (1930), Kleene (1934), Rosser (1935) y Church (1936-1941).

Este cuarto período no será tratado aquí más que superficialmente, en algunos de sus problemas.

Para ilustrar las relaciones cronológicas entre los Lógicos más importantes citados, ofrecemos a continuación un cuadro sinóptico de conjunto. Dos tipos de consideraciones se pueden establecer al efecto: 1. La sucesión cronológica no implica todavía nada sobre el influjo real, que se discutirá más detalladamente en los diversos capítulos particulares. 2. La evolución procedió tan rápidamente, sobre todo a partir de 1870, que las fechas de nacimiento y muerte de poco servirán a nuestro propósito; por ello hemos dado también en este caso el año de aparición de las primeras obras lógicas más importantes.

G. W. v. Leibniz

A. De Morgan 1847

G. Boole 1847
R. C. Ellis 1863
W. S. Jevons 1864

C. S. Peirce 1867-1870

R. Grassmann 1872
H. McColl 1877/78
E. Schröder 1877

G. Frege 1879
G. Peano 1888

D. Hilbert 1904
L. Brouwer 1907/08

B. Russell 1903
Principia 1910-1913

J. Łukasiewicz 1910
St. Leśniewski 1911
A. Tarski 1921
R. Carnap 1927
A. Heyting 1929
K. Gödel 1930

E. Estado de la investigación

La Lógica matemática es la forma mejor conocida de la Lógica formal, en primer lugar porque varias de sus obras fundamentales, en especial los *Principia*, lejos de pertenecer a la Historia, se hallan en la actualidad todavía en uso entre los Lógicos; pero además porque se han dedicado ya a este período una serie de estudios históricos. De entre ellos hemos de citar, en primer lugar, la obra de B. Jourdain [2], y luego los apartados dedicados a historia en las obras de C. I. Le-

[2] *The development of the theories of mathematical logic and the principles of mathematics.*

wis[3] y J. Jørgensen[4]. Extraordinariamente rica en datos históricos es también la obra de H. Hermes y H. Scholz[5].

Desde 1936 existen instrumentos de valor único para la investigación: una bibliografía de la Lógica matemática desde Leibniz hasta 1935, y el *Journal of Symbolic Logic*, que registra al detalle la bibliografía en curso. Ambas, que están conceptuadas entre las mejores realizaciones en el campo bibliográfico, hay que agradecérselas a A. Church, que se cuida de ellas con una puntualidad y constancia ejemplares. Entre otras contribuciones a la historia de este período hemos de citar los numerosos trabajos de R. Feys.

Mas no todo lo referente a este período es todavía conocido. Para Leibniz poseemos una extensa y seria monografía debida a L. Couturat, que necesita, con todo, completarse en algunos puntos con las nuevas investigaciones sistemáticas e históricas. Existen además toda una serie de trabajos sobre la Lógica de Leibniz. También Boole ha sido estudiado en los últimos años con relativo detenimiento. Falta, por el contrario, todavía un estudio monográfico de los sucesores de Leibniz, una monografía sobre Peirce, y sobre todo, un detenido estudio sobre la Lógica de Frege, por no hablar de otros Lógicos menos importantes.

F. MÉTODO

Por las razones expuestas en la introducción, hemos tratado de presentar aquí la problemática fundamental de la Lógica matemática en textos a poder ser con muy pocos símbolos artificiales, o sin ellos. Esto es posible en general, pero no siempre ni en todos los casos; en concreto, ha sido necesario valerse del simbolismo original en la exposición, al menos de los métodos fundamentales —el caso, p. e., de Frege y los *Principia*—: sin lo cual resultarían ininteligibles. Hemos reproducido también simbólicamente, los más importantes teoremas de los diversos campos, para hacer posible la comparación con los análogos de otras formas de la Lógica.

Especial dificultad supuso decidir el límite cronológico de nuestra exposición, por imbricarse mutuamente los diversos períodos particulares de la Lógica matemática, no siendo posible en consecuencia, encontrar una frontera precisa entre ellos. Al final nos hemos decidido por concluir la exposición con los *Principia*, añadiendo someramente en un párrafo final algunos problemas posteriores que, o bien se hallan en estrecha relación con los tratados antes de 1910, o bien tienen un interés especial. Dicho párrafo (§ 49) debe considerarse por tanto, como un apéndice.

Sólo con una doble condición, le será posible al lector la inteligencia de los fragmentos que siguen: en primer lugar, si posee una idea adecuada de los conceptos fundamentales de la Lógica matemática *contemporánea* (v. § 5, B); luego, si se pone en disposición, para este período quizá todavía más que para los otros, de prescindir de la Filosofía (Ontología, Teoría del conocimiento, Psicolo-

---

3 *A survey of symbolic Logic.*

4 *A treatise of formal logic.*

5 *Die mathematische Logik und die Metaphysik.*

gía, etc...), de los diversos Lógicos: en ningún otro período, en efecto, ha sido construida la Lógica formal por pensadores que hasta tal punto hayan representado posiciones filosóficas enfrentadas, como en éste. No hay más que pensar en el platonismo declarado de Frege y en el nominalismo, e incluso psicologismo de Boole. Y sin embargo, todos ellos han desarrollado, en lo fundamental, una misma Lógica formal.

Esto no significa, desde luego, que los puntos de vista filosóficos personales de cada Lógico, hayan dejado de influir en la forma de sus sistemas. Este influjo sin embargo, ha sido mucho menor de lo que un inexperto pudiera a primera vista suponer. El hecho de que los sistemas parezcan tan distintos, se debe ante todo a que tanto la meta propuesta (compárese de nuevo a Boole con Frege, o a Peano con Łukasiewicz) como el grado de exactitud es aquí, más que en las restantes formas de la Lógica, muy diverso.

§ 38. EL MÉTODO DE LA LÓGICA MATEMÁTICA

La Lógica matemática parece levantarse sobre dos ideas metodológicas esencialmente diferentes. Por una parte, es una Lógica que se sirve del *cálculo*. Éste se ha desarrollado en conexión con las matemáticas que en un principio constituyeron precisamente el ideal de la Lógica. Se caracteriza, por otra parte, la Lógica matemática, por la idea de la *demostración exacta*. En este sentido, no sólo no es una imitación de las matemáticas ni le sirven éstas de modelo, sino que por el contrario, a la Lógica compete investigar los fundamentos y demostraciones de las matemáticas con métodos más precisos de lo que era habitual hasta ahora en los matemáticos "puros", y ofrecer a esta ciencia el ideal de la demostración rigurosa.

Bajo los dos aspectos está justificado el nombre de "Lógica matemática", si bien por razones opuestas: primero, porque la nueva Lógica es un resultado de las matemáticas; luego, porque pretende fundamentarlas. Sería, sin embargo, un error concluir de lo dicho que los Lógicos matemáticos en definitiva se limitan a la consideración de las cantidades: por el contrario, desde un principio afirman que lo que pretenden es construir una Lógica general.

En lo que sigue vamos a ilustrar ambos aspectos del concepto de Lógica matemática con una serie de textos que reflejan su desarrollo.

A. EL CÁLCULO LÓGICO

1. *Raimundo Lulio*

La idea de un procedimiento mecánico que facilitase la deducción, se encuentra ya en la combinatoria de los Comentadores antiguos, de los árabes y de los Escolásticos. Más arriba (32.23) lo hemos ilustrado con un ejemplo, que sin embargo, no era más que un método para determinar los modos correctos del silogismo. El primero en abrigar la pretensión de un procedimiento mecánico

general, es Raimundo Lulio (1235-1315). De la obra de este hombre curioso y notable, se desprende claramente que creía haber encontrado un método que permitía, entre otras cosas, sacar toda clase de conclusiones, mediante un sistema de hojas o anillos circulares dispuestos concéntricamente, de diverso tamaño y recíprocamente graduables, con letras en sus bordes. Desgraciadamente en ninguna parte de la obra de Lulio se expone con claridad la idea fundamental de este procedimiento. Vamos a citar, con todo, unos cuantos lugares al menos, de su *Ars Magna*, por ser la teoría de Lulio no sólo una de las mayores curiosidades de la Historia de la Lógica, sino porque además ha influido sobre Leibniz.

38.01 La razón exige y reclama que exista una ciencia universal de todas las ciencias, y con principios universales en los que se hallen implícitos y contenidos como lo particular en lo universal, los de las otras ciencias más particulares...

38.02 Este arte se divide en trece partes, a saber, alfabeto, figuras, definiciones, reglas, tabla... (etc.).

El alfabeto de este arte es el siguiente:

B significa bien, diferencia, sí, Dios, justicia y codicia.

C significa cantidad, conformidad, que, ángel, prudencia y garganta.

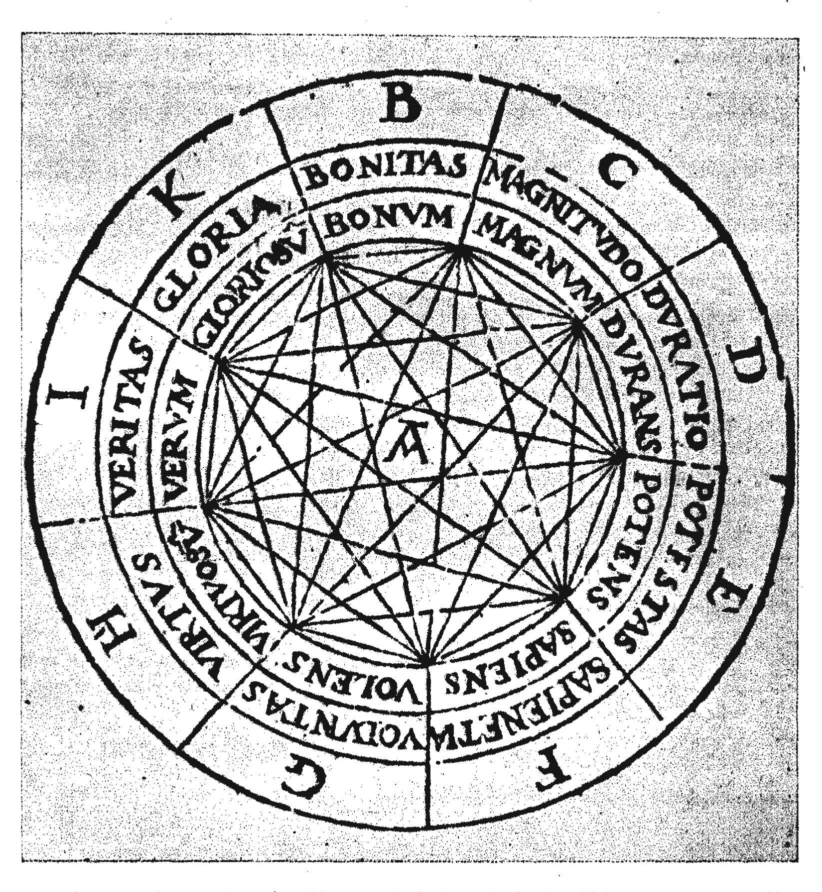
La ulterior enumeración de este "alfabeto" vamos a ahorrársela al lector. Vamos a reproducir, en cambio, la "primera figura" y una parte del comentario a la misma. En la página anterior ofrecemos la lámina con la misma.

38.03 Hay cuatro figuras como aparece en esta página. La primera figura se representa con *A* y se halla dividida circularmente en nueve compartimentos (*cameras*). En el primer compartimento está la *B*, en el segundo la *C*, y así sucesivamente. Y se califica de circular, porque el sujeto se transforma en el predicado y al revés, como cuando se dice: bondad grande, grandeza buena, grandeza eterna, eternidad grande; Dios el bueno, el buen Dios, y correspondientemente con los restantes (términos). Mediante rotaciones de esta especie, el experto (*artista*) podrá conocer lo que se convierte y lo que no, como "Dios es bueno" y otras semejantes, que pueden convertirse. Dios y ángel, en cambio, no pueden convertirse, ni bien y ángel. ni su bondad y (su) grandeza, y así sucesivamente para los demás términos.

Ni este texto ni sus consecuencias son, en realidad, claras. Además es poco lo que tiene que ver todo esto con una Lógica auténtica. Pero la simple idea de un procedimiento mecánico fascinó ya bajo esta forma a muchos hombres en los siglos XVI y XVII.

2. *Hobbes*

Tres siglos más tarde (1655) nos encontramos en Tomás de Hobbes con la idea luliana expuesta en forma extremosa, si bien es verdad que sin el propósito



La «Primera figura» del «Ars Magna» de Raimundo Lulio (38.03). (Véase pág. 288)

de realizarla: Hobbes, como la mayoría de los filósofos modernos, no fue tampoco Lógico.

38.04 Yo, en cambio, entiendo por conclusión el cálculo. Calcular, empero, es reunir *(colligere) la suma de diversas cosas añadidas unas a otras, o determinar (cognoscere) la diferencia, una vez sustraída una cosa de otra.* Concluir es, por consiguiente, lo mismo que *sumar* y *sustraer*, (e) incluso si alguien añadiese a esto *multiplicar* y *dividir*, yo no lo rechazaría, pues la *multiplicación* es lo mismo que la *adición* de (una cantidad) igual, (y) la *división* (lo mismo) que la sustracción de (una cantidad) igual, todas las veces posibles. Con lo cual toda conclusión está comprendida en estas dos operaciones del alma: la *adición* y la *sustracción*.

Esto es más un arranque de diletantismo que una teoría lógico-matemática; no puede concebirse una deducción de esta forma, ni Hobbes mismo lo ha intentado jamás. A esto hay que añadir el verbalismo extremo de Hobbes, según el cual la deducción no es más que una simple acumulación de palabras. Con todo, el texto es no sólo históricamente importante por haber ejercido un cierto influjo sobre Leibniz, sino además característico del matematicismo que había de dominar ampliamente la nueva forma de la Lógica, hasta Jevons. Matematicismo que quizá en ningún Lógico ha sido tan pernicioso como en Hobbes.

3. *Leibniz*

Leibniz ha leído a Lulio[6], y cita también a Hobbes[7]. Sin embargo, tiene mucho más que ofrecernos que ambos. En Leibniz, lo mismo que en Lulio, se trata de una fundamentación universal de todas las ciencias, y al igual que Lulio piensa también él, sobre la base de su filosofía, en un método combinatorio puro. Mas éste ha de adoptar, exactamente igual que en matemáticas, la forma de cálculo; la Lógica se ha de concebir como una Matemática generalizada. Los textos más característicos de Leibniz sobre este punto, son los siguientes:

38.05 Cuando me entregué diligentemente a este estudio, caí inesperadamente en esta notable idea, que podía excogitarse un alfabeto del pensamiento humano, y mediante la combinación de las letras de este alfabeto y el análisis de las palabras resultantes de ellas, se podría descubrir *(inveniri)* y discernir *(diiudicari)* todo.

38.06 El verdadero método debe proporcionarnos un *filum Ariadnes*, e. d., un cierto instrumento perceptible por los sentidos y tosco, que guíe el espíritu como las líneas en geometría y las formas de las operaciones que se proponen como modelo a los que tienen que aprender

[6] *Cartas al duque Johann Friedrich*, 58 (V. tb.: Couturat, *La logique*, 83, n. 1) y a *Remond*, 619 s. (V. tb.: Couturat, *La logique*, 39 n. 2).

[7] *De arte combinatoria*, 64.

aritmética. Sin él, nuestro espíritu no podría recorrer camino alguno sin errar.

38.07 Para descubrir y demostrar las verdades es necesario el análisis de las ideas... que corresponde al análisis de los caracteres (escritos)... Podemos, por tanto, hacer perceptible por los sentidos el análisis de las ideas, y dirigirlo mecánicamente como con un cable; pues el análisis de los caracteres es algo perceptible por los sentidos.

38.08 Una *característica* de la *razón* en virtud de la cual, las verdades, al igual que en aritmética y en álgebra se pueden alcanzar por la razón en cualquier otro dominio —con tal que esté sometido a consecuencialidad— mediante un cierto procedimiento de cálculo.

38.09 Según esto, cuando surja una controversia, no habrá ya necesidad de discusión entre dos filósofos, más de lo que la hay entre dos calculadores. Bastará, en efecto, con tomar la pluma en la mano, sentarse a la mesa *(ad abacos)* y (a la invitación de un amigo, si se quiere) decirse el uno al otro: ¡Calculemos!

38.10 Los lenguajes ordinarios, si bien la mayoría de las veces resultan de utilidad a la mente en su discurso, están sometidos a innumerables ambigüedades y no pueden alcanzar los resultados del cálculo, (que consistirían) en poder descubrir los errores de la deducción (debidos) a la forma y estructura de las palabras, tales como solecismos y barbarismos. Esta admirable ventaja la presentan hasta ahora únicamente los símbolos *(notae)* de los aritméticos y algebristas para quienes la deducción no consiste más que en el empleo de caracteres, siendo lo mismo error de la mente que error del cálculo.

38.11 Mas parece que el álgebra y la *Mathesis universalis* no se deben confundir una con otra. En realidad si la *Mathesis* tratara sólo de la cantidad, o de la igualdad y desigualdad, de la razón y proporción matemáticas, entonces nada impediría considerar el álgebra (que trata de la cantidad en general) como su parte general. Mas de la *Mathesis* parece depender todo lo que se halla sometido a la fantasía en cuanto se concibe con precisión, y en consecuencia a ella le corresponde tratar no sólo de la cantidad, sino también de la disposición *(dispositio)* de las cosas. Por consiguiente la *Mathesis universalis* tiene, si no me equivoco, dos partes: el *Ars combinatoria* relativa a la diversidad de cosas y sus formas o cualidades en general, en cuanto son objeto de deducción exacta, y a la igualdad y la desigualdad; y la *Logística* o *álgebra relativa* a la cantidad en general.

Se trata aquí de *dos* ideas distintas, si bien conexas: la de un "alfabeto del pensamiento" y la de la *Mathesis universalis*. La primera consiste en asignar a cada idea un signo y obtener luego la solución de todos los problemas mediante la combinación de estos signos. Esto guarda estrecha relación con la filosofía de

Leibniz, a saber, con su teoría acerca del carácter rigurosamente analítico de todas las sentencias necesarias y de la deducción como combinación de elementos. Este en sí discutible punto de vista filosófico, en Leibniz, resultó provechoso para la Lógica en cuanto la condujo a la idea de un lenguaje artificial [8], que en contraste con los lenguajes ordinarios estuviese libre de ambigüedades. Con ello se convierte Leibniz en el fundador de la Lógica *simbólica* en cuanto tal, e. d., del uso de símbolos artificiales en la Lógica incluso para las constantes lógicas (no sólo para las variables, como era en todas las formas anteriores de la Lógica).

La otra idea es la de la *Mathesis universalis* (38.10), e. d., el empleo del cálculo para todas las deducciones, no sólo para las matemáticas en el sentido estricto de la palabra. Leibniz no propugna aquí un matematicismo en el sentido de Hobbes: la *Mathesis universalis* se halla delimitada con precisión del resto del álgebra (es curioso que aquí se la denomina "Logística") y contrapuesta a ella [9]. Y no hay más que aplicar el método a esta Lógica, que no es ya la "adición y sustracción" como en Hobbes, sino simplemente la operación formal con símbolos. La idea de una Lógica estrictamente formal, de la construcción de sistemas sin sentido, interpretables sólo ulteriormente, como es el caso de Boole, no ha hecho todavía su aparición: el cálculo ha de ser un *filum Ariadnes*, un auxiliar del espíritu. El procedimiento es, por tanto, en el fondo, el mismo que el de la tradición lógica precedente: de proposiciones con sentido, se abstraen leyes formales. Sin embargo, es aquí donde, por primera vez, que sepamos, se expone de una manera clara el principio del procedimiento formal. Con ello se convierte Leibniz en el fundador de la Lógica *matemática*.

4. *Lambert*

En Lambert (1728-1777) encontramos, hasta cierto punto, un desarrollo ulterior de las ideas de Leibniz:

38.12 Veamos, por tanto, de qué manera se puede abstraer, partiendo del cálculo aritmético y algebraico, la idea más universal del cálculo. En primer lugar, se ha de prescindir de la idea de *cantidad*, por ser de naturaleza muy especial. Póngase en su lugar *cualidades, afecciones, cosas, verdades, ideas, o finalmente todas las formas que se pueden plantear, calcular, combinar, dividir y transformar siempre en otras.* Todas y cada una de estas substituciones en particular, se pueden realizar de acuerdo con la naturaleza del objeto, pues cada una de estas operaciones y transformaciones es, a su vez, con las correspondientes diferencias, aplicable a las cantidades.

Luego, las ideas de *igualdad, ecuación, ratio matemática, relación, proporción, progresión,* etc., que aparecen en el cálculo aritmético, se han de substituir por otras más universales. Así, en lugar de *igualdad*, procederá poner *identidad;* en lugar de *ecuación, identificación,* tomando esta

[8] Tratado sin título, elaboración previa de la *Caracterización universal* (II).

[9] *De ortu, progressu et natura algebrae, nonnullisque aliorum et propriis circa eam inventis.*

expresión en sentido activo; en lugar de *proporción, analogía*. Y si se mantienen las expresiones *relación* (y) *progresión*, su sentido, como el mismo uso del lenguaje lo sugiere, se ha de ampliar hasta poderse concebir (como) relaciones o progresiones entre *objetos, cualidades, afecciones, ideas* o *verdades* a las que hay que aplicar el cálculo. Y es muy de notar cómo *estas relaciones contribuyen considerablemente a determinar la forma del cálculo y cómo es, sobre todo, en ellas donde se apoyan todas aquellas operaciones que admite el objeto mismo del cálculo.*

5. *Gergonne*

Mucho más cerca se halla Gergonne (1816-17) del concepto de formalismo:

38.13 Se repite continuamente que no pueden proponerse juicios más que sobre objetos de los que se tiene una idea completamente clara; y sin embargo, nada más falso con frecuencia (que esto). Pues los juicios se proponen con palabras, exactamente igual que en álgebra se calcula con letras; y así como se puede efectuar con exactitud un cálculo algebraico sin tener la más ligera idea de la significación de los símbolos con los que se opera, de igual forma se puede entender también un raciocinio, sin conocer para nada la significación de los términos, o caso de conocerla, sin pensar en absoluto en ella... Es claro, p. e., que no es necesario en modo alguno conocer la naturaleza de los términos de una sentencia para efectuar su conversión o formar sus subalternas, caso de que esto sea posible. Es imprescindible, sin duda alguna, conocer bien las ideas sobre las que va a formarse directamente el juicio; pero esto no es necesario en modo alguno, para concluir un juicio sobre otros varios, que, por lo demás, se sabe son correctos.

El texto no es, desde luego, del todo claro: Gergonne parece confundir el uso (aristotélico) de variables con el formalismo. Con todo, se ve ya cómo la idea de formalismo se va perfilando con claridad.

Gergonne ha formulado además un pensamiento que no carece de importancia para el simbolismo lógico-matemático:

38.14 No hay ninguna lengua conocida en la que una sentencia exprese con exactitud y en forma exclusiva su contenido, en cualquiera de nuestras cinco relaciones en que se encuentren los dos términos de que consta; tal lengua tendría cinco especies de sentencias, y su dialéctica sería totalmente distinta de la de nuestras lenguas.

Se refiere aquí a cinco relaciones entre la extensión de los dos términos (o clases), de las que se habla más adelante [10] (40.12).

---

[10] Me ha llamado la atención sobre este pasaje, un trabajo de J. A. Faris.

6. *Boole*

En la introducción al *The Mathematical Analysis of Logic* (1847) de George Boole, obra verdaderamente revolucionaria, encontramos una idea clara del formalismo, y desarrollada en forma ejemplar, cosa que se echa de menos incluso mucho después, como en los *Principia*, por ejemplo.

38.15 Quienes se hallan familiarizados con el estado actual del álgebra simbólica, se han percatado de que la validez de los procesos de análisis no depende de la interpretación de los símbolos que se emplean (en ellos), sino exclusivamente de las leyes de combinación de los mismos. Es igualmente admisible cualquier interpretación que no afecte a la verdad de las relaciones presupuestas, de donde resulta que un mismo proceso puede ofrecer, con una interpretación, la solución de un problema sobre las propiedades de los números; con otra, la de un problema geométrico, y con otra tercera, la de una cuestión de dinámica o de óptica. Este principio es realmente de una importancia fundamental, y puede afirmarse con seguridad que los recientes adelantos del análisis puro a su influjo deben, cuando ha presidido la marcha de las investigaciones, un extraordinario fomento.

Sin embargo, debido a circunstancias accidentales, se ha retardado en cierta medida el pleno reconocimiento de las consecuencias de esta importante doctrina. En todas las formas de análisis conocidas, ha sucedido que los elementos que debían ser determinados, se han concebido como mensurables por comparación con una norma fija. La idea predominante ha sido la de magnitud, o más exactamente la de razón numérica. La expresión de la magnitud o de operaciones con magnitudes ha sido el objeto manifiesto para el cual se inventaron los símbolos del análisis y se han investigado sus leyes. De esta forma, han sido las abstracciones del moderno análisis, no menos que los diagramas ostensivos *(ostensive)* de la geometría antigua, los que han estimulado la concepción de que la matemática es, tanto por su esencia, como en la realidad, la ciencia de la magnitud.

Considerar el punto de vista que acabamos de sentar como el que contiene el verdadero principio del álgebra simbólica, nos permitirá con todo demostrar que esta conclusión no es en modo alguno necesaria. (Aun) cuando se puede demostrar que toda interpretación existente contiene el concepto de magnitud, sin embargo, sólo mediante inducción podemos afirmar que ninguna otra interpretación es posible. Y se puede poner en duda, si basta nuestra experiencia para legitimar tal inducción. Se puede decir que la historia del análisis puro es (todavía) demasiado corta *(recent)* para permitirnos fijar los límites del campo de sus aplicaciones. Si le concediéramos a la inferencia un alto grado de probabili-

dad, entonces podríamos mantener, y con razón, la suficiencia de la definición a la que nos conduciría el principio anteriormente sentado. Podemos (por tanto) presentar justamente como carácter determinante del verdadero cálculo, el ser un método que se basa en el empleo de símbolos cuyas leyes combinatorias son conocidas y universales, y cuyos resultados admiten una interpretación coherente. El hecho de que se haya dado una interpretación cuantitativa a las formas existentes de análisis, es el resultado de las circunstancias por las que estas formas han sido condicionadas (en su formación), y no debe atribuirse a una condición general del análisis. Yo pretendo levantar sobre la base de este principio general el cálculo de la Lógica y reclamar para él un lugar entre las formas reconocidas del análisis matemático, prescindiendo de que tanto por lo que se refiere a su objeto como a sus instrumentos al presente permanece (todavía) aislado.

Y Boole saca expresamente la conclusión de aquí:

38.16 De acuerdo con el principio de una clasificación correcta, no deberíamos asociar por más tiempo Lógica y Metafísica, sino Lógica y Matemáticas. La disciplina del espíritu *(mental)* que se ofrece mediante el estudio de la Lógica *como una ciencia exacta,* es la misma *—in species—* que la que se ofrece por el estudio del análisis.

Lo que aquí hace época no es que Boole quiera aplicar el cálculo a la Lógica, ni tampoco que emplee el concepto de un cálculo no cuantitativo —ambas cosas fueron formuladas ya antes que él por Leibniz y Lambert—, sino la descripción ejemplar, por su claridad, de la esencia del cálculo, es decir, del formalismo, procedimiento cuya "validez no depende de la interpretación de los símbolos, sino exclusivamente de las leyes de combinación de los mismos". Llama además Boole la atención sobre la posibilidad de interpretar de diversas maneras un mismo sistema formal. Esto significa que concibe la Lógica no como una abstracción de procesos fácticos —como habían hecho todos los Lógicos anteriores—, sino como una construcción formal a la que ha buscado posteriormente una interpretación. Y esto es, frente a toda la tradición, incluido Leibniz, completamente nuevo.

7. *Peirce*

Para concluir, presentamos, tomado de la reseña de la Lógica de Schröder (1896) por Peirce, un texto que contiene una de las mejores formulaciones de las ventajas que se pueden esperar del cálculo lógico.

38.17 En un hecho histórico notable la existencia de una rama de la ciencia en la que no se ha dado nunca una discusión prolongada, sobre el objeto propio de dicha ciencia. Es ésta la Matemática. No es infrecuente en Matemáticas la aparición de errores que si no se descubren dan

lugar a doctrinas falsas que pueden persistir durante bastante tiempo. Así, un error en la valoración de una integral determinada por Laplace en su *Mécanique celeste,* condujo a una teoría falsa sobre el movimiento de la luna, que permaneció sin descubrir durante casi medio siglo. Mas una vez planteada la cuestión, toda la discusión se resolvió en el espacio de un año...

38.18 A la vista de las enormes proporciones alcanzadas por las constantes discusiones en torno a las doctrinas de la Lógica y especialmente en torno a las que, de otra forma, se aplicarían a zanjar las discusiones sobre la exactitud de los resultados de la Metafísica, nosotros, simples pensadores, creemos que el camino más seguro es acudir, para nuestros principios lógicos, a la ciencia matemática en la que el error puede permanecer largo tiempo encubierto sólo caso de que no se haya sospechado de su existencia...

38.19 Lógica *exacta* será... la doctrina de las condiciones bajo las cuales se pueden formular opiniones estables, que descansan en observaciones totalmente indubitables, y en un pensamiento matemático, es decir, *diagrammático* o *icónico.* Nosotros que somos partidarios de la Lógica "exacta" y de la Filosofía "exacta" en general, afirmamos que quienes sigan semejantes métodos, escaparán, en cuanto los sigan, a todo error, a excepción de aquellos que, una vez descubiertos, serán rápidamente enmendados.

B. Teoría de la demostración

1. *Bolzano*

Bernard Bolzano es un notable precursor de la moderna teoría de la demostración [11],

38.20 Cuando afirmamos, pues, que de *A, B, C*... se pueden deducir *M, N, O*..., y precisamente respecto de las nociones *i, j*..., en el fondo, según lo expuesto en § 155, no decimos más que lo siguiente: "Todo conjunto ideal que en lugar de *i, j*... en las proposiciones *A, B, C*... *M, N, O*... verifique simultáneamente las proposiciones *A, B, C*..., tiene la propiedad de verificar también simultáneamente las proposiciones *M, N, O*...". La manera más ordinaria de expresar proposiciones de esta especie, es según todos sabemos: "Si *A, B, C*... son verdaderas, entonces lo serán también *M, N, O*...". No es raro tampoco decir: "*De A, B, C... se siguen,* o *se pueden deducir* o *se pueden inferir M, N, O*...". Respecto de las nociones *i, j*... consideradas como variables en estas pro-

[11] Me ha llamado la atención sobre este pasaje, el Prof. Hans Hermes. — Los puntos suspensivos que siguen a los grupos de letras, no son míos, sino del original.

posiciones, vale la misma observación del N.° 1. Mas como, según § 155 N.° 20, no sucede en modo alguno, lo mismo con la relación de deductibilidad que con la de simple compatibilidad, a saber, que un conjunto dado cualquiera de proposiciones como *A*, *B*, *C*... por un lado, y *M*, *N*, *O*... por otro, se puedan poner en esta relación, con sólo determinar arbitrariamente qué nociones se han de considerar variables; es ya una afirmación lo bastante notable, decir que ciertas proposiciones como *M*, *N*, *O*... se pueden poner en relación de deductibilidad respecto de otras como *A*, *B*, *C*... con sólo considerar variables sus correspondientes nociones. Mas con semejante juicio no expresamos sino que en las proposiciones *A*, *B*, *C*... *M*, *N*, *O*... hay ciertas partes que pueden considerarse variables, con la consecuencia de que cualquier contenido ideal que en lugar de *i*, *j*... verifique la totalidad de *A*, *B*, *C*..., verifica también la totalidad de *M*, *N*, *O*... Y ahora resulta fácil, en virtud de § 137, (determinar) cómo debería expresarse semejante proposición para hacer resaltar sus elementos lógicos. "La noción de ciertas partes de *A*, *B*, *C*... *M*, *N*, *O*..., tales que cualquier contenido ideal arbitrario que en su lugar verificara *A*, *B*, *C*..., verificara también en todos los casos *M*, *N*, *O*... tiene objetividad." En el lenguaje ordinario, proposiciones de esta especie se expresan exactamente igual que las anteriores; y sólo por otras circunstancias, como el contexto, p. e., se puede adivinar si el hablante tiene en su intención *determinadas* nociones, respecto de las cuales tendrá lugar la relación de deductibilidad, o solamente quiere expresar que *existen* tales nociones. Así, p. e., en las siguientes proposiciones: "Si Cayo es hombre, y todos los hombres son mortales, Cayo es también mortal"; es bastante fácil advertir que se quiere proclamar la deductibilidad de la proposición "Cayo es mortal" a partir de las dos proposiciones: Cayo es hombre, y todos los hombres son mortales, respecto de las tres nociones: Cayo, hombre y mortal. Por el contrario, el siguiente raciocinio: "Si en todos los hombres alienta un instinto irresistible de pervivencia; si, incluso el más virtuoso, se sentiría desdichado en la idea de que en un momento dado habría de dejar de existir; entonces, no sin razón esperamos de la infinita bondad de Dios, que no nos ha de aniquilar con la muerte", merecería el reproche de la mayor oscuridad si su sentido no es, que las proposiciones aquí aducidas se hallan en relación de deductibilidad con tal que algunas de sus nociones (que habría aún que averiguar) se tomen como variables.

Con semejantes expresiones se quiere afirmar únicamente, que existen nociones tales, que de la verdad del antecedente se puede inferir con seguridad la verdad del consecuente; no se puede, en cambio, colegir de ellas, cuáles son propiamente estas nociones.

2. *Frege*

Si bien este texto de Bolzano contiene importantes ideas sobre el concepto de deducción e inferencia, con todo, el desarrollo moderno de este segundo aspecto de la Lógica matemática comienza con Frege. Los textos fundamentales los tomamos de las *Grundgesetzen der Arithmetik* (1893): es fácil, sin embargo, probar que la mayor parte de lo expuesto en esta obra, lo poseía ya conscientemente el genial Lógico desde 1879.

38.21 En mis *Grundlagen der Arithmetik* he intentado poner de manifiesto cómo la Aritmética es una rama de la Lógica, que no necesita tomar prueba ninguna ni de la experiencia ni de la intuición. Lo cual quedará confirmado ahora en este libro, por el hecho de que las leyes más simples de los números, se pueden deducir por medios puramente lógicos. Mas para que esto convenza, en el proceso de demostración se han de mantener exigencias mucho más estrictas de lo que es habitual en Aritmética. Previamente se ha de delimitar un círculo con unos cuantos tipos de inferencia y deducción, sin que pueda darse un paso que no vaya de acuerdo con alguno de ellos. Por lo tanto, en el tránsito a un nuevo juicio, no se puede considerar suficiente, como hasta ahora vienen haciendo los matemáticos casi siempre, que parezca a primera vista correcto, sino que se ha de descomponer en los pasos lógicos simples de que consta, que con frecuencia son no pocos. De esta forma no puede pasar desapercibida ninguna presuposición; cualquier axioma del que se necesite, ha de quedar al descubierto. Son precisamente las suposiciones implícitas y aceptadas sin conciencia clara de ello, las que obstaculizan la penetración en la naturaleza epistemológica de una ley.

38.22 Quisiera describir así el ideal del método estrictamente científico de las matemáticas, que yo me he esforzado por desarrollar aquí, y que podría denominarse según Euclides. No se puede aspirar, desde luego, a que todo se demuestre porque esto es imposible; pero sí se puede exigir que todas las preposiciones que se emplean sin demostrarlas, sean declaradas tales, para poder conocer con claridad sobre qué se apoya toda la construcción. En consecuencia, se puede aspirar a disminuir lo más posible el número de estas leyes primitivas, demostrando todo lo que es demostrable. Luego, y en esto voy más allá que Euclides, pretendo que los modos de inferencia y deducción que lleguen a estar en uso, hayan sido previamente admitidos. De lo contrario, no es seguro el cumplimiento de aquella primera exigencia. Yo creo haber alcanzado ahora este ideal en lo esencial. Sólo en unos cuantos puntos se podrían sostener exigencias más rigurosas. Para asegurarme una mayor movilidad y no caer en excesiva prolijidad, me he permitido hacer uso implícito de la conmutabilidad de los antecedentes (condiciones), y de la identificación de antecedentes iguales, y no he reducido al mínimo los modos de inferen-

cia y deducción. Quien conozca mi librito *Begriffsschrift*, podrá percatarse de cómo sería posible satisfacer también en este caso las más severas exigencias, pero cómo, al mismo tiempo, esto traería consigo un considerable aumento de extensión.

Lo que Frege dice aquí de su entronque con Euclides es, desde luego, exacto en cuanto que en Euclides encontramos el primer desarrollo *matemático* de la idea de sistema axiomático. Pero sería más exacto citar aquí a Aristóteles (14.02, 14.05), pues lo que Frege presenta es un notable desarrollo del concepto aristotélico de sistema axiomático. En primer lugar exigen que se formulen expresamente y "sin interrupción" todos los presupuestos. Luego establece una expresa distinción entre proposiciones y "modos de inferencia y deducción", es decir, las reglas de inferencia. Esto no es, desde luego, completamente nuevo (v. 22.08-22.11, 30.04, § 31, C), pero es aquí donde se ha expresado por primera vez con tal claridad. Finalmente, frente a Leibniz, Boole y otros Lógicos anteriores, Frege reclama algo completamente nuevo: "en el proceso de demostración se han de mantener exigencias mucho más estrictas de lo que es habitual en aritmética". Con esto entra la Lógica matemática en su segunda fase.

38.21 y 38.22 son, junto con la cita de Boole, los otros textos que han abierto brecha en el concepto de Lógica matemática. A este respecto, se pueden aducir todavía dos citas más, de 1896.

38.23 Palabras como "por lo tanto", "por consiguiente", "porque", indican que se realiza una inferencia, pero no dicen nada sobre la ley en virtud de la cual se realiza, pudiendo usarse también, sin incorrección lingüística, en casos en que no hay inferencia lógicamente correcta. En un análisis que tengo aquí a la vista, no está sólo la cuestión en cerciorarse de la verdad del consecuente, con lo que queda satisfecho uno la mayoría de las veces en matemáticas, sino que hay que llegar a tener conciencia de la justificación de este convencimiento, y de las leyes últimas en las que se funda. Para esto son indispensables unos carriles seguros por los que ha de moverse el raciocinio, y éstos los proporciona el lenguaje ordinario.

38.24 La inferencia procede, pues, en mi sistema de escritura conceptual *(Begriffsschrift)*, siguiendo una especie del cálculo. No me refiero a éste en sentido estricto, como si fuera un algoritmo lo que en él dominara, igual o parecido al de la suma o multiplicación corrientes, sino en el sentido de que existe un algoritmo total, es decir, un conjunto de reglas que regulan el paso de una proposición o de dos a otra nueva, de tal forma, que no tiene lugar nada que no esté de acuerdo con estas reglas. Mi meta es, pues, una ininterrumpida exigencia de precisión en el proceso de la demostración, y la máxima exactitud lógica, a la vez que la claridad y la brevedad.

El programa de Frege, de una demostración ininterrumpida, ha sido puesto en práctica, en Matemáticas, por Hilbert desde el punto de vista de lo puramente formal. Para los textos correspondientes, remitimos a O. Becker [12]. La aplicación rigurosa y ajustada a los sistemas lógicos ha sido realizada por Łukasiewicz. En el capítulo sobre la lógica sentencial presentaremos un ejemplo (43.39).

C. Metalógica

De la unión del formalismo de Boole y de la teoría de la demostración de Frege, hubo de resultar, finalmente, la idea de una Metalógica. Si efectivamente, se distinguen las fórmulas de las reglas, y aquéllas se tratan con rigor formalístico "al modo de un algoritmo", como dice Frege, éstas deberán ser interpretadas bajo el aspecto del sentido y del contenido. De esta forma, las reglas pertenecen a un nivel distinto de las fórmulas. La idea de este segundo nivel aparece por primera vez en Hilbert, en conexión con la Matemática, como la idea de una Metamatemática. Citamos de su disertación *Die logische Grundlagen der Mathematik* (1923):

38.25 La idea básica de mi teoría de la demostración es la siguiente: Todo lo que integra la Matemática en el sentido hasta ahora aceptado, está rigurosamente formalizado, de manera que la Matemática propia o Matemática en sentido estricto, se ha convertido en un stock de fórmulas...

A la Matemática propia, formalizada de este modo, se añade una Matemática hasta cierto punto nueva, una Metamatemática, necesaria para la seguridad de aquélla. En ella, en contraposición con el tipo de inferencia puramente formal de la Matemática propia, se aplica una inferencia intuitiva, mas sólo para demostrar la no contradicción de los axiomas. En esta Metamatemática se opera con las pruebas de la Matemática propia, constituyendo precisamente estas últimas, el objeto del examen intuitivo. Así, el desarrollo de la ciencia matemática total, se realiza a través de un constante cambio de dos especies: la adquisición mediante inferencia formal a partir de los axiomas, de nuevas fórmulas demostrables, y por otro lado la adición, mediante inferencia intuitiva, de nuevos axiomas con la demostración de la no contradicción (de los mismos).

Los axiomas y proposiciones demostrables, es decir, las fórmulas que surgen en este proceso de cambio, son representaciones de los pensamientos, que constituyen el procedimiento habitual en la Matemática precedente, pero no son las verdades mismas en absoluto. Son más bien las intelecciones obtenidas por medio de mi teoría de la demostración, respecto de la demostrabilidad y no contradicción de aquel sistema formal, las que deben considerarse como las verdades absolutas.

[12] *Grundlagen der Mathematik,* 370 ss.

Este importante texto rebasa los límites del presente capítulo al afectar no sólo a la teoría de la demostración, sino también al concepto de Lógica y a sus relaciones con las Matemáticas, desde que Hilbert limita aquí la inferencia intuitiva a la demostración de la no contradicción, peculiaridad de su filosofía de la Matemática. Resulta importante aquí, a nuestro propósito, la aguda distinción entre el cálculo formalizado —sin sentido, por lo tanto, a la manera booleiana— de una parte, y las reglas intuitivas de la inferencia, por otra. Fue Frege también el primero en formular este pensamiento, al intentar enumerar todos los "modos de inferencia y deducción" (como distintos de los axiomas) (v. más arriba 38.22). En cambio, si bien es verdad que trata los axiomas y teoremas formalmente, no los considera, sin embargo, sin sentido. Trátase aquí, por el contrario, de signos considerados en su mera materialidad.

Con esto se ha alcanzado una nueva fase en la concepción de la formalización. Claro que en Hilbert la teoría queda limitada a la Matemática: de lo que él habla es sólo de una Metamatemática. Pero muy pronto habría de extenderse este concepto a la Lógica, cosa que tuvo lugar primeramente en la escuela de Varsovia. La expresión "Metalógica", aparece por primera vez en 1930, en un artículo de Lukasiewicz y Tarski[13].

Paralelamente a los trabajos de la escuela de Varsovia, corren los realizados por aquella época en Praga por R. Carnap.

Vamos a citar un texto de Tarski, fundador de la Metalógica sistemática, y punto de partida del novísimo desarrollo cuyos pasos no vamos a seguir ya aquí.

Escribía en 1930 Tarski:

38.26 En esta comunicación pretendemos precisar el sentido y señalar las propiedades fundamentales de algunos conceptos importantes en el campo de la *Metodología de las ciencias deductivas* que hoy en día, siguiendo al Sr. Hilbert, se acostumbra a denominar *Metamatemática.*

El campo de investigación de la Metamatemática lo constituyen las disciplinas deductivas formalizadas (casi en el mismo sentido en que el de la Geometría, p. e., lo constituyen las realidades espaciales).

Desde el punto de vista de la Metamatemática, estas disciplinas se consideran como conjuntos de *sentencias;* estas sentencias que (según propone *S. Leśniewski*) se denominan también *sentencias con sentido,* se consideran por su parte como una especie de signos de estructura perfectamente determinada. El *conjunto de todas las sentencias* se representa aquí por medio del símbolo "*S*". Partiendo de las sentencias de un conjunto *X*, se pueden obtener, mediante ciertas operaciones —las llamadas reglas de deducción—, otras sentencias que se denominan *consecuencias del conjunto X;* el conjunto de todas estas consecuencias —el *conjunto de consecuencias de X*— se representa con el símbolo "*F (X)*".

Sólo en aquellas partes de la Metamatemática, en cuyo dominio la investigación constituye una disciplina concreta formalizada, se puede dar

[13] *Untersuchungen über den Aussagenkalkül.*

una definición exacta de ambos conceptos, el de sentencia y el de consecuencia. Aquí por el contrario, dada la generalidad de las presentes reflexiones, estos conceptos se consideran como conceptos primitivos, y son caracterizados mediante una serie de axiomas.

§ 39. EL CONCEPTO DE LA LÓGICA

Como hemos visto más arriba (§ 38), Boole (38.15), Peirce (38.17) y con ellos los demás Lógicos matemáticos del s. XIX, han considerado la Lógica como una rama de la Matemática cuyo carácter predominante lo constituía no el contenido determinado por su objeto, sino su método, el empleo del cálculo. Sin embargo, a finales del s. XIX y hasta bastante entrado el XX, se entabló una importante polémica en torno a las relaciones entre Lógica y Matemáticas, que constituía al mismo tiempo un debate sobre la cuestión de si la Lógica podía construirse desde una perspectiva puramente formal como un sistema de signos, o si además exigía necesariamente una interpretación de estos signos. Se trataba, por tanto, de dos problemas distintos que afectaban ambos al concepto de Lógica. Tres posiciones principales tomaron forma, al efecto: la logicista, la formalista (el término tiene aquí un sentido diferente que en el "Formalismo", § 38, y a veces en lo que sigue) y la intuicionista. Vamos a ilustrar sus ideas fundamentales con algunos textos.

A. EL LOGICISMO

Para los Logicistas no hay diferencia esencial entre Lógica y Matemática, en cuanto la Matemática se desarrolla a partir de la Lógica; más exactamente: en cuanto todos los términos matemáticos pueden definirse por medio de los de la Lógica, y deducirse los teoremas matemáticos, de axiomas puramente lógicos. El fundador de esta orientación, que alcanza su punto más elevado en los *Principia Mathematica* de Witehead y Russell, obra vigorosa, encaminada expresamente a demostrar sistemáticamente la exactitud de las tesis logicistas, es Frege.

1. *Frege: Semántica*

La teoría de la Lógica de Frege, se halla íntimamente ligada con su Semántica (término que empleamos aquí, como hemos venido haciendo hasta ahora, en el sentido de Morris [14], no en el sentido técnico de Tarski). Recordemos brevemente a este respecto, que para Frege la Lógica no es un juego de signos, sino una ciencia de "pensamientos" *(Gedanken)* objetivos, como él dice: es decir, de proposiciones ideales (de Lekta, por tanto, en sentido de 19.04 ss.). Las premisas deben ser verdaderas y el formalismo no es más que un recurso auxiliar. Vamos a comenzar por un texto que se refiere al primer punto:

[14] *Foundation of the theory of signs*, y *Signs, languaje, and behaviour.*

39.01 Por la palabra "proposición" (Satz) entiendo un signo compuesto de acuerdo con la regla (correspondiente), ya sean sus partes sonidos, ya signos escritos. Este signo ha de tener naturalmente un sentido *(Sinn)*. No voy a considerar aquí más que las proposiciones en las que expresamos o afirmamos algo. Una proposición la podemos traducir a otro idioma, siendo en él distinta de la original por constar de elementos (sonidos) [*Lauten*] distintos, y combinados de forma diferente; sin embargo, el sentido que expresa, es el mismo si la traducción es correcta. Y el sentido es desde luego lo que propiamente nos interesa. Una proposición tiene para nosotros un valor debido al sentido que en ella captamos, y que es el mismo que volvemos a reconocer en la traducción. A este sentido llamo pensamiento *(Gedanke)*. Lo que demostramos no es la sentencia, sino el "pensamiento", siendo indiferente la lengua que en él empleemos. En Matemáticas se habla, en realidad, de demostración de un *Lehrsatz*, entendiéndose por la palabra "sentencia" *(Satz)* lo que yo llamo pensamiento, si ya no es que quizá no se distingue con exactitud entre la expresión verbal o simbólica, y el pensamiento expresado. Sin embargo, es mejor establecer esta diferencia por razones de claridad. El pensamiento no se puede percibir sensorialmente, pero en la "sentencia" le damos una representación audible o visible. Por ello yo no hablo de *Lehrsatz* (sentencia), sino de "teorema", ni de *Grundsatz* (sentencia primitiva), sino de "axioma", entendiendo por teoremas y axiomas, pensamientos verdaderos. Con ello queda dicho además, que el pensamiento no es algo subjetivo, un producto de nuestra actividad espiritual, ya que el pensamiento que tenemos en el teorema de Pitágoras es para todos el mismo, y su verdad es independiente de que sea o deje de ser pensado por este o aquel hombre. La actividad mental se ha de considerar no como la productora del pensamiento, sino como la que lo aprehende.

He aquí, con otra terminología, la doctrina estoica de que la Lógica trata de los Lekta, y la tercera concepción escolástica (19.13) para la cual la sentencia debe entenderse como una estructura ideal.

Sobre el problema de la verdad de las premisas, dice Frege:

39.02 De premisas falsas no se puede concluir nada. Un simple pensamiento que no se puede aceptar como verdadero, no puede servir de premisa. Sólo cuando he reconocido como verdadero un pensamiento, puede servir de premisa para mí; las simples hipótesis no se pueden utilizar como premisas. Puedo, sí, investigar qué consecuencias se siguen de la suposición de que A es verdadero, sin haber aceptado su verdad; pero el resultado ha de incluir la condición: *en caso de que A sea verdadero*. Pero esto equivale a decir que A no es una premisa, pues una premisa verdadera no aparece en el juicio inferido.

Frege mantiene, por consiguiente, una doctrina absolutista, digamos, que está muy cerca de la teoría aristotélica de la ἀπόδειξις (14.02), pero que parece más radical todavía.

Añadimos otro texto más, característico del empleo de las comillas, en el que encuentra expresión el alto grado de exactitud de Frege, no alcanzado muchas veces después de él:

39.03 Quizá se admire alguien del uso frecuente de las comillas; con ellas distingo los casos en los que hablo del signo mismo, de aquellos en los que hablo de su significación. Por muy pedante que esto pueda parecer, lo considero necesario. Es curioso cómo un modo de expresión oral o escrita poco preciso, empleado al principio quizá únicamente por conveniencia, puede al fin enredar el pensamiento, una vez perdida la conciencia de ello. Así, se han venido a tomar las cifras por los números, los nombres por lo denominado, los simples signos auxiliares por el objeto propio de la Aritmética. Tales experiencias nos enseñan lo necesario que es poner las mayores preocupaciones en la exactitud del modo de expresión oral y escrito.

2. *Frege: Lógica y Matemáticas*

39.04 Voy a tratar ahora, bajo el nombre de "teoría formal", dos tipos de concepciones con la primera de las cuales estoy de acuerdo, tratando de refutar la otra. La primera afirma que todas las proposiciones aritméticas pueden, y en consecuencia deben también deducirse, en forma puramente lógica, de las definiciones... De entre todas las razones que hablan en favor de este punto de vista, voy a citar aquí solamente una, que se apoya en la aplicabilidad universal de las doctrinas aritméticas. De hecho se pueden contar, hasta cierto punto como tales, todo lo que puede ser objeto del pensamiento: Tanto lo ideal como lo real, los conceptos como los objetos, lo temporal como lo espacial, los sucesos como los cuerpos, lo mismo los métodos que las proposiciones; incluso los mismos números se pueden a su vez contar. Propiamente no se exige más que una cierta precisión en la delimitación, una cierta perfección lógica. De aquí se desprende con toda claridad, que las proposiciones primitivas sobre las que se levanta la Aritmética, no se pueden referir a un estrecho ámbito cuyo carácter especial expresan, como expresan los axiomas de la Geometría el peculiar carácter de lo espacial; sino que tales proposiciones primitivas deben extenderse a todo lo pensable. Y una proposición de tal universalidad, hay que adscribirla con todo derecho a la Lógica.

De esta naturaleza lógica o formal de la Aritmética, saco diversas conclusiones,

Primera: No se puede trazar una frontera rigurosa entre Lógica y Aritmética; consideradas desde el punto de vista científico, ambas constituyen una ciencia unitaria. Si se asignan a la Lógica las proposiciones primitivas más universales y quizá sus inmediatas consecuencias y a la Aritmética, por el contrario, el desarrollo ulterior, es como si se quisiera desgajar de la Geometría una ciencia especial sobre los axiomas. Ahora bien, la división de todo el ámbito del conocimiento en ciencias, se determina no sólo desde un punto de vista teórico, sino también práctico, y con esto no quiero decir nada contra una cierta separación práctica; lo único que no se puede es llegar a una fisura como ahora, en perjuicio de ambas. Si esta teoría formal es correcta, ya no resultará la Lógica tan infructuosa como puede aparecer a una consideración superficial, y no sin culpa desde luego de los Lógicos. Y no hay necesidad de la postura de reserva de muchos Matemáticos frente a todo lo filosófico de cualquier justificación objetiva, al menos en cuanto se extiende a la Lógica. Esta ciencia no es, en manera alguna, menos capaz de exactitud que la Matemática misma. Por otro lado, se puede hacer caer en la cuenta a los Lógicos, que no lograrán penetrar profundamente en su propia ciencia si no se preocupan de la Aritmética.

39.05 Mi segunda conclusión es que no se da ningún tipo aritmético especial de inferencia, que no pueda reducirse a la inferencia común de la Lógica.

39.06 Mi tercera conclusión se refiere a las definiciones, como la segunda a los tipos de inferencia. En toda definición hay que presuponer como conocido, algo por medio de lo cual se explica lo que se quiere entender por un nombre o un signo. No se puede definir, en efecto, un ángulo sin presuponer el conocimiento de la recta. Ahora bien, todavía se puede definir previamente aquello en lo que se apoya la definición; y en todo caso, en este continuo proceso retroactivo se llegará siempre, en último término, a una cosa indifinible, que se ha de reconocer que es simple e incapaz de descomposición ulterior. Y las propiedades que se refieren a estos primeros sillares de la ciencia, encierran como en embrión, todo su contenido. En Geometría estas propiedades se formulan en axiomas en cuanto son independientes unas de otras. Es, pues, ya claro que las fronteras de una ciencia se determinan por la naturaleza de sus primeros sillares. Si, como en el caso de la Geometría, nos ocupamos originariamente de las estructuras espaciales, dicha ciencia habrá de mantenerse dentro de los límites de lo espacial. Si, pues, la Aritmética ha de mantenerse independiente de todas las propiedades particulares de las cosas, lo mismo habrá de suceder con sus fundamentos que deben ser de naturaleza puramente lógica. De aquí se deduce la consecuencia de que todo lo aritmético ha de reducirse, mediante las definiciones, a lo lógico.

3. *Russell*

Los postulados fregerianos fueron adoptados —sin dependencia directa de Frege— primero por Giuseppe Peano, luego por Bertrand Russell, que extendió las tesis logísticas a la Geometría y a las disciplinas matemáticas en general.

39.07 La doctrina general de que toda la Matemática es una deducción, mediante principios lógicos a partir de principios lógicos, fue propugnada enérgicamente por Leibniz... Con todo cayó en errores desesperados en parte debido a una Lógica defectuosa *(faulty)*, en parte por la creencia en la necesidad lógica de la Geometría euclidiana... Las proposiciones de Euclides, p. e., tal como se presentan *(the actual)*, no se siguen de los principios de la Lógica sólo... Pero desde el desarrollo de la Geometría no euclidiana se ha mostrado que la Matemática pura no tiene que ocuparse de la cuestión de si los axiomas y proposiciones de Euclides valen o no del espacio real *(actual)*. Esto es (más bien) una cuestión de la Matemática aplicada que debe resolverse, en cuanto es soluble, por medio del experimento y la observación. Lo único que la Matemática pura afirma es que las proposiciones euclidianas se siguen de los axiomas euclidianos, es decir, afirma una implicación: todo espacio que tiene tales y tales propiedades tiene también tales y tales otras. Así son igualmente verdaderas la Geometría euclidiana y la no euclidiana consideradas en Matemática pura; en ninguna (de las dos) se afirman sino implicaciones...

39.08 La Matemática pura no debe contener, pues, (símbolo) alguno indefinido excepto constantes lógicas, y consiguientemente ni premisas ni sentencias indemostrables a no ser las relativas exclusivamente a constantes y variables lógicas. Es esto precisamente lo que distingue la Matemática pura de la aplicada.

No podemos ir siguiendo aquí, cómo y hasta qué punto se realizó este programa. Remitamos para ello de nuevo, a la obra de Becker [15]. Para concluir vamos a exponer la famosa definición fregeriana de número por medio de conceptos lógicos puros, con vistas, principalmente a establecer una comparación con un descubrimiento similar de la Lógica india del s. XVII (54.10).

4. *Frege: El número*

39.09 Para hacer luz en el asunto, será bueno considerar el número dentro del marco de un juicio, donde resalta su primitivo modo de empleo. Cuando a la vista de los mismos fenómenos externos puedo decir con la misma verdad: "éste es un grupo de árboles" y "éstos son cinco árboles", o "aquí hay cinco compañías" y "aquí hay 500 hombres", no

[15] *Grundlagen der Mathematik*, 317 ss.

varían ni los individuos en particular ni el todo o conjunto, sino mi denominación. Pero esto no es más que el signo de la sustitución de un concepto por otro. Esto sugiere como respuesta a la primera cuestión del párrafo precedente, que el número contiene el enunciado de un concepto. Quizá donde aparezca esto más claro sea en el número 0. Cuando digo: "Venus tiene 0 lunas", no hay aquí ni luna alguna, ni conjunto de lunas del cual se pueda predicar algo; sino que al *concepto* "luna de Venus" se le atribuye, por este medio, una propiedad, es a saber, la de no incluir nada dentro de sí. Cuando digo: "el coche del Emperador es tirado por cuatro caballos", aplico el número cuatro al concepto "caballo que tira del carro del Emperador"...

39.10 Entre las propiedades que se predican de un concepto, no comprendo naturalmente las notas que lo componen. Éstas son propiedades de las cosas comprendidas bajo el concepto, no del concepto. Así, "rectangular" no es una propiedad del concepto "triángulo rectángulo"; en cambio en la proposición no existe ningún triángulo rectángulo, rectilíneo, equilátero, expresa una propiedad del concepto "rectángulo, rectilíneo, equilátero", al que se le atribuye el número cero.

39.11 En este aspecto, la existencia tiene semejanza con el número. La afirmación de la existencia no es otra cosa que la negación del número cero. Por ser la existencia propiedad del concepto, no consigue su meta la prueba ontológica de la existencia de Dios...

Sería también falso negar que existencia y unicidad no podrían ser nunca notas de conceptos. No lo son únicamente *de los* conceptos a los que se quisieran atribuir siguiendo la lengua. Si se reúnen por ejemplo, en un solo concepto todos los conceptos que se refieren sólo a un objeto, la unicidad será entonces nota de este concepto. Dentro de él quedaría incluido, por ejemplo, el concepto "luna terrestre", si bien no el cuerpo celeste de este nombre. Así se puede hacer que un concepto caiga debajo de otro superior o, por decirlo así, de segundo orden. No hay que confundir, sin embargo, esta relación con la de subordinación.

Russell ha dado una interpretación extensional a la definición fregeriana de número, al concebirlo como una clase de clases [16].

B. El formalismo

Tampoco los formalistas ven diferencia alguna esencial entre las fórmulas lógicas y las matemáticas, pero conciben ambas formalísticamente considerando el sistema unitario que resulta de ellas como un sistema de signos, en el que ni la evidencia ni la verdad de los axiomas juegan ningún papel: es decisiva, por el

[16] V. Becker, *Grundlagen der Mathematik*, 322.

contrario, la no contradicción. El fundador del Formalismo es David Hilbert. En el texto citado anteriormente (38.23), está contenido lo fundamental de su pensamiento sobre la Lógica. Aquí vamos a añadir únicamente un breve pasaje de una carta a Frege de 1899 ó 1900:

39.12 Dice Ud. en su carta: "Llamo axiomas a proposiciones... De la verdad de los axiomas se sigue que no se contradicen mutuamente". Me ha resultado muy interesante haber leído esta frase en su carta, pues cuando pienso, escribo o hablo sobre tales temas, me expreso siempre justamente al revés: Si los axiomas arbitrariamente propuestos, no se contradicen mutuamente *(sic!)* con la totalidad de sus consecuencias, entonces son verdaderos, existen los objetos definidos por los axiomas. Este es para mí el criterio de verdad y de existencia.

Por lo demás no es fácil documentar el pensamiento de Hilbert con textos anteriores a 1930; para ello, lo mismo que para el desarrollo posterior, véase de nuevo Becker[17].

Es digna de notarse la gran importancia del Formalismo para el concepto de Lógica, al margen completamente de su valor como teoría. Si hasta ahora la Lógica se había concebido como un cálculo, a partir de este momento aparece trasladada cada vez más al nivel de la Metalógica. A partir de Hilbert, el objeto de la investigación lógica lo constituyen cada vez más, no las fórmulas mismas, sino las reglas de las operaciones por las que se forman y deducen aquéllas.

C. El intuicionismo

Los intuicionistas, al contrario de los logicistas y formalistas, establecen una profunda distinción entre Lógica y Matemática. La Matemática no es ya para ellos un conjunto de fórmulas sino, primariamente, una actividad mental, cuyos resultados se comunican subsiguientemente por medio del lenguaje. En éste, tal como lo usan los Matemáticos, se observan ciertas normas que son las que conducen a la formación de una Lógica. La Lógica no es, por lo tanto, algo que se presupone, sino que se abstrae de las Matemáticas. Una vez hecho esto, puede incluso procederse a su formalización, pero esto es ya accidental[18].

El intuicionismo ha tenido una historia relativamente larga en Matemáticas: se consideran precursores suyos L. Kronecker y H. Poincaré; a H. Weyl se le califica de "semi-intuicionista". Pero es L. E. J. Brouwer quien pasa por fundador de la escuela, siendo propiamente formulada (y formalizada) por primera vez la Lógica intuicionista por A. Heyting en 1930.

Desde el punto de vista lógico-formal es digno de notarse que los intuicionistas admiten no sin limitación, como ellos mismos confiesan, el principio de

---

17 *Grundlagen der Mathematik*, 351 ss.

18 Me siento especialmente obligado al Prof. E. W. Beth, tanto por su abundante información a este respecto, como por su ayuda en la composición de esta quinta parte en general.

tercero excluido. En este sentido su doctrina pertenece a las Lógicas "heterodoxas" de las que hablaremos en el § 49.

Presentamos un texto de Heyting y otro de Brouwer.

39.13 La Matemática intuicionista es una actividad mental, y cualquier lenguaje, incluso el formalístico, no es para ella más que un medio de comunicación. En principio es imposible construir un sistema de fórmulas equivalente a la matemática intuicionista, puesto que las posibilidades del pensamiento no pueden reducirse a un número limitado de reglas previamente determinables. El intento de reproducir las partes más importantes de las matemáticas en un lenguaje de fórmulas, se justifica, por tanto, exclusivamente por la mayor concisión y precisión de este último, comparado con el lenguaje corriente, propiedades que lo hacen indicado para facilitar la penetración en los conceptos intuicionistas y su empleo en la investigación.

No es necesaria, para construir la matemática, la fijación de leyes lógicas de validez universal. En cada caso particular se descubre de nuevo que estas leyes son válidas para el sistema matemático en cuestión. La comunicación por medio del lenguaje creado de acuerdo con las necesidades de la vida cotidiana, en cambio, procede en forma de leyes lógicas que se presuponen como dadas. Un lenguaje que se formara siguiendo paso a paso el proceso de la matemática intuicionista, se apartaría en todas sus partes del modelo corriente de tal forma, que perdería de nuevo las características prácticas antes aludidas. Estas consideraciones me han llevado a recomenzar de nuevo la formalización de la matemática intuicionista con un cálculo sentencial.

Las fórmulas del sistema formalístico surgen de la aplicación de un número finito de reglas operativas a un número finito de axiomas. A parte de los signos "constantes", constan también de variables. La relación entre este sistema y las Matemáticas reside, por consiguiente, en el hecho de que toda fórmula, para una interpretación determinada de las constantes y con determinadas limitaciones en la sustitución de las variables, representa una proposición matemática correcta. (Por ejemplo, en el cálculo sentencial, las variables se han de sustituir únicamente por enunciados matemáticos con sentido). Si el sistema se ha construido de forma que cumpla este último requisito, entonces tendrá garantizada la *no contradicción,* en el sentido de que no podrá contener ninguna fórmula que represente una proposición contradictoria dentro de dicha interpretación.

El sistema formalístico puede considerarse también matemáticamente en sí mismo, sin pensar en una interpretación. La no contradicción adquiere entonces otro significado, definiéndose la contradicción como una fórmula determinada; este tipo de tratamiento se reduce, para nosotros,

al anterior. Mas es aquí donde vienen al caso las cuestiones relativas a la independencia y saturación de los axiomas del sistema.

39.14 Las diferencias de rectitud entre la nueva fundamentación formalística de las matemáticas, y la nueva construcción intuicionista de las mismas, quedarán resueltas, reduciéndose a una cuestión de gustos la elección entre los dos métodos, tan pronto como se abran universalmente paso los siguientes puntos de vista (*Einsichten*) relacionados primordialmente con el formalismo, pero formulados por primera vez en la literatura intuicionista. Este abrirse paso es sólo cuestión de tiempo, por tratarse de meros resultados de la reflexión, que no contienen ningún elemento discutible, y que necesariamente habrá de aceptar quienquiera que los haya entendido una vez. De los cuatro puntos de vista, se ha conseguido ya en la literatura formalista esta comprensión y acogida para dos de ellos. El advenimiento de idéntico estado de cosas para los dos restantes, representará el final de la polémica sobre los fundamentos de la matemática.

PRIMER PUNTO. *La distinción entre los intentos formalísticos para construir el "stock matemático de fórmulas" (visión formalista de la Matemática), y una teoría intuitiva (inhaltliche) de las leyes de esta construcción, al igual que el reconocimiento de que para la última teoría es imprescindible la matemática intuicionista del conjunto de los números naturales.*

SEGUNDO PUNTO. *La reprobación del empleo irreflexivo del teorema lógico de tercero excluido, al igual que el reconocimiento: primero, de que la investigación del principio justificador, y del ámbito de validez de dicho teorema, constituye uno de los objetos esenciales de la investigación en el campo de los fundamentos de la Matemática; segundo, que este ámbito de validez en la matemática intuitiva (inhaltliche) comprende sólo sistemas finitos.*

TERCER PUNTO. *La identificación del teorema de tercero excluido, con el principio de la solubilidad de cualquier problema matemático.*

CUARTO PUNTO. *El reconocimiento de que la justificación (intuitiva) de la matemática formalística mediante la demostración de su no contradicción, encierra un círculo vicioso, por reposar sobre la corrección (intuitiva) de la sentencia que de la no contradicción de una proposición, se sigue la corrección de esta proposición, e. d., que descansa sobre la corrección (intuitiva) del teorema de tercero excluido.*

II. EL PRIMER PERÍODO

§ 40. EL CÁLCULO DE BOOLE

El sistema de Lógica matemática creado por Boole en 1847, ocupa un lugar especial en la Historia por su carácter (dando al término una acepción muy particular), bivalente, es decir, por admitir una doble interpretación como Lógica de clases y Lógica sentencial. Por ello vamos a tratar separadamente en este párrafo el cálculo abstracto mismo y su interpretación como Lógica de clases sólo, reservando la interpretación como Lógica sentencial para el siguiente.

El desarrollo del cálculo de Boole se puede resumir así: De Morgan es su precursor (si bien publicó su obra capital al mismo tiempo que Boole en 1847); Boole presentó las líneas fundamentales de la teoría ese año; sin embargo en su exposición, falta todavía el concepto de suma lógica que aparece por primera vez en Peirce (1867), Schröder (1877) y Jevons (1890), lo mismo que el de inclusión que introducido primeramente por Gergonne (1816), fue formulado con claridad por Peirce (1870). El sistema de Schröder pasa por la conclusión de este desarrollo, si bien es, quizá, el de Peano (1889) el que puede considerarse como el verdadero remate del mismo.

A. De Morgan

El cálculo de Boole ha surgido, hasta cierto punto, de los conatos "clásicos" por ampliar la Silogística aristotélica (36.13 s.). Donde más claramente se advierte esto, es en la Silogística de Augusto De Morgan.

40.01 Pasaré ahora a una concepción más amplia de la sentencia y a la estructuración *(structure)* de una notación apta para representar sus diferentes casos.

Designemos, como es costumbre, la (sentencia) universal afirmativa por *A*, la particular afirmativa por *I*, la universal negativa por *E*, y la particular negativa por *O*. Estas son las expresiones simbólicas habituales para las sentencias: yo propongo, para la presente obra, los siguientes complementos. Adoptemos, respecto del sujeto y del predicado, un cierto

orden fijo como punto de referencia (*standard of reference*). Sea siempre este orden para las letras *X*, *Y*, *Z*, el alfabético: *X Y*, *Y Z*, *X Z*. Sean *x*, *y*, *z*, los nombres contrarios (*contrary*) de *X*, *Y*, *Z*, y adóptese el mismo orden en el punto de referencia. En el caso de que la elección (del sujeto y del predicado) se haga de entre *X*, *Y*, *Z*, represéntense las cuatro formas (sentenciales ordinarias antes citadas) por A_1, E_1, I_1, O_1; y si la elección se hace con sus contrarios (*contraries*), represéntense por *A′*, *E′*, *I′*, *O′*. Así, p. e., respecto de *Y* y *Z* (la proposición) "Todo *Y* es *Z*", es el A_1 de este par y serie; mientras que "Todo *y* es *z*", es el *A′*. Quisiera recomendar la denominación de *sub-A* y *super-A* del correspondiente par y serie, para A_1 y *A′*: inmediatamente se verá la ayuda que esto supone para la memoria. Lo mismo (se diga) para I_1 e *I′*, etc...

Empléense las siguientes abreviaciones:

X) *Y* significa "Todo *X* es *Y*". *X* . *Y* significa "Ningún *X* es *Y*". *X* : *Y* significa "Algunos *X* no son *Y*". *X Y* significa "Algunos *X* son *Y*".

De Morgan, desarrolló después otro simbolismo distinto. Aquí ofrecemos su descripción, más un cuadro comparativo, tomados de un artículo de 1856:

40.02 Sujeto y predicado, cuando se diferencian, han de escribirse antes y después de los símbolos de la cuantidad. El paréntesis que encierra un símbolo, como *X*), o (*X* significa que el símbolo (*name-symbol*) *X*, que quedaría incluido caso de que el círculo se cerrara, se toma en su totalidad (*universally*). Un paréntesis excluyente como)*X*, o *X*(, significa que el símbolo se toma particularmente (*particulary*). Un número par de puntos, o ninguno, colocado dentro del paréntesis, indica afirmación o asentimiento; un número impar, ordinariamente uno, indica negación o no asentimiento.

40.03 *Universales*

Primitivos	En mi obra de Lógica	Ambos	Notación propuesta ahora	Las mismas sentencias expresadas en el lenguaje corriente
A	A_1	*X*) *Y*	*X*)) *Y*	Todo *X* es *Y*
a	*A′*	*x*) *y* o *Y*) *X*	*x*)) *y* o *X* ((*Y*	Todo *Y* es *X*
E	E_1	*X*) *y* o *X* . *Y*	*X*)) *y* o *X*).(*Y*	Ningún *X* es *Y*
e	*E′*	*x*) *Y* o *x* . *y*	*x*)) *Y* o *X* (.) *Y*	Todo es *X* o *Y* o ambas cosas

Particulares

I	*I*1	*XY*	*X* () *Y*	Algunos *X* son *Y*
i	*I'*	*xy*	*x* () *y* o *X*)(*Y*	Algunas cosas no son ni *X* ni *Y*
O	O1	*Xy* o *X* : *Y*	*X* () *y* o *X* (.(*Y*	Algunos *X* no son *Y*
o	O'	*xY* o *Y* : *X*	*x* () *Y* o *X*).) *Y*	Algunos *Y* no son *X*

B. Boole

Boole, que fue el primero en proponer de una manera clara el programa de la Lógica matemática, fue el primero también en realizarlo en parte. Incluso se da una gran semejanza entre su relación respecto de Leibniz, y la de Aristóteles respecto de Platón: tanto en Boole como en Aristóteles encontramos, en efecto, no sólo ideas, sino un sistema.

Este sistema de Boole, se puede describir de la siguiente forma: en primer lugar se halla emparentado muy de cerca con la Aritmética, pues no usa más símbolos que los empleados por ella y sólo una ley (a saber $x^n = x$) distinta de la Aritmética corriente. Todos sus procedimientos están tomados de la simple Álgebra. Boole no tiene conciencia refleja de los métodos puramente lógicos (incluso de aquéllos que en Álgebra se emplean intuitivamente) como p. e., de las reglas de separación y de sustitución. De hecho tampoco la ley fundamental aludida hace variar mucho el carácter algebraico de su sistema: el Álgebra en él se halla limitada a los números 0 y 1.

El matematicismo de Boole llega incluso hasta el punto de —y ésta es la segunda característica de su doctrina— introducir en su sistema símbolos y procedimientos que o no admiten interpretación lógica, o sólo muy complicada y sin apenas interés. Entre éstos se encuentran, p. e., la sustracción y en especial la división, y números mayores que 1.

Es de interés, desde el punto de vista lógico, el hecho de que la disyunción (simbolizada por "$x + y$") se concibe como exclusiva, y la inclusión se representa por medio de una igualdad. Ambas cosas traen una serie de dificultades y complican innecesariamente el sistema, mas ambas son consecuencia de la orientación matematicista anotada.

Finalmente, se caracteriza en especial el sistema por el hecho de admitir una doble interpretación, como Lógica de las clases y Lógica sentencial.

En conjunto, el álgebra booleiana es, a pesar de sus puntos débiles, una de las escasas piezas de Lógica, bien logradas. Boole, en lo que a originalidad y haber abierto nuevas rutas se refiere, se asemeja a Aristóteles. Sin embargo, no es fácil citar un lógico —fuera de Frege—, que después del fundador de la Lógica, haya ofrecido algo tan original e innovador.

1. *Simbolismo y conceptos fundamentales*

40.04 Proposición I.

Todas las operaciones del lenguaje, como instrumento del raciocinio *(reasoning)*, pueden realizarse con la ayuda de un sistema de signos compuestos de los siguientes elementos:

1. Letras-símbolos como x, y, etc..., que representan tanto cosas, como objetos *(subjects)* de nuestros conceptos *(conceptions)*.

2. Signos de operaciones, como +, −, x para aquellas operaciones mentales por las que se componen o analizan los conceptos de cosas, de tal manera que se forman nuevos conceptos integrados por los mismos elementos.

3. El signo de identidad, =.

Y el empleo de estos signos de la Lógica se halla sometido a determinadas leyes que, en parte coinciden y en parte difieren de las leyes de los símbolos correspondientes en álgebra.

40.05 El símbolo 1, o la unidad, se empleará para representar el universo, y se ha de entender como abarcando todas las clases pensables de objetos, bien existan realmente *(actually)* o no; para esto hay que presuponer que el mismo individuo puede aparecer en más de una clase en cuanto puede poseer más de una cualidad en común con otros individuos. Para la representación de los miembros individuales de las clases, se emplearán las letras X, Y, Z; X se aplica a cualquier miembro de una clase, en cuanto miembro de esa clase particular; Y, a cualquier miembro de otra clase en cuanto miembro de tal clase, etc..., de acuerdo con el lenguaje corriente en los tratados de Lógica.

Hay que imaginar además una clase de símbolos x, y, z de la siguiente *(possessed of)* naturaleza *(character)*.

El símbolo x —en operaciones con objetos cualesquiera *(operating upon any subjetc)* que contienen individuos o clases— se supondrá que selecciona *(select)* de estos objetos todos los X que contienen... Si no se expresa ningún objeto, se tomará como tal el 1 (el universo), de forma que tendremos

(40.051) $x = x$ (1),

donde la significación de los dos términos es la selección *(selection)* del universo, de todos los X que contiene, y el resultado de la operación —expresado en lenguaje ordinario— la clase X, es decir, la clase cuyos miembros son todos X.

De estas premisas se seguirá que el producto xy representará sucesivamente la selección de la clase Y, y de los individuos de clase X tomados de la Y, de que dicho producto consta; el resultado será la clase cuyos miembros son tanto X como Y...

Por la naturaleza de las operaciones para las cuales están pensados los símbolos x, y, z, los denominaremos "símbolos selectivos". Una expresión en la que aparezcan los mismos, se denominará "función selectiva", y "ecuación selectiva", la ecuación cuyos miembros sean funciones selectivas...

1. El resultado de un acto de selección es independiente de la agrupación o clasificación del objeto.

Así, es indiferente el que de entre un grupo de objetos (*objects*) considerados como un todo, seleccionemos una clase X o el que dividamos el grupo en dos partes, seleccionemos los X por separado de cada una de ellas y unamos luego los resultados en un concepto combinado (*aggregate*).

Esta ley la podemos expresar matemáticamente mediante la ecuación

(40.052) $x\ (u + v) = xu + xv$

en la que $u + v$ representan el objeto (*subject*) sin dividir, y u y v las partes de que consta.

2. Es indiferente el orden de sucesión en que se realicen dos actos selectivos sucesivos.

Bien de la clase de los animales seleccionemos las ovejas, y de las ovejas las que tienen cuernos, bien seleccionemos de la clase de los animales, los que tienen cuernos, y de éstos las ovejas, el resultado permanece el mismo (*is unaffected*). En ambos casos llegamos a la clase *ovinos cornudos*.

La expresión simbólica de esta ley es

(40.053) $xy = yx$.

3. El resultado de un acto selectivo dado que se verifica en dos veces, o en el número sucesivo de veces que se quiera, es el mismo que el del acto realizado de una sola vez... Así, tenemos

(40.054) $xx = x$,

o $x^2 = x$;

y suponiendo que la misma operación se realiza n veces, tendremos que

(40.055) $x^n = x$,

que es la expresión matemática de la ley propuesta antes.

Las leyes que hemos propuesto en... forma simbólica, bastan como fundamento del cálculo. De la primera de ellas resulta evidente que los símbolos selectivos son *distributivos;* de la segunda, que son *conmutativos*, propiedades que tienen en común con los símbolos de la *cuantidad*, y en virtud de las cuales son aplicables a este sistema, todos los proce-

dimientos del Álgebra común. El único axioma, y suficiente, que se presupone para dicha aplicación, es que operaciones equivalentes realizadas con objetos equivalentes, dan resultados equivalentes.

A la tercera ley la llamaremos "ley-índice". Ésta es privativa de los símbolos selectivos.

2. *Aplicaciones*

Presentamos ahora dos ejemplos de la aplicación de los principios, en la obra de Boole. El primero se refiere a la ley de contradicción.

40.06 El axioma de los metafísicos denominado "principio de contradicción" que afirma que es imposible para cualquier ente poseer una cualidad y al mismo tiempo no poseerla, es una consecuencia de la ley fundamental del pensamiento, cuya expresión es $x^2 = x$.

Esta ecuación se puede escribir de esta forma

(40.061) $x^2 - x = 0$

de donde tenemos que

(40.062) $x(x - 1) = 0$, (1)

transformaciones que se justifican ambas por las leyes axiomáticas de la combinación y la transposición... Si damos al símbolo x, para simplificar la concepción *(conception)*, la interpretación especial *(particular)* de *hombre*, $1 - x$ expresará la clase de los "no-hombres"... Ahora bien, el producto formal de dos expresiones de clases distintas, expresa aquella clase de individuos que es común a ambas... $x(1 - x)$ representará, por tanto, la clase cuyos miembros son al mismo tiempo "hombres" y "no-hombres"; y la ecuación (1) expresa, por consiguiente, el principio *de que una clase cuyos miembros son al mismo tiempo hombres y no-hombres, no existe.* Con otras palabras, *que es imposible para el mismo individuo ser al mismo tiempo hombre y no-hombre.* Ampliemos ahora la significación del símbolo x de la representación *(representing)* de "hombre" a la de cualquier clase de entes caracterizada por poseer una cualidad cualquiera; la ecuación (1) expresará entonces que es imposible para un ente poseer una cualidad y no poseer al mismo tiempo la misma cualidad. Pero esto es idéntico al axioma que Aristóteles señala *(described)* como el fundamental de la Filosofía...

No se ha aducido esta interpretación porque tenga un valor inmediato en el presente sistema, sino como ilustración de un hecho importante de la filosofía de la facultad *(power)* intelectual, a saber, que lo que se ha considerado comúnmente como el axioma fundamental de la Metafísica, no es más que una consecuencia de una ley del pensamiento, matemática en su forma.

El segundo ejemplo lo tomamos de la aplicación del método de Boole, al ámbito de la Silogística.

40.07 La ecuación por la que expresamos cualquier sentencia relativa a las clases X e Y, es una ecuación entre los símbolos x e y; y la ecuación por la que expresamos cualquier sentencia sobre las clases Y y Z, es una ecuación entre los símbolos y y z. Si de tales ecuaciones eliminamos y, el resultado —caso de no desaparecer— será una ecuación entre x y z, que será interpretable dentro de una sentencia relativa a las clases X y Z. Y entonces se constituirá el tercer miembro, o conclusión, de un silogismo cuyas premisas son las dos sentencias dadas.

El resultado de la eliminación de y de las ecuaciones

$$\begin{aligned} ay + b &= 0 \\ a'y + b' &= 0, \end{aligned} \qquad (14)$$

es la ecuación

$$ab' + a'b = 0. \qquad (15)$$

40.08 Ej. *AA*, fig. 1, y por mutación de las premisas (cambio de orden), *AA*, fig. 4.

Todos los Y son X, $y(1 - x) = 0$, o $(1 - x)y = 0$,
Todos los Z son Y, $z(1 - y) = 0$, o $zy - z = 0$.
Si eliminamos y en virtud de (15), tenemos que

$$z(1 - x) = 0,$$

$\therefore$ Todos los Z son X.

En ambos textos se trata de dos aplicaciones del procedimiento de Boole a problemas tradicionales sobre relaciones lógicas entre *dos* objetos (clases, sentencias). Mas lo interesante en este cálculo, desde el punto de vista histórico, es su aplicabilidad a más de dos objetos, con lo que quedan rebasadas las fronteras de la Lógica "clásica". Más adelante (41.03) presentamos un ejemplo.

C. La suma Lógica

El primitivo cálculo de Boole, tenía, desde el punto de vista de la Lógica dos fallos principales, debidos ambos a su matematicismo extremo: se concebía la disyunción como exclusiva, y no se asignaba ningún símbolo a la inclusión, que desde luego es fundamental en Lógica. El primero fue corregido por Jevons que se opuso enérgicamente a ese matematicismo e introdujo la disyunción no exclusiva.

40.09 En Lógica pura no existen operaciones como la adición, sustracción...

40.10 La adición, sustracción, multiplicación y división son (todas) igualmente válidas *(true)* como modos del raciocinio *(reasoning)* con números, donde nos encontramos con la condición lógica de la unidad como limitación continua. Pero la adición y la sustracción, ni existen ni

dan resultados verdaderos en Lógica pura, libre de las condiciones del número.

Tomemos, p. e., la sentencia lógica

$$A + B + C = A + D + E$$

que significa que *lo que es A o B o C, es A o D o E* y *viceversa*.

Como aquí no hay restricción alguna exterior en el significado, excepto que algunos términos han de tener siempre el mismo significado, no podemos saber de entre *A, D, E,* cuál es *B,* ni cuál es *C*... La sentencia sola no nos da tal información.

De manera mucho más clara, y con un simbolismo apropiado, si bien todavía primitivo, se declaró a favor de la misma diferencia y contra el matematicismo de Boole, Charles S. Peirce (1867).

40.11 $a + b$ representa todos los individuos que se hallan comprendidos bajo *a* y *b* a la vez. En dos aspectos se diferencia la operación aquí realizada de la adición aritmética: primero, en que se refiere a la identidad y no a la igualdad; y segundo en que lo común a *a* y *b* no se toma en consideración dos veces *(taken into account)* como sucedería en Aritmética. Con todo, la primera de estas diferencias no tiene importancia *(amounts to nothing)* porque el signo de identidad indicaría la distinción en que se funda; podemos decir, por consiguiente, que

(1) Si ningún *a* es *b* $\quad a +_{,} b =_{,} a + b$.

Es claro que

(2) $a +_{,} a =_{,} a$

y también que el proceso representado por $+_{,}$ y que yo llamaré proceso de *adición lógica,* es conmutativo y asociativo. Esto significa que

(3) $a +_{,} b =_{,} b +_{,} a$

y que

(4) $(a +_{,} b) +_{,} c =_{,} a +_{,} (b +_{,} c)$.

Adviértase con esta ocasión, que es ésta la *tercera vez* —después de Galeno (20.14) y Burleigh (30.13)— que consignamos el descubrimiento de la disyunción no exclusiva.

Sin embargo, hasta Peano (41.20) no encontramos un simbolismo completamente distinto del matemático.

D. La inclusión

La introducción del concepto y del signo de inclusión, tiene una historia relativamente larga. El símbolo moderno apareció 30 años antes del *Analysis* de Boole, y con independencia completa de su cálculo, en el *Essai de dialectique rationelle* de J. D. Gergonne, 1816/17. (Los paréntesis que encierran las mayúsculas en cursiva, son del mismo Gergonne).

40.12 Los símbolos para representar estas relaciones, los hemos elegido de la forma que nos ha parecido la más apropiada para relacionar el signo con la cosa representada. Y es éste un empeño que —por muy infantil que a primera vista parezca— consideramos de la mayor importancia. La letra *(H)*, inicial de la palabra *Hors* (fuera), representa el sistema de dos ideas cada una de las cuales está completamente fuera de la otra como lo están los dos trazos verticales de esta letra. Estos dos trazos se pueden considerar de forma que se crucen para formar la letra *(X)*, que es la indicada para representar el sistema de dos ideas que en cierto modo se cruzan o cortan. Los mismos trazos se pueden considerar, finalmente, unidos para formar la letra *(I)* que es la que empleamos para representar el sistema de dos ideas que coinciden exactamente la una con la otra; además, esta letra es la inicial de la palabra *identidad* (Identité), denominación que corresponde al tipo de relación de la que aquí se trata. A esto se puede añadir la observación de que las tres letras *(H, X, I)* lo mismo que las relaciones que están destinadas a retener, son simétricas de forma que su figura no varía al ser invertida. Esto no sucede en cambio con la letra *(C)* que, al invertirse se cambia en (Ɔ). Por esta razón hemos reservado esta letra para designar una relación en la cual las dos ideas no juegan el mismo papel, una relación que no es recíproca. Esta letra es, además, la inicial de las dos palabras *Contenante* (continente) y *Contenue* (contenido) que expresan justamente la situación relativa de las dos ideas.

Fue, sin embargo, Charles S. Peirce quien en 1870 elaboró sistemáticamente el concepto de inclusión.

40.13 *Inclusión en (inclusion in)* o *ser tan pequeño como (being as small as)* es una relación *transitiva. Implica* la consecuencia de que

si $x \prec y$,
e $y \prec z$,
entonces $x \prec z$.

Igualdad (equality) es la conjunción de ser tan pequeño como y de su conversión. Decir que $x = y$, es decir, que $x \prec y$ e $y \prec x$.

(Nota al pie de página): Uso el signo $\prec$ en lugar de $\leqq$. Las razones para no ver con agrado este último signo, son que no se puede escribir lo bastante rápido, y que la relación que expresa parece como si resultara de otras dos, que en realidad son una complicación de la primera *(are complications of this)*. Se admite en general que un concepto *(conception)* superior es lógicamente más simple que otro inferior (incluido) en él *(under it)*. Se sigue, por consiguiente, de las relaciones entre extensión y comprensión, que en el cualquier estadio del conocimiento, un concepto *(conception)* más amplio *(broader)* es más simple que otro

menos amplio comprendido dentro de él. Pues bien, toda igualdad es una inclusión en, pero la conversión no es verdad; por lo tanto, inclusión en es un concepto más amplio (*wider*) que igualdad, y por ello lógicamente más simple. Fundándose en el mismo principio, inclusión en es también más simple que ser menor que. El signo $\leqq$ parece incluir (*involve*) una definición por enumeración; y una definición tal, está en contra de las leyes de la definición.

Schröder introduce y discute, en el mismo comienzo, el signo de inclusión:

40.14 Juicios categóricos de la especie más simple son, p. e., las proposiciones admitidas como verdaderas en Química:

"[Todo] *el oro es un metal*", "[Toda] *la sal es cloruro sódico*". — En ellas podemos apoyar con toda facilidad ya las aclaraciones fundamentales de nuestra disciplina.

Las dos sentencias tienen la misma cópula... No obstante, la relación *fáctica* entre el sujeto de la sentencia y su predicado aparece en el primer ejemplo como algo esencialmente distinto que en el segundo, en cuanto que a la inversa *el metal no es siempre oro*, mientras, por el contrario, *todo cloruro sódico es también sal*. Esta diferencia no está expresada en forma que salte a la vista, en las sentencias de más arriba.

Si se quiere expresar, mediante un *signo de relación, de una manera más exacta de lo que aquellas sentencias lo hacen*, la relación fáctica entre el sujeto y el predicado, habrá que elegir para el primer ejemplo un signo distinto que para el segundo. Habría que escribir algo así como:

El oro $\subset$ *un metal* *La sal* = *cloruro sódico*...

40.15 ...El otro signo $\subset$ se leería: "*subordinado*". Se llamaría *signo de subordinación*, y una afirmación como

$a \subset b$,

una "*subordinación*" [*subordinatio*]. El signo está formado de una manera parecida, y hasta cierto punto copiando el "signo de desigualdad" empleado en aritmética, a saber, el signo $<$ usado para "*menor* [que]". Como es sabido, en sentido contrario se puede leer como "mayor" $>$, siendo así fácil de grabar su significación en la memoria —bien se lea hacia adelante o hacia atrás— teniendo presente que el signo se ensancha siempre del valor menor al mayor, o que del valor mayor hacia el menor se va aguzando. De forma análoga, cuando nuestro signo de subordinación, se lea hacia atrás, en posición invertida $\supset$ significará "*superordenado*" [*superordiniert*]. La mencionada subordinación puede también [con otras palabras] escribirse hacia atrás, como una "*superordinación*" [*superordinatio*]:

$b \supset a$

y esta sentencia afirmará exactamente lo mismo que la anterior.

40.16 La cópula "es" expresará, bien una, bien otra de las dos relaciones que hemos representado por medio de los signos ⊂ y =. Para su representación, se recomienda por este motivo, sobre todos los demás el signo € que resulta de la composición de los dos últimos, pues resulta inmediatamente y —por así decirlo— de por sí inteligible, y fácil de retener en la memoria. Este signo en forma desarrollada ha de leerse "*subordinado o igual*"...

A una afirmación del tipo de

a € *b*

la denominaremos una *subsumpción,* y al signo € *signo de subsumpción.*

E. Peano

La conclusión de todo este desarrollo la encontramos en el simbolismo propuesto por Giuseppe Peano en el año 1889, que se extiende considerablemente más que el cálculo booleiano al que conduce a su forma definitiva. En el párrafo siguiente (41.20) vamos a exponer lo fundamental del mismo.

III. LÓGICA SENTENCIAL

§ 41. LÓGICA SENTENCIAL: CONCEPTOS FUNDAMENTALES Y SIMBOLISMO

Vamos a exponer, en primer lugar, el desarrollo de la doctrina sobre los functores sentenciales y otros elementos fundamentales de la Lógica sentencial. Fueron éstos formulados por primera vez, en el período moderno de la Lógica, por Boole, y precisamente como la segunda interpretación posible de su cálculo (1847). En Mc. Coll (1877), encontramos una formulación más precisa. Como en muchos aspectos de la Lógica formal, también aquí marca un nuevo comienzo el *Begriffsschrift* de Frege (1879). Presentamos dos importantes textos de Peirce en conexión con la doctrina de la implicación de Frege.

Más tarde (1889), propuso Peano un simbolismo considerablemente más fácil de leer que el de Frege, y del que Russell presenta sólo divergencias sin importancia. Por el contrario, el simbolismo creado posteriormente por Łukasiewicz, en dependencia de Frege, vuelve a ser esencialmente distinto del de Peano.

A. Boole

Se lee en el *Analysis:*

41.01 Hay dos fórmulas, y solamente dos, de silogismo condicional:

1. La constructiva:

   Si *A* es *B*, entonces *C* es *D*,
   ahora bien, *A* es *B;* luego *C* es *D*.

2. La destructiva:

   Si *A* es *B*, entonces *C* es *D*,
   ahora bien, *C* no es *D;* luego *A* no es *B*...

Si examinamos cualquiera de las dos formas de silogismo condicional arriba expuestas, veremos que la validez del argumento no depende de consideración alguna que se refiera a los términos *A, B, C, D,* conside-

rados como representación de individuos o clases. De hecho, las sentencias "A es B", "C es D", las podemos representar por los símbolos arbitrarios *X* e *Y*, p. e., y expresar nuestros silogismos de las formas que siguen:

Si *X* es verdadero, entonces es verdadero *Y*,
ahora bien, *X* es verdadero; luego es verdadero *Y*.

Por lo tanto, lo que tenemos que considerar son, no objetos y clases de objetos, sino las verdades de las sentencias, e. d., de aquellas sentencias elementales que han tomado cuerpo en los términos de nuestras premisas hipotéticas.

41.02 Si nos limitamos a la consideración de una sentencia dada *X*, dejando de lado toda otra consideración, se podrán imaginar sólo dos casos, a saber, primero, que la sentencia dada sea verdadera, y segundo, que sea falsa. Como entre estos (dos) casos juntos componen el universo de la sentencia, y el primero se representa por el símbolo selectivo x, el segundo se representará por el símbolo $1 - x$.

Mas si se atiende a otras consideraciones, cada uno de estos casos se puede resolver en otros individualmente de menor extensión, y cuyo número dependerá del número de consideraciones extrañas tenidas en cuenta. Así, si unimos *(associate)* las sentencias *X* e *Y*, el número total de casos pensables se puede representar en el siguiente esquema:

	Casos	*Expresiones selectivas*
1.	*X* verdadero, *Y* verdadero	xy
2.	*X* verdadero, *Y* falso	$x(1-y)$
3.	*X* falso, *Y* verdadero	$(1-x)y$
4.	*X* falso, *Y* falso	$(1-x)(1-y)$

41.03 Y hay que notar que por muchos o pocos que puedan ser estos factores, la suma de las expresiones selectivas que representan cada uno de los casos imaginables, es la unidad. Consideremos ahora las tres sentencias: *X* – llueve, *Y* – graniza, *Z* – hace frío. Los casos posibles son los siguientes:

	Casos	*Expresiones selectivas*
1.	Llueve, graniza y hace frío	xyz
2.	Llueve y graniza, pero no hace frío	$xy(1-z)$
3.	Llueve y hace frío, pero no graniza	$xz(1-y)$
4.	Hace frío y graniza, pero no llueve	$yz(1-x)$
5.	Llueve, pero ni graniza ni hace frío	$x(1-y)(1-z)$
6.	Graniza, pero ni llueve ni hace frío	$y(1-x)(1-z)$
7.	Hace frío, pero ni graniza ni llueve	$z(1-x)(1-y)$
8.	Ni llueve, ni graniza, ni hace frío	$(1-x)(1-y)(1-z)$
		Suma $= 1$

41.04 ...Para expresar que una sentencia dada, X, es verdadera. El símbolo $1 - x$ selecciona aquellos casos en los que la sentencia X es falsa. Pero si la sentencia es verdadera, entonces no hay tales casos en su universo hipotético, y por consiguiente

$$1 - x = 0$$

o

$$x = 1.$$

Para expresar que una sentencia dada, X, es falsa.

El símbolo selectivo x selecciona todos aquellos casos en los cuales la sentencia es verdadera, y por lo tanto, si la sentencia es falsa

$$x = 0.$$

Estos principios, al igual que los de la Lógica de clases, se aplican a la práctica silogística.

Adviértase la semejanza del cuadro de los cuatro casos presentados en 41.02, con la matriz de verdad filónica (20.05). Como ya antes se ha advertido, el cálculo booleiano no dispone de signo ni para la implicación, ni para la negación; ambas se representan por medio de fórmulas más complejas. En lugar de la suma lógica, presenta Boole el concepto de disyunción exclusiva. A esto se añade que la Lógica sentencial aparece como una disciplina coordinada, si no ya subordinada, a la Lógica de clases, en contraste con la clara visión del carácter fundamental de la Lógica sentencial, de Estoicos y Escolásticos.

B. McColl

Pasando por alto el desarrollo ocurrido entre 1847 y 1877 —sobre todo los trabajos de Jevons y Peirce—, vamos a ofrecer en su lugar un texto de Hugh McColl, de 1877, en el que la Lógica sentencial se emancipa del cálculo clásico, para aparecer con todos los símbolos anteriormente transcritos. Este texto representa, en cierta medida, el momento cumbre de la Lógica matemática antes de Frege.

41.05 *Definición 1.* — Supongamos que símbolos cualesquiera, p. e., A, B, C, etc., designan enunciados o *sentencias,* clasificadas en un cuadro para facilitar la referencia a las mismas. Entonces la ecuación $A = 1$ afirma que la sentencia A *es verdadera.* La ecuación $A = 0$ afirma que la sentencia A es *falsa;* y la ecuación $A = B$ afirma que A y B son sentencias *equivalentes.*

41.06 *Definición 2.* — El símbolo $A \times B \times C$, o ABC designa una sentencia *compuesta;* las sentencias A, B, C pueden llamarse sus *factores.* La ecuación $ABC = 1$ afirma que *las tres sentencias son verdaderas.* La ecuación $ABC = 0$ afirma que las tres sentencias *no* son verdaderas, *es decir,* que al menos *una* de las tres es falsa. De igual forma puede definirse una sentencia compuesta de un número cualquiera de factores.

41.07 *Definición 3.* — El símbolo $A + B + C$ designa una sentencia *indeterminada;* las sentencias A, B, C pueden llamarse sus *términos.* La ecuación $A + B + C = 0$ afirma que las tres sentencias son *falsas;* la ecuación $A + B + C = 1$ afirma que las tres *no* son falsas, *es decir,* que al menos *una* de las tres es verdadera. De igual manera se puede definir una sentencia indeterminada con un número cualquiera de términos.

41.08 *Definición 4.* — El símbolo A' es la negación de la sentencia A. Las dos sentencias A y A' se hallan en relación tal que cumplen las dos ecuaciones $A + A' = 1$ y $AA' = 0$; es decir, que una de las dos (bien sea A o A') ha de ser verdadera y la otra falsa. El mismo símbolo (e. d. la *comilla*) convertirá cualquier sentencia compuesta, en su negación. Así $(AB)'$ p. e., es la negación de la sentencia compuesta AB...

41.09 *Definición 5.* — Cuando solamente *uno* de los términos de una sentencia indeterminada $A + B + C + \ldots$ puede ser verdadero, o cuando no pueden serlo dos de ellos al tiempo, se dice de los mismos que son mutuamente inconsistentes o exclusivos.

41.10 *Definición 12.* — El símbolo $A : B$ [que se puede llamar una *implicación*] afirma que la sentencia A implica a B; o que siempre que A es verdadera, lo es también B.

Nota. — Es evidente que la implicación $A : B$ y la ecuación $A = AB$ son sentencias equivalentes.

C. Frege

1. *Contenido y proposición*

Con Gottlob Frege comienza un nuevo período de la Lógica sentencial. Ya en su primera obra —el *Begriffsschrift,* de 1879— aparecía en forma abreviada, una exposición clara y profunda de una larga serie de intuiciones desconocidas para sus inmediatos predecesores, a la vez que una formulación más perfecta de lo ya conocido por ellos. Presentemos, en primer lugar, un texto relativo a la Semántica más bien que a la Lógica, en el que el gran pensador expone el objeto de su Lógica sentencial y el "guión de juicio":

41.11 Un juicio se expresará siempre con la ayuda del signo

$$\vdash$$

que se coloca a la izquierda del signo o conjunto de signos que declaran el contenido del juicio. Si se *suprime* el pequeño tramo vertical en el extremo izquierdo del horizontal, el juicio se convierte en una *mera combinación representativa* de cuya verdad el autor no declara si la reconoce o no. Supongamos, p. e., que

$$\vdash A$$

representa el juicio: "los polos magnéticos de distinto signo se atraen"; tendremos entonces que

—— *A*

no expresa este juicio, sino que ha de suscitar simplemente en el lector la idea de atracción mutua de los polos magnéticos de distinto signo, como para sacar de ella consecuencias y contrastar con ella la rectitud del pensamiento. En este caso lo *transcribimos* por medio de las locuciones *"la circunstancia de que", "la proposición que"*.

No todo contenido puede convertirse en un juicio por medio del signo ⊢— colocado delante del suyo, como es, p. e., el caso del concepto "casa". De acuerdo con esto, distinguimos entre contenidos *iudicables e iniudicables*.

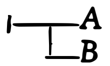
El tramo horizontal del signo ⊢— *agrupa en un todo los signos que le siguen, y refiere a ese todo la aserción expresada por el tramo vertical del extremo izquierdo del horizontal.* El tramo horizontal podría llamarse *guión de contenido* y el vertical *guión de juicio*. El guión de contenido serviría, a parte de esto, para poner en relación a cualesquiera signos, con el conjunto de los signos que siguen. *Lo que sigue al guión de contenido, debe tener siempre un contenido iudicable.*

2. *Implicación*

A continuación expone Frege el concepto de implicación filónica sin conocer nada a este respecto, al contrario de Peirce (41.14), ni de Filón ni de la Escolástica. Lo curioso aquí es que procede casi exactamente igual que Filón.

41.12 Si *A* y *B* representan contenidos iudicables, se dan las cuatro posibilidades siguientes:

1) Se afirma *A* y se afirma *B*;
2) Se afirma *A* y se niega *B*;
3) Se niega *A* y se afirma *B*;
4) Se niega *A* y se niega *B*.

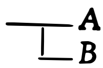


representa, pues, el juicio *en el que no se realiza la tercera de estas posibilidades, sino una de las otras tres.* Si se niega

———┬— *A*
      └— *B*

se afirma, en consecuencia, que se realiza la tercera posibilidad, es decir, que se niega *A* y se afirma *B*.

De los casos en que se afirma

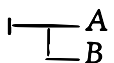


resaltemos los siguientes:

1) Se ha de afirmar *A*. En este caso el contenido de *B*, es completamente indiferente. Supongamos, p. e., que ⊢— *A* significa: $3 \times 7 = 21$, y *B* la circunstancia de que brilla el sol. Solamente los dos primeros de los cuatro casos, son aquí posibles. No es necesaria una relación causal entre ambos contenidos.

2) Se ha de negar *B*. En este caso el contenido de *A* es indiferente. Supongamos, p. e., que *B* significa el hecho de la posibilidad del *perpetuum movile*, y *A* el hecho de la infinitud del mundo. Aquí sólo son posibles el segundo y cuarto casos. No es necesaria una relación causal entre *A* y *B*.

3) El juicio



se puede emitir sin saber si *A* y *B* se han de afirmar o negar. Supongamos, p. e., que *B* significa la circunstancia de que la luna está en cuadratura, y *A* que aparece semicircular. En este caso se puede traducir



con la ayuda de la partícula "si": "si la luna está en cuadratura, aparece semicircular". Sin embargo, no se expresa por medio de nuestro signo el nexo causal que radica en la palabra "si", por más que un juicio de este tipo no puede emitirse más que sobre la base de semejante nexo. Este es, en efecto, algo universal que no viene expresado, sin embargo, todavía aquí.

El texto requiere algunas aclaraciones. En primer lugar, Frege emplea —en contra de la costumbre general (pero con Aristóteles)— "*A*" para el consecuente y "*B*" para el antecedente; de esta forma el antecedente queda *debajo*. Si se presta atención, se observará que el esquema excluye únicamente el caso en que el antecedente (*B*) es verdadero y el consecuente (*A*) es falso; en todos los otros tres casos la sentencia es verdadera. Nos encontramos, por tanto, casi exactamente con la misma situación que en Filón (20.05): en la implicación filónica, el esquema es un símbolo. Significa "si *B*, entonces *A*" en el sentido filónico de "si".

Es importante la insistencia en el hecho de que la implicación no tiene *nada* que ver con el nexo causal existente entre los hechos expresados por el antecedente y el consecuente.

D. Peirce

Hasta 1918 no se usó en Lógica matemática —al contrario de lo que sucedió en el período estoico y escolástico— más que la implicación filónica. En un texto relativamente tardío de Peirce (1902), encontramos una de las mejores justificaciones de este concepto que tan extraño resulta al hombre de la calle.

41.13 Será bien empezar por definir el significado de una sentencia hipotética en general. No nos interesan cuáles puedan ser los usos del lenguaje: éste ha modificado su significado en las fórmulas técnicas de la Lógica, igual que en otros tipos de expresiones especializadas *(special)*. La cuestión está en cuál es el sentido más frecuentemente asignado a la sentencia hipotética en Lógica. La peculiaridad de la sentencia hipotética está en que sale fuera del estado de cosas real, y declara lo que *ocurriría* si las cosas fueran de esta manera distinta a como son o pueden ser. La ventaja de esto, está en que nos coloca en posesión de una regla, a saber, "Si *A* es verdadero, es verdadero *B*", tal que, si más tarde llegáramos a saber lo que ahora no sabemos, e. d., que *A* es verdadero, entonces en virtud de esta regla, nos encontraríamos con que sabemos además otra cosa, a saber, que *B* es verdadero. No puede haber duda alguna de que lo posible, en su significación primaria, es aquello que —en cuanto nosotros sabemos— puede ser verdadero (y) cuya falsedad no conocemos. Se alcanza, en consecuencia, esta meta, si dentro del ámbito entero de la posibilidad, en cualquier estado de cosas en el que *A* es verdadero, lo es también *B*. Un único estado de cosas puede, por tanto, dejar en falso *(falsified)* a la sentencia hipotética, aquel en que siendo *A* verdadero, *B* es falso. No pueden dejarla en falso ni un estado de cosas en que *A* sea falso, ni otro en que *B* sea verdadero. Por consiguiente, si *B* es una sentencia verdadera en cualquier caso, dentro del ámbito entero de la posibilidad, tenemos que considerar verdadera la sentencia hipotética tomada en sentido lógico, cosa que siempre puede ser el uso ordinario del lenguaje. Si por otra *A* no es verdadero en ningún caso, dentro del ámbito entero de la posibilidad, (entonces) es completamente indiferente considerar la (sentencia) hipotética como verdadera o como falsa, por carecer de utilidad. Pero será más sencillo clasificarla dentro de las sentencias verdaderas, pues los casos en que el antecedente es falso, no dejan en falso a la (sentencia) hipotética en ningún otro caso.

En todo caso, este es el significado que yo daré a la sentencia hipotética en general en este trabajo.

Resulta de interés también la siguiente nota del mismo Peirce (1896):

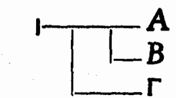
41.14 Si bien es verdad que la doctrina filónica nos conduce ante dificultades *(inconveniences)*, como resultar verdadero —como una con-

secuencia *de inesse*— que si el diablo fuese elegido presidente de los Estados Unidos, resultaría (porque no será elegido) en gran medida provechoso para el bienestar espiritual del pueblo; con todo, el profesor Schröder y yo preferimos levantar el álgebra de las relaciones sobre esta concepción de la sentencia condicional. El inconveniente, después de todo, deja de parecer importante desde el momento que tenemos en cuenta *(reflect)* que nada de lo que puede considerarse como significado de la sentencia condicional, puede jamás expresarse por medio de una combinación *(complexus)* de (sentencias) condicionales filónicas y negaciones de (sentencias) condicionales.

E. Aplicaciones del simbolismo en Frege

Algunos ejemplos de las aplicaciones del esquema de implicación de Frege, harán más inteligibles sus ideas fundamentales.

41.15 Llamemos al tramo vertical que une los dos horizontales *guión condicional*... Según esto es fácil de ver que



niega el caso en que se niega *A* y se afirma *B* y Γ.

Lo mismo que

——*A* y Γ
 └—*B*

Tenemos, pues, en primer lugar la negación del caso en que se niega

——*A*
 └—*B*

se considera compuesto de *A* y *B*, aquél se ha de considerar igualmente compuesto de

——*A*
 └—*B*

y se afirma Γ. La negación de

——*A*
 └—*B*

significa que se niega *A* y se afirma *B*. De aquí resulta lo que se ha dicho antes.

41.16 De la aclaración hecha en el § 5 (41.12) se desprende que de los dos juicios

$$\vdash\!\!\!\!\!\begin{array}{l}\text{———}A\\ \quad\text{└—}B\end{array} \quad \text{y} \quad \vdash\!\text{—}B$$

se sigue el nuevo juicio

$$\vdash\!\text{—}A$$

De los cuatro casos enumerados más arriba, quedan excluidos el tercero por

$$\vdash\!\!\!\!\!\begin{array}{l}\text{———}A\\ \quad\text{└—}B,\end{array}$$

y el segundo y el cuarto por

$$\vdash\!\text{—}B$$

de forma que no queda más que el primero.

41.17 Supongamos, p. e., que X representa el juicio

$$\vdash\!\!\!\!\!\begin{array}{l}\text{———}A\\ \quad\text{└—}B\end{array}$$

o uno tal que contenga como un caso particular a

$$\vdash\!\!\!\!\!\begin{array}{l}\text{———}A\\ \quad\text{└—}B.\end{array}$$

La deducción la escribo entonces de esta forma

$$(X) : \frac{\vdash\!\text{—}B}{\vdash\!\text{—}A.}$$

Ahora puede el lector formar con $\vdash\!\text{—}B$ y $\vdash\!\text{—}A$ el juicio

$$\vdash\!\!\!\!\!\begin{array}{l}\text{———}A\\ \quad\text{└—}B\end{array}$$

y ver si coincide con el citado juicio X.

F. Negación y suma en Frege

Frege emplea los mismos esquemas junto con el "guión de negación", para expresar la suma Lógica.

41.18 Si al guión de contenido se le añade, por su parte inferior, un pequeño tramo vertical, con ello se expresará la circunstancia *de que el contenido no llega a tener lugar*. Así, p. e.,

$$\vdash\!\!\!\top\!\text{—}A:$$

significa "*A* no tiene lugar". A este pequeño guión vertical lo llamo *guión de negación.*

41.19 Vamos a considerar ahora algunos casos en los que se encuentran combinados los signos de condicionalidad y negación.

A
B

significa: "no tiene lugar el caso en que se afirma *B* y se niega la negación de *A*"; con otras palabras: "la posibilidad de afirmar ambos, *A* y *B*, no existe"; o "*A* y *B* se excluyen mutuamente". No quedan, por consiguiente, más que estos tres casos:

se afirma *A* y se niega *B*;
se niega *A* y se afirma *B*:
se niega *A* y se niega *B*.

De acuerdo con esto es fácil precisar la significación de cada una de las tres partes del guión horizontal que precede a *A*.

A
B

significa: "el caso en que se niega *A* y se afirma la negación de *B*, no se da"; o "*A* y *B* no pueden ser ambos negados". No quedan más que las siguientes posibilidades:

se afirma *A* y se afirma *B*;
se afirma *A* y se niega *B*;
se niega *A* y se afirma *B*.

A y *B* agotan entre los dos todo el ámbito de la posibilidad. Las palabras "o" y "o — o", se emplean, pues, de dos maneras:

"*A* o *B*"

significa, en primer lugar, lo mismo que

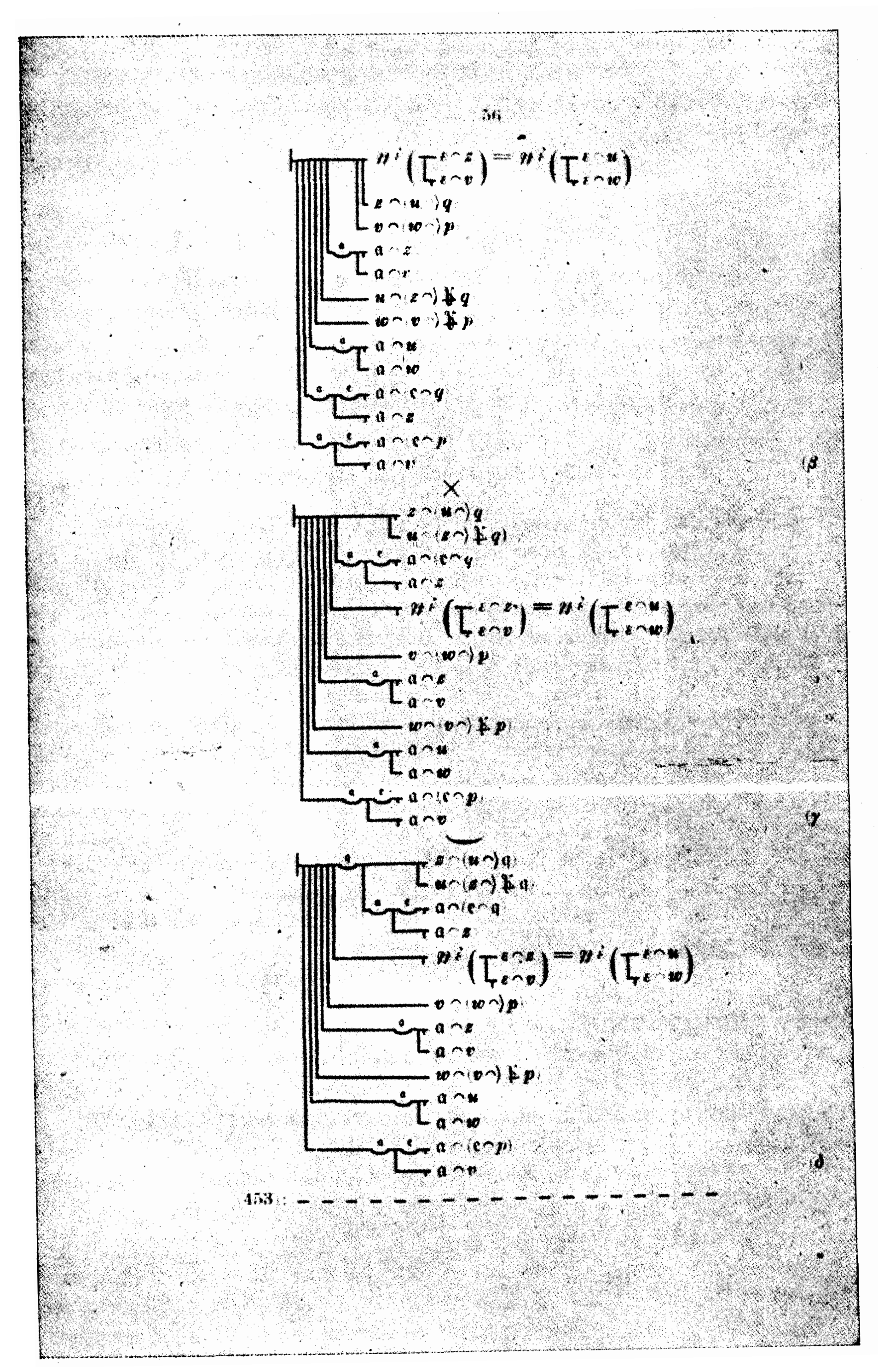
A
B,

es decir, que no se puede pensar nada fuera de *A* y *B*. P. e., si se calienta una masa gaseosa aumenta de volumen o aumenta de tensión. En segundo lugar, la expresión

"*A* o *B*"

reúne en sí los significados de

A y de A
B B



Ejemplo para el simbolismo de Frege, tomado del Begriffsschrift, pág. 56.
(Véase pág. 331)

de forma que, en consecuencia, primero, no hay otra tercera posibilidad fuera de *A* y *B*, y segundo, *A* y *B* se excluyen. De las cuatro posibilidades no quedan, pues, en pie más que las dos siguientes:

se afirma *A* y se niega *B*;
se niega *A* y se afirma *B*.

De los dos usos de la expresión "A o *B*", el más importante es el primero, es decir, aquel en que no se excluye la coexistencia de *A* y *B*, *siendo éste el sentido en que vamos a usar la palabra* "o". Quizá sea conveniente establecer entre "o" y "o — o" la diferencia de que solamente el último tiene el sentido secundario de mutua exclusión.

G. Los símbolos de Lógica sentencial de Peano

El simbolismo de Frege tiene la notable propiedad de ser bidimensional. Con ello se sale del marco de la práctica histórica de la Humanidad, que ha fijado casi siempre sus pensamientos en escritura unidimensional. Hay que reconocer que esta innovación revolucionaria tiene un gran mérito: ante todo el de haber proporcionado una considerable amplitud a las posibilidades expresivas de la escritura. Pero esto fue, justamente, demasiado revolucionario: el simbolismo de Frege pareció a la mayoría ininteligible, y el desarrollo ulterior, no arrancó de Frege. Schröder no le cita en 1892; Russell confiesa en 1903 que hubiera aprendido mucho de él si lo hubiera conocido; pero como no lo conoció, siguió a Peano. La Lógica matemática moderna, a pesar de la menor profundidad de pensamiento de su autor si se le compara con Frege, entronca con el simbolismo de Peano.

Por este motivo presentamos aquí un texto de su *Arithmetices Principia* (1889), en el que propone este simbolismo de intuitiva claridad y riqueza de contenido, de la Lógica sentencial.

41.20 *I. Reglas de puntuación.*

Con las letras *a, b, ... x, y ..., x′, y′, ...* designamos cualquier ente indeterminado. Los entes determinados los designamos con las letras *P, K, N*...

En la mayoría de los casos los signos los escribimos en una línea. Para que se vea el orden en que se deben unir, empleamos el paréntesis como en álgebra, o *puntos* . : .˙. ::, etc.

Si una fórmula se halla dividida por puntos, quiere decir que en primer lugar hay que reunir los signos que no están separados por ningún punto, luego los que lo están (sólo) por un punto, después los que por dos, etc.

Sean *a, b, c...,* p. e., unos signos cualesquiera. Tendremos que *ab . cd* significa *(ab) (cd)*; y *ab . cd : ef . gh .˙. k*, significa (((*ab*)(*cd*))((*ef*)(*gh*)))*k*.

Cuando hay fórmulas con puntuación distinta, pero con el mismo sentido, se pueden omitir los puntos; lo mismo que cuando es sólo una fórmula la que tiene un sentido, y es esa precisamente la que nosotros queremos escribir.

Para evitar el peligro de ambigüedad, no empleamos los signos de las operaciones aritméticas.

() es la única forma de paréntesis. Si en una misma fórmula aparecen paréntesis y puntos, se han de agrupar primero los signos incluidos dentro de los paréntesis.

II. Sentencias.

Con el signo *P* se designa una *sentencia.*

El signo ∩ se lee *y (et)*. Sean *a* y *b* dos *sentencias; a* ∩ *b* será la afirmación simultánea de las sentencias *a* y *b*. De ordinario, para mayor brevedad, en lugar de *a* ∩ *b* solemos escribir *ab*.

El signo – se lee *no*. Sea *a* un *P*: –*a* es la negación de la sentencia *a*.

El signo ∪ se lee *o (vel)*. Sean *a* y *b* dos sentencias. Tendremos que *a* ∪ *b* es lo mismo que – : –*a*.–*b*.

[El signo *V* significa *verdadero,* e. d., identidad; pero no lo vamos a usar.]

El signo Λ significa *falso,* e. d. *absurdo.*

[El signo *C* significa *es una consecuencia;* así *bCa* se lee: *b* es una consecuencia de la sentencia *a*. Pero este signo no lo usamos.]

El signo Ɔ significa *se deduce (deducitur)*: así, *a* Ɔ *b* significa lo mismo que *bCa*.

H. Desarrollo ulterior del simbolismo de la Lógica sentencial

Los sucesores de Peano sólo introdujeron en su simbolismo variaciones sin importancia. Primero Russell que escribe "v" en lugar de "∪" y "∼" en lugar de "–" (1903); luego Hilbert y Ackermann (1928), que escriben un guión encima de la letra para la negación y emplean ∾ para el "≡" de Frege y Russell. Un signo nuevo "|" fue introducido por M. H. Sheffer en 1928, para "ninguno de los dos".

La escuela polaca, por el contrario, ha desarrollado dos lenguajes simbólicos esencialmente distintos del de Peano: el de St. Leśniewski y el de J. Łukasiewicz. No nos vamos a referir al primero, menos original y que ha sido poco empleado. En cambio merece una breve exposición el simbolismo de Łukasiewicz, que constituye un lenguaje extraordinariamente original y exacto. Su característica fundamental consiste en que todos los predicados ("functores" los llama Łukasiewicz) van *delante* de sus argumentos, con lo cual sobran todos los paréntesis y puntos sin peligro de ambigüedad.

He aquí un cuadro comparativo de los diversos Símbolos:

McColl	A'	$+$	$\times$	$:$		$=$
Peano	$-p$	$\cup$	$\cap$	Ɔ		$=$
Russell	$\sim p$	$\vee$	$.$	$\supset$		$\equiv$
Hilbert	$\bar{A}$		&	$\rightarrow$		∞
Łukasiewicz	Np	A	K	C	D	E

Łukasiewicz escribe, por tanto, "Cpq" para "$p \supset q$", y "Apq" para "$p \vee q$". He aquí un ejemplo de una fórmula un tanto complicada: en lugar de "$p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim p$", él escribe: "$CCpqCNqNp$".

§ 42. FUNCIÓN, VARIABLE, VALOR DE VERDAD

Mientras casi todo lo tratado hasta ahora, se encuentra en el marco de las Lógicas estoica y escolástica —por cierto sin que los Lógicos modernos conocieran apenas las realizaciones de sus predecesores—, los conceptos de función, variable y valor de verdad representan, por el contrario, si no algo radicalmente nuevo, sí una visión más precisa del antiguo concepto de forma lógica, que merece una consideración especial y una más detenida documentación.

Después de una cita introductoria de De Morgan (1858) sobre la forma lógica en general, damos el texto fundamental de Frege sobre el concepto de función (1893); ilustramos luego la interpretación y desarrollo del pensamiento de Frege por Russell y los *Principia* (1903 y 1910), y finalmente la ampliación del concepto de función por Peirce (1892) y Frege (1893) a las funciones pluriargumentales. Para la doctrina lógico-matemática de las variables, presentamos una cita del *Begriffsschrift* (1879) de Frege y de la reelaboración por Russell (1903 y 1910) de las ideas en él contenidas. Para el concepto de valor de verdad ofrecemos dos textos de Frege (1893) y una cita de Peirce (1885).

Para concluir, proponemos algunos ejemplos de matrices de verdad modernas (tablas de verdad, tablas de valores de verdad) por medio de las cuales se definen los functores sentenciales. Tomamos aquéllas de Peirce (1902) y Wittgenstein (1921). Con un texto de Kotarbinski ilustramos el procedimiento de decisión basado en ellas.

A. La forma lógica

Vamos a aducir en primer lugar un texto de De Morgan (1858), en el que se expresa con extraordinaria penetración el concepto de forma lógica. Compáreselo con la definición de forma lógica de Buridano (26.11): la idea es la misma, pero más desarrollada aquí, por haberse abstraído incluso del sentido de constante lógica.

42.01 En la siguiente cadena de sentencias, se excluye la materia, manteniéndose la forma en cada uno de los pasos:

		Hipótesis
[positivamente verdadera]	Todo hombre es *Y*.	*Y* tiene existencia
	Todo hombre es animal	*X* tiene existencia
	Todo *X* es *Y*	—— es una relación transitiva
	Todo *X* —— *Y*	
	a de *X* —— *Y*	*a* (es) una fracción < o = 1
[Probabilidad *b*]	*b* de *X* —— *Y*	*b* (es) una fracción < o = 1

El último, es el juicio *casi* puramente formal, sin incluir ningún punto material fuera de la transitividad de la cópula. Pero "es" es más intenso *(more intensive)* que el símbolo ——, que significa solamente la cópula transitiva: "es", posee, en efecto, transitividad y (algo) más. Táchese la palabra "transitiva", y el último renglón representará la forma pura del juicio.

El cuadro de más arriba hay que entenderlo teniendo presente que las condiciones formuladas en un renglón, valen para todos los posteriores; así, p. e., la relación representada en el último y penúltimo renglón por el guión ("——") ha de ser transitiva por haberse especificado esta condición en el tercero empezando por abajo.

Ni De Morgan ni cualquier otro podían seguir siendo Lógicos en un nivel de abstracción tan elevado como el que aquí se alcanza. Esto es lo que sucede después de él, sobre la base del redescubrimiento del concepto escolástico de forma. Este descubrimiento se lleva a efecto mediante una ampliación del concepto matemático de función, realizada al mismo tiempo por Peirce [19] y Frege.

B. El concepto de función: Frege

He aquí el texto fundamental de Frege (1893):

42.02 Si de lo que se trata es de dar el sentido originario de la palabra "función" en su empleo matemático, fácilmente se le ocurre a uno llamar función de *x* a una expresión formada por la suma, el producto, la potencia, la diferencia, etc., de "*x*", más números concretos. Esto es inexacto porque de esta manera se caracteriza a la función como una *expresión*, una combinación de signos, y no como lo designado por ella. Por lo cual se ha de procurar decir en lugar de "expresión", "significado de una expresión". Ahora bien, en la expresión aparece la letra "*x*" que representa un número, no como la cifra "2", sino sólo de una manera

[19] *The simpl. math.* (CP IV) 208 s.

indeterminada. En general, tomamos valores diferentes para las diversas cifras que ponemos en lugar de "x". Si, p. e., en la expresión ("$2+3.x^2).x$" damos sucesivamente a "x" el valor de la serie de los números naturales "0", "1", "2", "3", obtendremos los valores correspondientes de 0, 5, 28, 87. Ninguno de estos significados puede aspirar a ser nuestra función. La esencia de la función se manifiesta, más bien, en la correlación entre los números cuyos valores damos a "x" y los números que resultan como valores de nuestra expresión; correlación que se representa intuitivamente por la curva, cuya ecuación en el sistema de coordenadas rectangulares, es

$$\text{“}y = (2 + 3 \, . \, x^2) \, . \, x\text{”}$$

Según esto, la esencia de la *función* reside en la parte de la expresión que se halla fuera de la "x". La expresión de una *función necesita compleción,* está *sin saturar.* La letra "x" no sirve más que para mantener abiertos los lugares a la cifra que debe completar la expresión, y hacer, de esta forma, cognoscible el tipo particular de compleción necesaria, la cual constituye la esencia propia de la función arriba indicada. En lo sucesivo, en lugar de la "x", emplearemos la letra "ξ" para este fin.

(Nota de Frege al pie de página: Con todo, de esto no se debe concluir nada para la escritura conceptual. La "ξ", más bien, no aparecerá en el desarrollo de la escritura conceptual; la emplearé únicamente en la exposición y comentarios de la misma.)

Este "mantener abierto" hay que entenderlo de esta forma: todos los lugares en los que hay "ξ", se deben llenar siempre con el mismo signo, y nunca con distintos. A estos lugares los llamo *lugares argumentales* y *argumento* de la función para un caso dado, a aquello cuyo signo [nombre] ocupa estos lugares en dicho caso. La función se completa con el argumento; a aquello a lo cual se ordena esta compleción lo llamo *valor* de la función para el argumento. Mantenemos, por ello, un nombre del valor de una función para un argumento, cuando con el nombre del argumento, llenamos los lugares argumentales en el nombre de la función. Así, p. e., "$(2+3.1^2).1$" es un nombre del número 5, compuesto del nombre de función "$(2+3.\xi^2).\xi$", y "1". Así, pues, el argumento no se ha de incluir dentro de la función, sino que sirve para completar la función *no saturada* en sí misma. Cuando empleamos en lo sucesivo una expresión como "la función $\phi(\xi)$", se ha de tener presente, que la "ξ" sirve para designar la función, sólo en cuanto da a conocer los lugares argumentales, sin variar la esencia de la función, porque ocupe cualquier otro signo el lugar de "ξ".

Téngase en cuenta lo siguiente, para mejor comprender este texto innovador: la palabra "función" tiene en matemáticas dos significados, que de ordinario apenas se diferencian: por un lado, significa una *expresión* (fórmula) en la que

aparece una variable; por otro, en cambio, "la correspondencia numérica" significada por tal expresión, e. d., algo así como un lekton, o el *significado* de la expresión (que, en definitiva, no es un signo escrito). Frege distingue con toda precisión estos dos significados, dando a la palabra "función" únicamente el *segundo,* de acuerdo con su concepción de que la Lógica (y la Matemática) no tiene como objeto signos, sino significados de signos. Es importante conocer este dato porque Russell, y casi todos los Lógicos después de él, al contrario de Frege, llamarán "función" a la expresión o fórmula.

Con todo, esta oposición carece de importancia para los problemas lógicos fundamentales que aquí consideramos: también Frege se sirve del análisis de la expresión para exponer sus ideas. Y lo que dice en el texto que acabamos de citar vale para *cualquier* interpretación de la palabra "función". Tres son, pues, los conceptos fundamentales que introduce: 1. El de argumento y de lugar argumental, 2. el de valor, 3. el de función "no saturada", es decir, con una variable.

C. FUNCIÓN SENTENCIAL: RUSSELL

Russell que conoce bien a Frege, sigue el pensamiento del gran Lógico, pero con dos diferencias: no parte, como Frege, del concepto matemático de función, sino del análisis aristotélico de la sentencia; pero luego parece interpretar la palabra "función", según queda dicho, como nombre de una expresión, de una fórmula escrita. Escribe en los *Principles* (1903):

42.03 Ha sido siempre habitual dividir la sentencia en sujeto y predicado; pero esta división tiene el inconveniente de omitir el verbo. Es verdad, que a veces se hace una graciosa concesión al hablar, en forma vaga, de la cópula; pero el verbo merece mucho más respeto del que así se le concede. Podemos decir *grosso modo (broadly),* que toda sentencia, se puede dividir, algunas sólo de una manera, otras de varias, o en un término (el sujeto) y en algo que se dice acerca del sujeto; a este algo voy a llamarlo *aserción (assertion).* Así, p. e., "Sócrates es un hombre" se puede dividir en *Sócrates* y en *es un hombre.* El verbo que es la marca distintiva de la sentencia, queda incluido en la aserción; pero la aserción misma, desposeída de su sujeto, no es ni verdadera ni falsa...

Compárese este texto con 12.03 y lugares similares de Aristóteles y se verá que Russell, frente a la Lógica posterior, especialmente la "clásica" toma posición a favor del primitivo análisis aristotélico de la sentencia. Además de esto, fue él el primero en formular expresamente, a lo que parece, la idea de que cuando se sustituye el sujeto por una variable, la forma que resulta —la función sentencial— ya no es una sentencia. Este problema se trata ampliamente en los *Principia:*

42.04 Entendemos por "*función sentencial*" (*propositional function*) algo que contiene una variable x y expresa una sentencia (*proposition*) en el momento en que se asigna un valor a x. Es decir: que se

distingue de una sentencia, únicamente por el hecho de que es ambigua: contiene una variable cuyo valor no se asigna...

42.05 La cuestión relativa a la naturaleza de la función (*Nota de los Principia:* En adelante, siempre que se emplee el término "función", se quiere indicar "función sentencial") no es fácil. Con todo, parece que la característica esencial de una función es su *ambigüedad* (*ambiguity*). Tomemos, p. e., la ley de identidad en la forma "*A* es *A*" en la que de ordinario se enuncia. Es claro que, psicológicamente considerada, tenemos aquí un único juicio. ¿Pero qué diremos del objeto del juicio? No juzgamos que Sócrates es Sócrates, ni que Platón es Platón, ni ningún otro de los juicios particulares que son casos del principio de identidad. Y sin embargo, cada uno de estos juicios cae, en cierto sentido, dentro del ámbito (*scope*) de nuestro juicio ("*A* es *A*"). De hecho, nos hallamos juzgando un ejemplo ambiguo de la función sentencial "*A* es *A*". Parece como si tuviéramos un pensamiento que no tiene objeto definitivo, sino que tiene como objeto, uno de los valores indeterminados de la función "*A* es *A*". Esta especie de indeterminación es la que constituye la esencia de la función. Cuando hablamos de "ϕx", donde x es indeterminado (*no specified*), significamos un valor de la función, pero no un valor determinado (*not a definite*). Esto lo podemos expresar diciendo que "ϕx" significa *indistintamente* (*ambiguosly*) ϕa, ϕb, ϕc, etc., donde ϕa, ϕb, ϕc son los diversos valores de "ϕx".

D. Funciones pluriargumentales

Todavía más importante, quizá, que la ampliación del concepto de función a dominios no matemáticos, es la extensión del mismo —por obra de Frege y Peirce— a funciones pluriargumentales. Con ello, entra en la Lógica formal algo totalmente nuevo, a saber, la ampliación del esquema (*aristotélico*) sujeto-predicado. A este respecto citamos, en primer lugar, un texto de Peirce del año 1892.

42.06 Si en un diagrama señalamos dos o más puntos para identificarlos en un momento posterior con objetos de la naturaleza, y dar su significado al diagrama en ese momento; o si en cualquier sentencia (*statement*) escrita ponemos guiones en lugar de dos o más demostrativos o pro-demostrativos, la representación manifiestamente (*professedly*) incompleta que resulta, se puede denominar un *rhema relativo:*... p. e., "––– compra ––– a ––– al precio de –––" es un rhema relativo, que sólo se diferencia de una manera secundaria de

"––– es comprado por ––– a ––– por",
de "––– vendido ––– a ––– por –––",
y de "––– es pagado por ––– para –––",

Por otra parte "––– es mortal" no es un rhema relativo.

42.07 El rhema es, en cierto modo, del todo análogo a un átomo o radical químico con valencias *(bonds)* sin saturar. Un rhema no relativo es como un radical monovalente... Los lugares vacíos del rhema sólo se pueden llenar con términos o, lo que es lo mismo, con "algo" [o cosa similar], seguidos de un rhema; o también, dos lugares vacíos se pueden llenar mutuamente por medio de "sí mismo" *(itself)* o similares. Así, en Química, valencias sin saturar, se pueden saturar sólo, uniendo *(joining)* dos de ellas, que de ordinario pertenecen, aunque no es necesario, a radicales distintos. Cuando se unen dos radicales monovalentes, el resultado es una composición *(compound)* saturada. De igual forma, dos rhemas no relativos unidos *(being joined)*, dan una sentencia *(proposition)* completa. Así, al unir "--- es mortal" y "--- es un hombre", tenemos "X es mortal y X es un hombre", e. d., un cierto hombre es mortal. De igual manera, de la unión de dos valencias *(bonds)* de un radical bivalente, puede resultar una combinación *(compound)* saturada; y de la misma forma pueden unirse los dos lugares vacíos de un rhema, para constituir una sentencia completa. P. e., "--- ama ---", "X ama a X", o algo se ama a sí mismo.

Un año más tarde, Frege se expresa en el mismo sentido.

42.08 Hasta ahora se hablaba de funciones de un único argumento; mas podemos pasar fácilmente a *funciones con dos argumentos*. Estas *necesitan doble compleción* de esta especie: una vez realizada una compleción mediante un argumento, se obtiene una función de un argumento. Sólo después de otra compleción, llegamos a obtener un objeto que se llama entonces *valor* de la función para los dos argumentos. Así como en las funciones de un argumento nos servimos de la letra "ξ", así empleamos aquí las letras "ξ" y "ζ" para expresar la doble no saturación de las funciones de dos argumentos, como en

$$``(\xi + \zeta)^2 + \zeta".$$

Si sustituimos "ζ", p. e., por "1", saturamos la función de forma que en $(\xi + 1)^2 + 1$ tenemos todavía una función con un argumento. Este empleo de las letras "ξ" y "ζ" se ha de tener siempre presente cuando aparece una expresión como "la función $\psi(\xi, \zeta)$" (v. 42.02)... A los lugares en que aparece "ξ" los llamo "*lugares argumentales* ξ", y "*lugares argumentales* ζ" aquéllos en los que aparece ζ. Digo que los lugares "argumentales ξ" están *emparentados* entre sí e igualmente los lugares "argumentales ζ", mientras que a un "lugar argumental ξ" lo denomino *no emparentado* de un "lugar argumental ζ".

Las funciones con dos argumentos $\xi = \zeta$ y $\xi > \zeta$ tienen siempre como valor un valor de verdad [al menos si los signos "=" y ">" se inter-

pretan de manera apropiada]. A tales funciones las denominaremos para nuestro propósito relaciones. P. e., 1 respecto de 1 está en la primera relación, y en general todo objeto respecto de sí mismo; en la segunda está, p. e., 2 respecto de 1. Decimos que el objeto Γ *se halla en relación* Ψ (ξ, ζ) *respecto* del objeto Δ si Ψ (Γ, Δ) es la verdad. Decimos, igualmente, que el objeto Δ *cae bajo* el concepto Φ (ξ) si Φ (Δ) es la verdad. Se presupone, naturalmente, que la función Φ (ξ) tiene siempre como valor, al igual que Ψ (ξ, ζ) un valor de verdad. *(Nota de Frege:* Aquí se presenta una dificultad que puede fácilmente oscurecer el verdadero estado de la cuestión, y suscitar así desconfianza respecto de la rectitud de mi concepción. Si comparamos la expresión "el valor de verdad de que Δ caiga bajo el concepto Φ (ξ)" con "Φ (Δ)", vemos que a "Φ ()" corresponde propiamente "el valor de verdad de que () caiga bajo el concepto Φ (ξ)" y no "el concepto Φ (ξ)". Las últimas palabras no designan propiamente, por lo tanto, un concepto [en nuestro sentido], si bien así parezca por la forma lingüística. [Sobre la dificultad en que aquí se encuentra la lengua, v. mi artículo *Sobre concepto y objeto.*]

E. La variable

1. *Frege*

Las variables, introducidas por Aristóteles, se han seguido usando luego regularmente tanto en Lógica como en Matemáticas. En Alejandro de Afrodisia (24.06) encontramos ya un concepto de variable, adquirido reflejamente. En la Lógica matemática, el concepto de variable fue introducido por primera vez en forma explícita por Frege.

42.09 Los signos usuales en la doctrina general sobre la magnitud, se dividen en dos especies. La primera consta de las letras, cada una de las cuales representa bien un número que queda sin determinar, bien una función que queda sin determinar. Esta indeterminación es lo que hace posible el empleo de las letras, para expresar la validez universal de las proposiciones, como en

$$(a+b)c = ac + bc.$$

La otra especie consta de signos como +, −, √, 0, 1, 2, cada uno de los cuales tiene su significación propia.

Adopto este pensamiento fundamental de la diferencia entre las dos especies de signo, por desgracia no aplicada en su pureza a la doctrina de las magnitudes *(nota de Frege:* piénsese en ∫, log, sin, lim), *para utilizarlo en el dominio del pensamiento puro en toda su amplitud.* En consecuencia, divido la totalidad de los signos que empleo, *en signos por los que se pueden representar diversas cosas, y signos con sentido perfectamente determinado.* Los primeros son las *letras* y han de servir prin-

cipalmente para expresar la *generalidad*. Sin embargo, se ha de tener presente que, en toda su indeterminación, una letra *conserva*, en un mismo contexto, la significación que una vez se le ha dado.

2. *Russell*

El mismo pensamiento desarrolló Russell[20] en 1903. Vamos a citar sólo el resumen de los *Principia* (1910):

42.10 El concepto de variable, tal como aparece en la presente obra, es más general *(more general)* que el que explícitamente se usa en las Matemáticas ordinarias. En las Matemáticas ordinarias, una variable sustituye generalmente a un número indeterminado o a una magnitud. En Lógica matemática, (por el contrario), se llama *variable* todo símbolo cuya significación no es determinada, y se llaman *valores* de la variable, las diversas determinaciones de que es susceptible su significado. Pueden ser valores cualquier conjunto de entidades *(entities)*, sentencias *(propositions)*, funciones, clases o relaciones, según las circunstancias. Si se forma una sentencia *(statement)* acerca de "El Sr. *A* y el Sr. *B*", "El Sr. *A*" y "El Sr. *B*" son variables cuyos valores quedan circunscritos a hombres. Una variable puede tener o una serie de valores convencionalmente asignados, o bien (a falta de toda indicación de la serie de valores) puede tener como serie de valores todas las determinaciones que hacen significativa *(significant)* la sentencia *(statement)* en la que aparece. Cuando, pues, un manual de Lógica dice *(asserts)* que "*A* es *A*", sin indicación alguna de lo que puede ser *A*, lo que se significa es, que es verdadera *cualquier* sentencia *(statement)* con la forma "*A* es *A*". Podemos llamar *restringida (restricted)* a una variable cuando sus valores se hallan circunscritos a sólo algunos de los que es capaz; en caso contrario la llamaremos *no restringida (unrestricted)*. Por lo tanto, cuando aparece una variable no restringida, representa a todo objeto tal, que la sentencia correspondiente pueda hacerse significativa [e. d., verdadera o falsa] respecto de este objeto. Para los objetivos de la Lógica, es más conveniente la variable no restringida que la restringida, y nosotros será aquélla la que emplearemos siempre. Nos encontraremos con que la variable no restringida se halla sometida siempre a las limitaciones que le impone la forma como se presenta; e. d., cosas que respecto de una sentencia *(proposition)* se pueden decir con sentido *(significantly)*, no se pueden decir con sentido respecto de una clase o de una relación, etc. Mas no es preciso indicar explícitamente las limitaciones a las que se halla sujeta la variable no restringida, puesto que son los límites de significación *(significance)* de la sentencia *(statement)* en la que aparece la variable,

20 *Principles* 89-94.

y están intrínsecamente determinados por esta variable. Esto lo expondremos más adelante con mayor detención.

Para resumir, los tres hechos salientes relacionados con el uso de la variable son: (1) que una variable designa de manera ambigua (*is ambiguous in its denotation*) y consiguientemente es indeterminada (*undefined*); (2) que una variable conserva una identidad reconocible las distintas veces que aparece dentro del mismo contexto, de forma que es posible la presencia de varias variables en el mismo contexto, cada una con su identidad particular; y (3) que la serie de las determinaciones posibles de dos variables puede ser la misma, de forma que la determinación posible de una variable, es también la determinación posible de otra; o bien pueden ser diferentes las series de dos variables, de forma que si se da a una la determinación posible de otra, la totalidad de la expresión que resulta carece de sentido (*meaningless*), en lugar de resultar una sentencia (*proposition*) unívoca (*unambiguous*) completa [verdadera o falsa], como sería el caso si en ella se les hubiese dado a todas las variables, determinaciones *adecuadas*.

F. Valores de verdad

Los valores de verdad constituyen una especie particular de valores, de gran importancia en Lógica formal. La idea existe ya en la escuela megárica (20.05), pero su expresión y primera descripción se debe a Frege. En él, esta doctrina está en dependencia de su Semántica especial, en la cual toda sentencia es un nombre de la verdad o la falsedad. Mientras esta Semántica no ha sido seguida por la mayoría, el concepto de valor de verdad, en cambio, ha encontrado acogida general.

Vamos a presentar, en primer lugar, un texto de Frege:

42.11 Con esto se indica al mismo tiempo, que el ámbito de los valores de la función, no puede quedar limitado a números, pues si tomo como argumento de la función $\xi^2 = 4$ la serie de los números 0, 1, 2, 3, (el resultado que) obtengo no son números.

$$“0^2 = 4”, “1^2 = 4”, “2^2 = 4”, “3^2 = 4”$$

son expresiones de pensamientos en parte verdaderos y en parte falsos. Esto lo expreso diciendo que el valor de la función $\xi^2 = 4$ es el *valor de verdad* de lo verdadero o de lo falso. De aquí se ve, ya que no pretendo decir todavía nada, al escribir simplemente una ecuación, sino que únicamente *designo* un valor de verdad; igual que no afirmo nada, cuando no hago más que escribir “2^2”, sino que únicamente *designo* un número. Digo: los *nombres* “$2^2 = 4$” y “$3 > 2$” *significan* el mismo valor de verdad que abreviadamente denomino *verdad*. Igualmente “$3^2 = 4$” y

"1 > 2" para mí *significan* el mismo valor de verdad, que abreviadamente denomino *falsedad*, exactamente igual que el nombre "2^2" *significa* el número cuatro. De acuerdo con esto, llamo al número cuatro, *significación* de "4" y de "2^2"; y a verdad, significación de "3 > 2". Pero distingo el *sentido* de un nombre de su *significación*. "2^2" y "2 + 2" no tienen el mismo *sentido*, ni tienen el mismo *sentido* "$2^2 = 4$" y "2 + 2 = 4". Al sentido del nombre de un valor de verdad lo denomino "pensamiento" *(Gedanke)*. Digo además, que un nombre *expresa* su sentido y *significa* su significado. Con el nombre *designo* lo que significa.

La función $\xi^2 = 4$ no puede, por lo tanto, tener más que dos valores, a saber, la verdad para los argumentos 2 y −2 y la falsedad para los restantes argumentos.

Hay que ampliar también el ámbito de lo que se puede admitir como argumento, extendiéndolo hasta objetos en general. A las funciones se contraponen *objetos*. Considero, por tanto, *objeto*, todo lo que no es función, p. e., números, valores de verdad y series de valores que introduciremos más adelante. Los nombres de objetos, o *nombres propios*, no contienen por consiguiente ningún lugar argumental, sino que están saturados como los objetos mismos.

42.12 Empleo la expresión

"la función $\Phi(\xi)$ tiene la misma serie de valores que la función $\Psi(\xi)$",

como equivalente de la expresión

"las funciones $\Phi(\xi)$ y $\Psi(\xi)$, para el mismo argumento, tienen el mismo valor".

Este es el caso de las funciones $\xi^2 = 4$ y $3 \cdot \xi^2 = 12$, al menos si se toman como argumentos números. Pero podemos considerar definidos los signos del cuadrado y de la multiplicación, de forma que la función

$$(\xi^2 = 4) = (3 \cdot \xi^2 = 12)$$

tenga como valor para cualquier argumento la verdad. Aquí se puede emplear también una expresión de Lógica: "el concepto *raíz cuadrada de 4* tiene la misma extensión que el concepto *algo cuyo cuadrado triplicado es 12*". En semejantes funciones cuyo valor es siempre un valor de verdad, en lugar de "serie de valores de la función", se puede decir, por lo tanto, "extensión del concepto"; y parece oportuno llamar *concepto*, precisamente a una función, cuyo valor es siempre un valor de verdad.

Independientemente de Frege, expuso Peirce en 1855 ideas similares. Su tratamiento del valor de verdad es más formalista y no viene ligado a ninguna Semántica determinada. Este formalismo le permitió formular un pensamiento, con el que aparece como precursor de las Lógicas polivalentes.

42.13 Según la Lógica ordinaria, una sentencia *(proposition)* o es verdadera o es falsa, y no se admiten más distinciones. Es ésta, como dicen los geómetras, una concepción descriptiva; la concepción métrica sería, que toda sentencia es más o menos falsa, y que la cuestión es el grado. Aquí adoptamos la primera concepción.

42.14 Representemos las sentencias por magnitudes. Sean $\mathfrak{v}$ y $\mathfrak{f}$ dos valores constantes, y sea $\mathfrak{v}$ el valor de una magnitud que representa una sentencia, si ésta es verdadera, y $\mathfrak{f}$ si es falsa. Entonces, si x es una sentencia, el hecho de ser verdadera o falsa, se transcribe así:

$$(x - \mathfrak{f})\ (\mathfrak{v} - x) = 0.$$

Por lo tanto

$$(x - \mathfrak{f})\ (\mathfrak{v} - y) = 0,$$

significará que o x es falso o y verdadero...

42.15 Nos encontramos ya, por tanto, en posesión de un simbolismo *(notation)* lógico, con ayuda del cual se puede tratar el silogismo. Tomemos, p. e., las premisas "Si x es verdadero, y es falso" y "Si y es verdadero, z es falso". Estas se transcribirán así:

$$(x - \mathfrak{f})\ (\mathfrak{v} - y) = 0$$
$$(y - \mathfrak{f})\ (\mathfrak{v} - z) = 0.$$

Multiplíquese la primera (ecuación) por $(\mathfrak{v} - z)$ y la segunda por $(x - \mathfrak{f})$ y súmense.

Tendremos

$$(x - \mathfrak{f})\ (\mathfrak{v} - \mathfrak{f})\ (\mathfrak{v} - z) = 0,$$

o, dividiendo por $\mathfrak{v} - \mathfrak{f}$, que no puede ser 0,

$$(x - \mathfrak{f})\ (\mathfrak{v} - z) = 0;$$

que es la conclusión silogística: "Si x es verdadero, z es falso".

42.16 Pero este simbolismo tiene un inconveniente al expresar las sentencias de dos maneras distintas, en forma de magnitudes y en forma de ecuaciones; las magnitudes son (a su vez) de dos especies, a saber, las que tienen que ser iguales a $\mathfrak{f}$ o a $\mathfrak{v}$, y las que son iguales a *cero*. Para remediar este inconveniente, evitaremos el uso de ecuaciones, y prescindiremos de toda operación que pueda arrojar valores distintos de $\mathfrak{f}$ y $\mathfrak{v}$.

42.17 De operaciones con una variable simple, vamos a necesitar solamente una. Pues no hay más que dos cosas que se pueden decir de una sentencia en cuanto tal: que es verdadera y que es falsa,

$$x = \mathbf{v} \text{ y } x = \mathbf{f}.$$

La primera ecuación se expresa por x mismo; la segunda por cualquier función, ϕ, de x, que cumpla las condiciones

$$\phi\,\mathbf{v} = \mathbf{f} \qquad \phi\,\mathbf{f} = \mathbf{v}.$$

La solución más simple de esta ecuación es:

$$\phi\, x = \mathbf{f} + \mathbf{v} - x.$$

G. Matrices de verdad

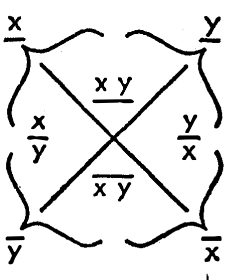
1. *Peirce*

En relación con el punto de vista expuesto en el texto anterior, está la definición, por medio del valor de verdad, de una especie de functores sentenciales de especial importancia en Lógica. Ya hemos encontrado en la escuela megárico-estoica (20.05 ss.) este tipo de definiciones en forma de cuadros; lo volvemos a encontrar luego en Boole, aunque sin relación expresa al valor de verdad, y finalmente en el *Begriffsschrift* de Frege (41.12). El pensamiento se presenta en Peirce (1880) en forma explícita y además en conexión con la Lógica antigua:

42.18 Hay un pequeño teorema sobre los conjuntos que será conveniente consignar aquí... Si cada (objeto) de un conjunto *(set)* de m objetos, se une con otro (objeto) de un conjunto de n objetos, las maneras posibles de conexión *(connection)* de los conjuntos serán n^m. Ahora bien, una afirmación sobre el valor de una magnitud, o admite como posibles cada uno de los valores de $\mathbf{v}$ y $\mathbf{f}$, o los excluye. Con lo cual $\mathbf{v}$ y $\mathbf{f}$ forman el conjunto de m objetos, cada uno (de los cuales) se une con sólo uno de los n objetos por *admisión* y *exclusión*. Hay, por lo tanto, n^m ó 2^2 ó 4 afirmaciones posibles distintas sobre el valor de cualquier magnitud x. Una (de estas) afirmacion(es) será, simplemente, una forma de la afirmación sin sentido *(meaning)*, ya que admite cualquiera de los dos valores. La representaremos por la letra x. Otra afirmación violará la hipótesis de la dicotomía, al excluir ambos valores. Podemos representarla por $\underline{\bar{x}}$. De las dos restantes una admitirá $\mathbf{v}$ y excluirá $\mathbf{f}$, e. d., $\underline{x}$; la otra admitirá $\mathbf{f}$ y excluirá $\mathbf{v}$, e. d., $\bar{x}$.

Consideremos ahora afirmaciones sobre valores de dos magnitudes, x e y. Aquí hay dos magnitudes, cada una de las cuales no tiene más que uno de los dos valores; hay por consiguiente 2^2 ó 4 posibilidades como se ve en este diagrama.

Encima de la línea que sale oblicuamente hacia arriba, a la derecha, se encuentran los casos en que x es **v**; debajo de ella, aquellos en los que x es **f**. Encima de la línea que sale oblicuamente, pero hacia abajo, a la derecha, se encuentran los casos en que y es **v**; debajo de ella, aquellos en que y es **f**. Ahora bien, en cada una de las aserciones posibles, se admitirá o se rechazará cada una de estas posibilidades, pero no ambas. Por tanto, m será 2^2, mientras que n será 2; y habrá n^m ó 2^4 ó 16 aserciones posibles...



Para tres magnitudes hay 2^3 u 8 conjuntos posibles de valores y, en consecuencia, 2^8 ó 256 formas distintas de sentencias (*propositions*). De ellas, no hay más que 38 de las que se puede decir que son expresables mediante los signos [empleados en Lógica de dos magnitudes]. Es verdad que la mayor parte de las otras pueden expresarse por medio de dos o más sentencias. Pero hasta ahora, no hemos adoptado expresamente todavía ningún signo para la operación de la unión (*compounding*) de sentencias. Además, tampoco puede expresarse así un buen número de sentencias relativas a tres magnitudes. Tal es, p. e., la sentencia (*statement*) que admite el siguiente conjunto de valores:

x	y	z
v	**v**	**v**
v	**f**	**f**
f	**v**	**f**
f	**f**	**v**

Además, si fuéramos a introducir signos para expresar [cada una de estas] (sentencias) —8 usaremos nosotros—, incluso admitiendo la composición (*composition*) de afirmaciones, serían necesarias todavía 16 más, para expresar todas las sentencias (*propositions*) relativas a 4 magnitudes, 32 para 5 (magnitudes), y así sucesivamente *ad infinitum*.

2. *Wittgenstein*

Alrededor de 1920 fue sistematizada la misma doctrina por J. Łukasiewicz, E. L. Post y L. Wittgenstein. Damos el correspondiente texto de Wittgenstein:

42.19 Respecto de la existencia y no existencia de n hechos atómicos, hay $K_n = \sum_{\nu=0}^{n} \binom{n}{\nu}$ posibilidades.

Es posible que existan todas las combinaciones de hechos atómicos, y que las otras no existan.

42.20 A estas combinaciones corresponden igual número de posibilidades de verdad —y de falsedad— de n proposiciones elementales.

42.21 Las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales, significan las posibilidades de existencia y no existencia de los hechos atómicos.

42.22 Con los siguientes esquemas podemos representar las posibilidades de verdad ("*W*" significa "verdadero", "*F*" "falso". Las series de "*W*" y "*F*" colocadas debajo de las de proposiciones elementales significan, con un simbolismo de fácil comprensión, las posibilidades de verdad):

p	*q*	*r*
W	*W*	*W*
F	*W*	*W*
W	*F*	*W*
W	*W*	*F*
F	*F*	*W*
F	*W*	*F*
W	*F*	*F*
F	*F*	*F*

p	*q*
W	*W*
F	*W*
W	*F*
F	*F*

p
W
F

42.23 Las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales, son las condiciones de verdad y falsedad de las proposiciones.

42.24 Parece probable a priori, que la introducción de proposiciones elementales, sea fundamental para la comprensión de todas las demás especies de proposiciones. La comprensión de las proposiciones generales, depende *palpablemente, en efecto,* de la comprensión de las proposiciones elementales.

42.25 Respecto de la coincidencia o no coincidencia de una proposición con las posibilidades de verdad de *n* proposiciones elementales, hay

$$\sum_{x=0}^{K_n} \binom{K_n}{x} = L_n \text{ posibilidades.}$$

42.26 Así, p. e.,

"*p*	*q*	
W	*W*	*W*
F	*W*	*W*
W	*F*	
F	*F*	*W*"

es un signo proposicional.

42.27 Entre los grupos posibles de condiciones de verdad, hay dos casos extremos.

En uno, la proposición es verdadera para todas las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales. Decimos que las condiciones de verdad son *tautológicas*.

En el segundo, la proposición es falsa para todas las posibilidades de verdad: Las condiciones de verdad son *contradictorias*.

En el primer caso llamamos a la proposición una tautología, en el segundo caso, una contradicción.

42.28 La proposición muestra lo que dice; la tautología y la contradicción, que no dicen nada.

La tautología no tiene condiciones de verdad, pues es incondicionalmente verdadera; y la contradicción no es verdadera bajo ninguna condición.

La tautología y la contradicción son sin sentido.

[Como el punto del que salen dos flechas en dirección opuesta.]

No sé, p. e., nada del tiempo, cuando sé que llueve o no llueve.

42.29 No son, en cambio, un contrasentido, la tautología y la contradicción; forman parte del simbolismo, lo mismo que "o" forma parte del simbolismo de la aritmética.

La denominación de "tautología" y el último texto muestran la tendencia (extremadamente nominalista) que sustentan los puntos de vista de Wittgenstein en Semántica. Se trata de una tendencia diametralmente opuesta a la de Frege y desde su punto de vista, errónea.

H. Método de decisión

Las tablas de valores presentadas en los textos que acabamos de citar, nos proporcionan un método de decisión para las funciones sentenciales, e. d., un procedimiento que nos permite decidir si una función es una ley lógica, e. d., si en todos los casos de sustitución correcta se convierte en una sentencia verdadera. La idea de semejante procedimiento se encuentra ya en Schröder[21]. Fue desarrollada por E. L. Post[22], y por el mismo tiempo la conocía ya J. Łukasiewicz[23]. Aparece extensamente descrita en los manuales de Hilbert y Ackermann[24] (1928), y de T. Kotarbinski (1929). Vamos a citar el texto del último, recomendable por su claridad. El autor escribe "*p*'" en lugar de "no *p*", y emplea los signos "+", "<", "=" como signos de la adición, implicación y equivalencia respectivamente.

42.30 Vamos a presentar ahora un método de verificación del cálculo sentencial muy simple, que nos permite verificar la rectitud de cual-

21 *Vorlesungen* I, § 9 y II, I, § 32.
22 *Introduction* 163-185.
23 V. Hermes-Scholz, *Math. Logik,* p. 16, n. 16 (Bibliogr. 1.22).
24 *Grundzüge der theoretischen Logik.*

quier fórmula en este campo [a saber, el método de verificación del cero-uno]. Para ello vamos a convenir que puede ponerse cero, p. e., en lugar de una sentencia falsa, y uno en lugar de una verdadera. Vamos a investigar, pues, por medio de estos símbolos, si una fórmula dada se convierte en una sentencia verdadera, en todas las sustituciones de sentencias por variables sentenciales —con la condición única de que se sustituyan las mismas sentencias por las mismas variables—, o si, por el contrario, en determinadas sustituciones se convierte en una sentencia falsa. En el primer caso será una fórmula correcta, en el segundo, incorrecta...

Recordemos a propósito de esto: 1) que la negación de una sentencia verdadera es siempre una sentencia falsa y viceversa; 2) que el producto lógico es verdadero sólo cuando ambos factores son verdaderos; 3) que la suma lógica es verdadera siempre que al menos una de sus partes es verdadera, y falsa sólo en el caso de que sus dos partes sean falsas; 4) que la implicación es falsa, sólo en el caso de que su antecedente sea verdadero y su consecuente falso; 5) que la equivalencia es verdadera sólo cuando sus dos partes son verdaderas, o las dos falsas; en cambio cuando una de sus partes es verdadera y la otra falsa, entonces es falsa toda la equivalencia. Si, p. e., en una fórmula ponemos cero en lugar de p, y uno en lugar de q, se puede seguir simplificando dicha fórmula escribiendo un cero en lugar del producto de p y q, siempre que éste aparezca en la fórmula; y de una manera análoga en las demás funciones...

Si después de aplicar todas las sustituciones posibles de ceros y unos a las variables sentenciales de una fórmula dada, y después de aplicar... las simplificaciones indicadas, la fórmula se convierte siempre en uno, es verdadera. Por el contrario, si se convierte también en cero, aunque sólo sea en una sustitución, es incorrecta.

Verifiquemos, para poner un ejemplo, la fórmula de la transposición...

$$(p < q) = (q' < p')$$

1. Suponemos que tanto p como q se han sustituido por sentencias verdaderas. Nuestra fórmula tomará entonces la forma:

$$(1 < 1) = (1' < 1')$$

Simplifiquémosla por la regla 1) y tendremos:

$$(1 < 1) = (0 < 0)$$

...después... tendremos

$$1 = 1$$

que podemos sustituir... por

$$1.$$

Luego repite el proceso con las otras tres sustituciones posibles.

§ 43. SISTEMA DE LA LÓGICA SENTENCIAL

En los dos últimos párrafos hemos expuesto los conceptos fundamentales y uno de los métodos más importantes de la Lógica sentencial matemática. Vamos a exponer ahora el segundo método, de tipo axiomático, reproduciendo algunos fragmentos de diversos sistemas de Lógica sentencial, como ejemplos de su aplicación.

Tomamos estos fragmentos de los sistemas de McColl (1877), Frege (1879 y 1893), Whitehead y Russell (1910) —aquí insertamos un texto de Peirce relacionado con el functor de Sheffer— y finalmente de Lukasiewicz (1920). En este último sistema la Lógica bivalente parece llegar al término de su desarrollo.

A. McColl

Los textos que siguen (que se han de leer en el contexto de las definiciones consignadas más arriba en 41.05 ss.), contienen reglas de un sistema de Lógica sentencial construido *algebraicamente,* según el espíritu de Boole. Compárese con el sistema no-algebraico de Łukasiewicz (43.39). Nótese que —mientras se ha impuesto en general el procedimiento último que hemos citado—, no han vuelto a faltar tampoco en el último período manifestaciones del sistema algebraico (Tarski).

43.01 *Regla 1.* La regla de la multiplicación algebraica ordinaria es aplicable a la multiplicación de sentencias indeterminadas; por lo tanto:

$A\,(B + C) = A\,B + A\,C$; $(A + B)\,(C + D) = A\,C + A\,D + B\,C + B\,D$; y así

sucesivamente para un número cualquiera de factores, y sea cualquiera el número de términos de los respectivos factores.

43.02 *Regla 2.* Sea A una sentencia cualquiera, y B toda sentencia implicada por A [que ha de ser, por consiguiente, verdadera cuando A sea verdadera, y falsa, cuando A sea falsa]; o de otra manera, sea B cualquier sentencia verdadera, independientemente de A; entonces [en ambos casos] tenemos la ecuación $A = A\,B$. Como casos particulares tenemos $A = A\,A = A\,A\,A =$ etc., ya que la repetición ni refuerza ni debilita el valor lógico de una sentencia. También,

$$A = A\,(B + B') = A\,(B + B')\,(C + C') = \text{etc., para}$$
$$B + B' = 1 = C + C' = \text{etc. [V. def. 4] (41.08).}$$

43.03 *Regla 3.*

$$\begin{aligned}(A\,B)' &= A\,B' + A'\,B + A'\,B' \\ &= A\,B' + A'\,(B + B') = A\,B' + A' \\ &= A'\,B + B'\,(A + A') = A'\,B + B',\end{aligned}$$

porque $A + A' = 1$ y $B + B' = 1$. De igual manera podemos obtener diversas (sentencias) equivalentes [con términos mutuamente inconsistentes] para $(ABC)'$, $(ABCD)'$, etc.

43.04 *Regla 4.*

$$(A + B)' = A'B'; \quad (A + B + C)' = A'B'C'; \text{ y así sucesivamente.}$$

43.05 *Regla 5.*

$$\begin{aligned} A + B &= \{(A + B)'\}' = (A'B')' \\ &= AB' + A'B + AB \\ &= AB' + (A' + A)B = AB' + B \\ &= A'B + A(B' + B) = A'B + A. \end{aligned}$$

De igual manera obtenemos (sentencias) equivalentes [con términos mutuamente incompatibles] para $A+B+C$, $A+B+C+D$, etc.

43.06 *Regla 11.* Si $A : B$, entonces $B' : A'$. Así las implicaciones $A : B$ y $B' : A'$ son equivalentes, al seguirse cada una de la otra, como consecuencia necesaria. Esto es el principio lógico de la "contraposición".

43.07 *Regla 12.* Si $A : B$, entonces $AC : BC$, sea cual fuere la sentencia C.

43.08 *Regla 13.* Si $A : \alpha$, $B : \beta$, $C : \gamma$, entonces $ABC : \alpha\beta\gamma$, y así sucesivamente para un número de implicaciones cualquiera.

43.09 *Regla 14.* Si $AB = 0$, entonces $A : B'$ y $B : A'$.

43.10 *Definición 13.* El símbolo $A \div B$ afirma que A *no* implica a B. Equivale por lo tanto, al menos cómodo $(A : B)'$.

43.11 *Regla 15.* Si A implica a B, y B implica a C, entonces A implica a C.

43.12 *Regla 16.* Si A no implica a B, entonces B' no implica a A'; con otras palabras: las no-implicaciones $A \div B$ y $B' \div A'$ son equivalentes.

43.13 *Regla 17.* Si A implica a B, pero no implica a C, entonces B no implica a C; con otras palabras: de las dos premisas $A : B$ y $A \div C$ obtenemos la conclusión $B \div C$.

43.14 Las siguientes fórmulas, son todas o evidentes por sí mismas, o fácilmente verificables; y se hallará que algunas de ellas son útiles para abreviar las operaciones del cálculo:

(1) $1' = 0$, $0' = 1$;
(2) $1 = 1 + a = 1 + a + b = 1 + a + b + c$, etc.;
(3) $(ab + a'b')' = a'b + ab'$,
$(a'b + ab')' = ab + a'b'$;
(4) $a : a + b : a + b + c$, etc.;
(5) $(\alpha + A)(\alpha + B)(\alpha + C) \ldots = \alpha + ABC \ldots$;
(6) $(a : b) : a' + b$;
(7) $(a = b) = (a : b)(b : a)$;

(8) $(a = b) : ab + a'b'$;
(9) $(A : a)(B : b)(C : c) \ldots : (ABC \ldots : abc \ldots)$;
(10) $(A : a)(B : b)(C : c) \ldots : (A + B + C + \ldots : a + b + c + \ldots)$;
(11) $(A : x)(B : x)(C : x) \ldots = (A + B + C + \ldots : x)$;
(12) $(x : A)(x : B)(x : C) \ldots = (x : ABC \ldots)$;
(13) $(A : x) + (B : x) + (C : x) + \ldots : (ABC \ldots : x)$;
(14) $(x : A) + (x : B) + (x : C) + \ldots : (x : A + B + C + \ldots)$.

B. Reglas de inferencia de Frege

Una de las intuiciones más originales de Frege, es la distinción entre proposiciones y reglas del sistema, que encontramos ya en el *Begriffsschrift* [25], en el que Frege emplea solamente una regla. En las *Grundgesetzen* ha incluido varias por razones prácticas. Vamos a presentar cuatro de ellas:

43.15 *Si un miembro inferior de una proposición se diferencia de una segunda proposición sólo por la falta del guión de juicio, se puede deducir otra proposición que resulte de la primera por la supresión de dicho miembro inferior.*

"Miembro inferior" aquí vale tanto como antecedente. El sentido es, por tanto: Si tenemos "$\vdash$ si *B*, entonces *A*" y "$\vdash$ *B*", podemos suprimir *B* en la sentencia condicional, y tendremos "$\vdash$ *A*". Se trata, pues, del *modus ponendo ponens* (22.03).

43.16 Se puede conmutar un miembro inferior con un superior, si se *convierten* al mismo tiempo los valores de verdad de ambos.

Si tenemos, pues, "Si *B*, entonces *A*", podemos escribir "Si no *A*, entonces no *B*"; que es la regla de la contraposición simple (31.17, v. 43.20 [28]).

43.17 *Si una misma combinación de signos aparece en una proposición como miembro superior, y en otra como inferior, se puede deducir una proposición en la que el miembro superior de la segunda aparezca como miembro superior, y todos los miembros inferiores de ambas, excepto el citado, aparezcan como miembros inferiores. Los miembros inferiores que aparecen en ambas, sólo necesitan transcribirse una sola vez.*

Si tenemos, "Si *C*, entonces *B*" y "Si *B*, entonces *A*", podemos escribir "Si *C*, entonces *A*". Que es la regla que corresponde a la ley del silogismo (v. 31.18).

43.18 *Si dos proposiciones coinciden en los miembros superiores, y un miembro inferior de una se diferencia de un miembro inferior de la otra sólo por el guión de juicio que le precede, entonces podemos concluir una proposición en la que aparezca como miembro superior el miem-*

[25] V. 38.22, y BS 25 s.

bro superior que coincide, y como miembros inferiores, todos los miembros inferiores, excepto los dos mencionados.

El ejemplo concreto de Frege[26] es el siguiente: Si tenemos: "Si *e*, entonces, caso de que no *d*, entonces: si *b*, entonces *a*" y "Si *e*, entonces, caso de que *d*, entonces: si *b*, entonces *a*", podemos escribir: "Si *e*, entonces: si *b*, entonces *a*".

Łukasiewicz formuló, en dependencia de Frege, la diferencia entre tesis y regla y describió la regla más importante del modo siguiente:

43.19 *Tesis* lógica es una sentencia en la que, a parte de constantes lógicas, no aparecen más que variables sentenciales o nominales, y que es verdadera para todos los valores de las variables que en ella aparecen. *Regla de inferencia* es una prescripción que capacita a quien concluye, para deducir nuevas tesis apoyándose en tesis admitidas. Así son, p. e., tesis lógicas las leyes de identidad antes citadas, mientras que la siguiente "regla de separación", es una regla de inferencia:

Quien admite como verdaderas la implicación "si α, entonces β" y el antecedente de esta implicación "α", tiene razón para admitir como verdadero, también el consecuente de esta implicación "β".

Para Łukasiewicz "tesis lógica" significa, por tanto, lo mismo axioma que sentencia deducida.

C. Leyes de la Lógica sentencial del Begriffsschrift

No nos es posible, por falta de espacio, reproducir el texto original de los esquemas lógico-sentenciales de Frege (que corresponden a las tesis de Łukasiewicz). Por esta razón, ofrecemos una traducción de los mismos en el simbolismo de Peano-Russell, cuya explicación hemos dado en el § 41.

43.20 01. $a \supset . b \supset a$
02. $c \supset . b \supset a : \supset : c \supset b . \supset . c \supset a$
03. $b \supset a . \supset :. c \supset . b \supset a : \supset : c \supset b . \supset . c \supset a$
04. $b \supset a . \supset : c \supset . b \supset a :. \supset :. b \supset a : \supset : c \supset b . \supset . c \supset a$
05. $b \supset a : \supset : c \supset b . \supset . c \supset a$
06. $c \supset . b \supset a :. \supset :. c : \supset : d \supset b . \supset . d \supset a$
07. $b \supset a :. \supset :. d \supset . c \supset b : \supset : d . \supset . c \supset a$
08. $d \supset . b \supset a : \supset : b . \supset . d \supset a$
09. $c \supset b : \supset : b \supset a . \supset . c \supset a$
10. $e \supset . d \supset b : \supset a :. \supset . d \supset . e \supset b : \supset a$
11. $c \supset b . \supset . a : \supset . b \supset a$

[26] *Grundgesetze* I 30 B.

12. $d \supset : c . \supset . b \supset a : . \supset : . d : \supset : b . \supset . c \supset a$
13. $d \supset : c . \supset . b \supset a : . \supset : . b : \supset : d . \supset . c \supset a$
14. $e \supset : . d : \supset : c . \supset . b \supset a : : \supset : : e : . \supset : . b : \supset : d . \supset . c \supset a$
15. $e \supset : . d : \supset : c . \supset . b \supset a : : \supset : : b : . \supset : . e : \supset : d . \supset c \supset a$
16. $e \supset : . d \supset : c \supset . b \supset a : : \supset : : e \supset : . d \supset : b \supset . c \supset a$
17. $d \supset : c . \supset . b \supset a : . \supset : . c \supset : b . \supset . d \supset a$
18. $c \supset . b \supset a : \supset : . d \supset c : \supset : b \supset . d \supset a$
19. $d \supset . c \supset b : \supset : . b \supset a : \supset : d \supset . c \supset a$
20. $e \supset : d \supset . c \supset b : : \supset : : b \supset a : . \supset : . e \supset : d . \supset . c \supset a$
21. $d \supset b . \supset a : \supset : . d \supset c . \supset : c \supset b . \supset a$
22. $f \supset : : e \supset : . d \supset : c \supset . b \supset a : : . \supset : : . f \supset : : e \supset : . d \supset : b \supset . c \supset a$
23. $d \supset : c \supset . b \supset a : . \supset : : e \supset d . \supset : . c \supset : b . \supset . e \supset a$
24. $c \supset a . \supset : c \supset . b \supset a$
25. $d \supset . c \supset a : \supset : . d \supset : c \supset . b \supset a$
26. $b \supset . a \supset a$
27. $a \supset a$
28. $b \supset a . \supset . \sim a \supset \sim b$
29. $c \supset . b \supset a : \supset : c \supset . \sim a \supset \sim b$
30. $b \supset . c \supset a : \supset . c \supset . \sim a \supset \sim b$
31. $\sim \sim a \supset a$
32. $\sim b \supset a . \supset . \sim a \supset \sim \sim b : \supset : \sim b \supset a . \supset . \sim a \supset b$
33. $\sim b \supset a . \supset . \sim a \supset b$
34. $c \supset . \sim b \supset a : \supset : c \supset . \sim a \supset b$
35. $c \supset . \sim b \supset a : \supset : \sim a \supset . c \supset b$
36. $a \supset . \sim a \supset b$
37. $\sim c \supset b . \supset a : \supset . c \supset a$
38. $\sim a . \supset . a \supset b$
39. $\sim a \supset a . \supset . \sim a \supset b$
40. $\sim b \supset : \sim a \supset a . \supset a$
41. $a \supset \sim \sim a$
42. $\sim \sim (a \supset a)$
43. $\sim a \supset a . \supset . a$
44. $\sim a \supset c . \supset : c \supset a . \supset a$
45. $\sim c \supset a . \supset . \sim a \supset c : \supset : . \sim c \supset a : \supset : c \supset a . \supset a$
46. $\sim c \supset a . \supset : c \supset a . \supset . a$
47. $\sim c \supset b . \supset : . b \supset a . \supset : c \supset a . \supset a$
48. $d \supset . \sim c \supset b : \supset : . b \supset a . \supset : c \supset a . \supset . d \supset a$
49. $\sim c \supset b . \supset : . e \supset a . \supset : b \supset a . \supset a$
50. $c \supset a . \supset : . b \supset a . \supset : \sim c \supset b . \supset a$
51. $d \supset . c \supset a : \supset : : b \supset a . \supset : . d \supset : \sim c \supset b . \supset a$

52. $c \equiv d \,.\supset.\, f(c) \supset f(d)$
53. $f(c) \supset :\, c \equiv d \,.\supset f(d)$
54. $c \equiv c$
55. $c \equiv d \,.\supset.\, d \equiv c$
56. $d \equiv c \,.\supset.\, f(d) \supset f(c)$
57. $c \equiv d \,.\supset.\, f(d) \supset f(c)$

D. Whitehead y Russell

Vamos a pasar por alto a Peano, para venir a los *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell (Tomo primero 1910).

1. *Símbolos primitivos y definición*

Los *Principia,* aparte de variables, del signo de afirmación de Frege "⊢", y de los puntos (y paréntesis) de Peano, no emplean más que dos signos indefinidos primitivos: "$\sim$" y "v". "$\sim p$" se lee "no p" y "$p \vee q$" "p o q" (el "o" no es exclusivo) [27].

La implicación la definen así:

43.21 * 1.01. $p \supset q \,.=.\, \sim p \vee q$ Df.

2. *Axiomas (Primitive propositions)*

43.22 * 1.1. Todo lo implicado por una sentencia elemental verdadera, es verdadero. Pp. (*Nota al pie de página:* Las letras "Pp" representan "*primitive proposition*" como en Peano)... (Esto) no es lo mismo que "*si* p es verdadero, entonces, *si* p implica a q, q es verdadero", que es una sentencia verdadera, válida aun para el caso en que p no sea verdadero y p no implique a q. Esto no nos permite, como el principio del que nos ocupamos (ahora), afirmar q simplemente sin (introducir) ninguna hipótesis. No podemos expresar simbólicamente este principio (* 1.1.), en parte porque cualquier simbolismo en el que p sea variable, da solamente la *hipótesis* de que p es verdadero, pero no el *hecho* de que lo sea.

43.23 * 1.2. $\vdash : p \vee p \,.\supset.\, p$ Pp.

Esta sentencia (*proposition*) establece (*states*) "Si o es verdadero p, o es verdadero p, entonces p es verdadero". Se llama el "principio de tautología" y lo citaremos en forma abreviada "Taut".

43.24 * 1.3. $\vdash : q \,.\supset.\, p \vee q$ Pp.

Este principio establece: "Si es verdadero q, entonces es verdadero "p o q". Así, p. e., si q es "hoy es miércoles" y p "hoy es martes", el

27 PM I 93.

principio establece: "Si hoy es miércoles, entonces hoy es o martes o miércoles". Se llama el "principio de adición"...

43.25 $* 1.4. \vdash : p \vee q . \supset . q \vee p$ Pp.

Este principio establece que "p o q" implica a "q o p". Afirma la ley permutativa para la adición lógica de sentencias (*propositions*), y se denominará "principio de permutación".

43.26 $* 1.5. \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . q \vee (p \vee r)$ Pp.

Este principio establece: "Si o es verdadero p", o es verdadero "q o r", entonces o es verdadero q, o es verdadero "p o r". Es una forma de la ley asociativa de la adición lógica, y se denominará "principio asociativo".

43.27 $* 1.6. \vdash :. q \supset r . \supset : p \vee q . \supset . p \vee r$ Pp.

Este principio establece: "Si q implica a r, entonces "p o q" implica a "p o r". Con otras palabras: en una implicación se puede añadir una alternativa a las premisas y a la conclusión, sin afectar a la verdad de la implicación. El principio se denominará "principio de sumación"...

3. *Demostración*

Dos ejemplos nos harán ver el método de demostración de los *Principia:*

43.28 $* 2.02. \vdash : q . \supset . p \supset q$

Dem.

$$\left[\text{Add}\ \frac{\sim p}{p}\right] \vdash : q . \supset . \sim p \vee q \qquad (1)$$

$$[(1) . (* 1.01)] \vdash : q . \supset . p \supset q$$

Esto se lee: Tómese "Add", e. d., 43.24:

$$q . \supset . p \vee q$$

y sustitúyase "p" por "$\sim p$" y se tendrá:

$$q . \supset . \sim p \vee q \qquad (1).$$

Mas como, según 43.21, "$\sim p \vee q$" y "$p \supset q$" significan lo mismo, se puede sustituir aquél en (1) por éste y se obtendrá la proposición a demostrar. Esto es el *verum sequitur ad quodlibet.*

Una demostración, desde luego, muy sencilla. He aquí otra más complicada:

43.29 $*2.3.\ \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . p \vee (r \vee q)$

Dem.

$$\left[\text{Perm.} \frac{q, r}{p, q}\right] \vdash : q \vee r . \supset . r \vee q :$$

$$\left[\text{Sum} \frac{q \vee r, r \vee q}{q, \quad r}\right] \supset \vdash : p \vee (q \vee r) . \supset . p \vee (r \vee q)$$

4. *Leyes*

43.30 Las sentencias (*propositions*) más importantes demostradas en este número son las siguientes:...

$*2.03.\ \vdash : p \supset \sim q . \supset . q \supset \sim p$
$*2.15.\ \vdash : \sim p \supset q . \supset . \sim q \supset p$
$*2.16.\ \vdash : p \supset q . \supset . \sim q \supset \sim p$
$*2.17.\ \vdash : \sim q \supset \sim p . \supset . p \supset q$

Estas cuatro sentencias análogas constituyen el "principio de transposición"...

$*2.04.\ \vdash :. p . \supset . q \supset r : \supset : q . \supset . p \supset r$

Éste se denomina "principio conmutativo"...

$*2.05.\ \vdash :. q \supset r . \supset : p \supset q . \supset . p \supset r$
$*2.06.\ \vdash :. p \supset q . \supset : q \supset r . \supset . p \supset r$

Estas dos sentencias, son la fuente del silogismo en Barbara [como más adelante se mostrará] y se denominan por ello "principio del silogismo"...

$*2.08.\ \vdash . p \supset p$

E. d. toda sentencia se implica a sí misma. Esto se denomina el "principio de identidad"...

$*2.21.\ \vdash : \sim p . \supset . p \supset q$

E. d. una sentencia falsa implica a toda sentencia.

Dan luego los *Principia* una serie de leyes sobre el producto lógico[28]. A la cabeza de ellas, están estas dos definiciones:

43.31 $*3.01.\ p . q . = . \sim(\sim p \vee \sim q)$ Df.
donde "$p . q$" es el producto lógico de p y q.

$*3.02.\ p \supset q \supset r . = . p \supset q . q \supset r$ Df.

---

[28] *PM* I *3, 109 ss.

Esta definición sirve únicamente para abreviar demostraciones.

43.32 Las sentencias más importantes del presente número son las siguientes:

$*3.2. \vdash :. p . \supset : q . \supset . p . q$

E. d. "*p* implica que *q* implica *p . q*", e. d., si dos proposiciones son verdaderas, su producto lógico es (también verdadero).

$*3.26. \vdash : p . q . \supset . p$
$*3.27. \vdash : p . q . \supset . q$

E. d., si el producto lógico de dos sentencias es verdadero, es (también) verdadera cada una de las sentencias por separado.

$*3.3. \vdash :. p . q . \supset . r : \supset : p . \supset . q \supset r$

E. d., si *p* y *q* juntas implican a *r*, entonces *p* implica que *q* implica a *r*. Este principio se denominará [siguiendo a Peano] de "exportación" porque *q* es "exportado" de la hipótesis...

$*3.31. \vdash :. p . \supset . q \supset r : \supset : p . q . \supset . r$...
$*3.35. \vdash : p . p \supset q . \supset . q$

E. d., "si *p* es verdadero y *q* se sigue de él, entonces *q* es verdadero". Esto se denominará "principio de aserción" (v. * .1.)...

$*3.43. \vdash :. p \supset q . p \supset r . \supset : p . \supset . q . r$

E. d., si una sentencia implica a dos por separado, entonces implica su producto lógico...

$*3.45. \vdash :. p \supset q . \supset : p . r . \supset . q . r$

E. d., las dos partes de una implicación se pueden multiplicar por un factor común. Esto es denominado por Peano "principio del factor"...

$*3.47. \vdash :. p \supset r . q \supset s . \supset : p . q . \supset . r . s$

43.33 Esta sentencia (* 3.47), o más bien su análoga para clases, fue demostrada por Leibniz a quien evidentemente agradó, pues la denomina "praeclarum theorema".

La referencia a Leibniz, no es del todo correcta, pues en este autor se trata de una ley perteneciente a la Lógica de los términos.

Hemos de citar también

43.34 $*3.24. \vdash . \sim(p . \sim p)$...

(Éste), es la ley de contradicción.

Introduce luego y trata de la equivalencia [29].

43.35 Si de dos sentencias cada una implica a la otra, decimos que son *equivalentes* las dos, lo que escribimos "$p \equiv q$". Sentamos que

* 4.01. $p \equiv q . = . p \supset q . q \supset p$ Df

...dos sentencias son equivalentes cuando tienen el mismo valor de verdad.

43.36 Las sentencias más importantes de este número, son las siguientes:

* 4.1. $\vdash : p \supset q . \equiv . \sim q \supset \sim p$

* 4.11. $\vdash : p \equiv q . \equiv . \sim p \equiv \sim q$ ...

* 4.2. $\vdash . p \equiv p$

* 4.21. $\vdash : p \equiv q . \equiv . q \equiv p$

* 4.22. $\vdash : p \equiv q . q \equiv r . \supset . p \equiv r$

Estas sentencias afirman que la equivalencia es *reflexiva, simétrica* y *transitiva.*

* 4.24. $\vdash : p . \equiv . p . p$

* 4.25. $\vdash : p . \equiv . p \vee p$ ...

* 4.3. $\vdash : p . q . \equiv . q . p$ ...

* 4.31. $\vdash : p \vee q . \equiv . q \vee p$ ...

* 4.32. $\vdash : (p . q) . r . \equiv . p . (q . r)$

* 4.33. $\vdash : (p \vee q) \vee r . \equiv . p \vee (q \vee r)$ ...

* 4.4. $\vdash : . p . q \vee r . \equiv : p . q . \vee . p . r$

* 4.41. $\vdash : . p . \vee . q . r : \equiv . p \vee q . p \vee r$

La segunda de estas leyes *(forms)* (*4.41) no tiene análoga en el álgebra ordinaria.

* 4.71. $\vdash : . p \supset q . \equiv : p . \equiv . p . q$

E. d., p implica a q entonces, y sólo entonces cuando p es equivalente a $p . q$. Esta sentencia se usa constantemente, y nos permite sustituir cualquier implicación por una equivalencia.

* 4.73. $\vdash : . q . \supset : p . \equiv . p . q$

E. d., puede quitarse o añadirse a una sentencia un factor verdadero, sin que se altere el valor de verdad de la sentencia.

43.37 * 5.1. $\vdash : p . q . \supset . p \equiv q$

E. d., dos sentencias son equivalentes, si ambas son verdaderas...

* 5.32. $\vdash : . p . \supset . q \equiv r : \equiv : p . q . \equiv . p . r$ ...

* 5.6. $\vdash : . p . \sim q . \supset . r : \equiv : p . \supset . q \vee r$

---

[29] *PM I* 115 ss.

E. El functor de Sheffer

En 1921 demostró H. M. Sheffer, que todos los functores sentenciales podían definirse por medio de un solo functor, a saber el "stroke" ("|"). "$p \mid q$" significa, pues, "no p o no q". Esto se incluyó en la segunda edición de los *Principia*[30]. Pero hay dos functores que pueden servir para esta finalidad. El otro lo había descubierto ya Peirce en 1880. Vamos a reproducir aquí uno de sus textos sobre el particular.

43.38 Por ejemplo, $x \curlywedge y$ significa que x es f y que y es f. Entonces $(x \curlywedge y) \curlywedge z$, o $\underline{x \curlywedge y} \curlywedge z$ significará que z es f, pero (también) que la sentencia *(statement)* que x e y son ambas f, es ella misma f, e. d. *falsa*. Por lo tanto, el valor de $x \curlywedge x$ es el mismo que el de $\bar{x}$; y el valor de $\underline{x \curlywedge x} \curlywedge x$ es f, porque esta (sentencia) es necesariamente falsa; mientras que el valor de $\underline{x \curlywedge y} \curlywedge \underline{x \curlywedge y}$ es f sólo en el caso en que $x \curlywedge y$ sea v; y $(\underline{x \curlywedge x} \curlywedge x) \curlywedge (x \curlywedge \underline{x \curlywedge x})$ es necesariamente verdadera, de forma que su valor es v.

Con estos dos signos, el *vinculum* [con sus equivalentes, el paréntesis, corchetes, etc.], y el signo $\curlywedge$, que voy a llamar *ampheck* [de ἀμφηκής, de dos filos], se pueden expresar todas las afirmaciones respecto de los valores de las cantidades.

Por lo tanto

$$x \text{ es } \underline{x \curlywedge x} \curlywedge \underline{x \curlywedge x}$$

$$\bar{x} \text{ es } x \curlywedge x$$

$$x : \vee : \bar{x} \text{ es } (\underline{x \curlywedge x} \curlywedge x) \curlywedge (x \curlywedge \underline{x \curlywedge x})$$

$$x \,.\, \bar{x} \text{ es } \underline{x \curlywedge x} \curlywedge x$$

$$-(x\bar{x}y\bar{y}) \text{ es } \overline{\{\underline{x \curlywedge y} \curlywedge (\underline{x \curlywedge y} \curlywedge \underline{x \curlywedge y})\}} \curlywedge \{(\underline{x \curlywedge y} \curlywedge \underline{x \curlywedge y}) \curlywedge x \curlywedge y\}$$

$$x\bar{x}y\bar{y} \text{ es } \underline{x \curlywedge y} \curlywedge (\underline{x \curlywedge y} \curlywedge \underline{x \curlywedge y})$$

$$x \equiv y \text{ es } (x \curlywedge \underline{y \curlywedge y}) \curlywedge (\underline{x \curlywedge x} \curlywedge y)$$

$$-(x \equiv y) \text{ es } \underline{x \curlywedge y} \curlywedge (\underline{x \curlywedge x} \curlywedge \underline{y \curlywedge y})$$

$$x \vee y \text{ es } \underline{x \curlywedge y} \curlywedge \underline{x \curlywedge y}$$

$$\bar{x} \vee \bar{y} \text{ es } (\underline{x \curlywedge x} \curlywedge \underline{y \curlywedge y}) \curlywedge (\underline{x \curlywedge x} \curlywedge \underline{y \curlywedge y}) \; [\text{o } x \bar{\curlywedge} y]$$

$$\bar{x} \vee y \text{ es } (\underline{x \curlywedge y} \curlywedge y) \curlywedge (y \curlywedge \underline{x \curlywedge y})$$

$$[\text{o } (y \curlywedge \underline{x \curlywedge x}) \curlywedge (y \curlywedge \underline{x \curlywedge x})]$$

$$x \,.\, y \text{ es } \underline{x \curlywedge x} \curlywedge \underline{y \curlywedge y}$$

$$\bar{x} \,.\, y \text{ es } x \curlywedge \underline{x \curlywedge y} \text{ o } x \curlywedge \underline{y \curlywedge y}$$

30 PM I, XVI. V.: Sheffer, A *set of five*, y la bibliogr. de PM I, XLV s.

F. MÉTODO DE DEDUCCIÓN DE ŁUKASIEWICZ

Presentamos finalmente un ejemplo del método de deducción de la Lógica sentencial, en su forma más exacta, la alcanzada por Łukasiewicz hacia 1920. El texto aquí reproducido, es de 1934. Lo hemos elegido por su brevedad y claridad.

43.39 Los sistemas lógicos constituidos axiomáticamente, están rigurosamente *formalizados*, e. d., la rectitud de sus deducciones puede comprobarse, sin tener que acudir a la significación de los símbolos empleados en las mismas, o con sólo conocerlos, con tal de conocer las reglas de inferencia.

Propongamos aquí dos ejemplos de demostraciones formalizadas, como ilustración.

a) Demostración de la ley de identidad "*Cpp*" partiendo de los axiomas de la Lógica sentencial:

1 *CCpqCCqrCpr*
2 *CCNppp*
3 *CpCNpq*
   1 $q|Csq \times 4$ [Sustitución de "*Csq*" por "*q*"]
4 *CCpCsqCCCsqrCpr*
   4 $s|Np \times 5$ [Sustitución de "*Np*" por "*s*"]
5 *CCpCNpqCCCNpqrCpr*
   $5 \times C3 - 6$ [Separación de 6 fundándose en 5 y 3]
6 *CCCNpqrCpr*
   6 $q|p,\ r|p \times 7$ [Sustitución de "*p*" por "*q*" y "*r*"]
7 *CCCNpppCpp*
   $7 \times C2 - 8$ [Separación de 8 fundándose en 7 y 2]
8 *Cpp*

IV. LÓGICA DE LOS TÉRMINOS

§ 44. LÓGICA DE LOS PREDICADOS

La materia hasta aquí tratada corresponde a la doctrina megárico-estoica y a la teoría escolástica de las *consequentiae*, a excepción de la primera interpretación del cálculo booleiano, que hay que relacionar con la Silogística aristotélica (asertórica) en cuanto constituye, como aquélla, un sistema de Lógica de los términos. Pero en el segundo período de la Lógica matemática, e. d., a partir de Frege, principalmente, se desarrollaron otras dos formas más de Lógica de los términos. Ambas surgieron en estrecha relación una con otra, y se diferencian del cálculo booleiano (en su interpretación como Lógica de las clases) fundamentalmente en los siguientes aspectos:

1. El cálculo booleiano es puramente extensional: se ocupa de clase, e. d., de extensiones de conceptos. El cálculo no dispone de medio alguno para tratar contenidos, y menos aún para distinguirlos de las clases. Ahora, por el contrario, en la nueva Lógica de los términos se establece una aguda distinción entre el tratamiento de contenido y extensión, de forma que contamos con *dos* doctrinas distintas: la Lógica de los predicados cuyo objeto son los contenidos, y la Lógica de las clases cuyo objeto son las extensiones.

2. Dentro de la Lógica de las clases, el cálculo booleiano no tiene ningún lugar para los individuos; en este sentido se apoya sobre fundamentos aristotélicos; o más exactamente, sus representantes confunden, con Ockham y los "Clásicos", la relación del individuo respecto de la clase, con la de las clases entre sí, e. d., los conceptos aristotélicos de especie y género. Ahora se vuelven a distinguir otra vez ambos con toda precisión.

3. El cálculo booleiano expresa los cuantificadores aristotélicos "todos" y "algunos" por medio de operaciones con clases. Puede, por consiguiente, decir, p. e., que: todos los *A* son *B*, o que *A* y *B* se cortan. Mas esto, lo hace por medio de relaciones entre clases y el universo, sin emplear el concepto de individuo. Ahora, en cambio, nos encontramos con una de las creaciones más interesantes de la Lógica matemática, a saber, la de los cuantificadores "todos" y "algunos" aplicados a individuos. Estos cuantificadores, en oposición a la tradición aristotélica, se conciben separados de la función cuantificada y de su cópula, y se los simboliza también así.

Vamos a exponer, en primer lugar, el desarrollo de la doctrina de los cuantificadores, que comienza, a lo que sabemos, con Frege (1879). Mas en un principio esta doctrina permaneció completamente desconocida en la forma propuesta por Frege, que es superior a todas las posteriores, y no se impuso definitivamente hasta Russell. Por esta razón hubo de ser propuesta, independientemente de Frege, por Mitchell (1883), Peirce (1885) y Peano (1889). En segundo lugar damos dos textos sobre los conceptos de variable libre y ligada, conceptos propuestos explícitamente por primera vez, a lo que parece por Peano (1897). La implicación formal, íntimamente relacionada con ello, procede también de Peano (1889), pero fue expuesta, por extenso, por Peirce (1896). Presentamos después una selección de leyes de la Lógica de los predicados tomadas de los *Principia*, y finalmente ilustramos la teoría de la identidad en Frege (1879) y Peirce (1885).

A. Los cuantificadores

Por las razones indicadas, vamos a comenzar por Mitchell.

1. *Mitchell*

Escribe Mitchell:

44.01 Sea *F* una expresión lógica molecular (*polynomial*) cualquiera, que incluye en sí (*involves*) términos de clases y sus negaciones, e. d., cualquier suma de productos [composiciones (*aggregants*)] de tales términos. Serán entonces, las siguientes las formas de las sentencias (*propositions*) universales y particulares: –

Todo *U* es *F*, representado aquí por F_1
Algunos *U* son *F*, representado aquí por F_u.

Estas dos formas están relacionadas de suerte que

$$F_1 + \bar{F}_u = \infty$$
$$F_1\bar{F}_u = 0;$$

es decir, que F_1 y F_u son las negaciones una de la otra: es decir $\overline{(F_1)} = F_u$. Las dos sentencias F_1 y F_u satisfacen la ecuación

$$F_1\bar{F}_1 = 0,$$

y son "contrarias" entre sí. Tenemos por tanto, tomando la negación de ambos miembros (de la ecuación)

$$F_u + \bar{F}_u = \infty;$$

es decir, F_u y $\bar{F}_u$ son "subcontrarias" entre sí. El trazo que va sobre la *F* en lo anterior, representa, no la negación de la sentencia, sino sólo la del predicado F. La negación de la sentencia F_1 no es $\bar{F}_1$, sino $\overline{(F_1)}$, que, según lo anterior $= \bar{F}_u$.

A primera vista se podría pensar, que "F_1" significa sencillamente "todos los 1 son F"; pero no es así. El subíndice "1" no es un sujeto, sino un subíndice, e. d., un cuantificador que indica que lo expresado por F tiene validez universal; y lo mismo se diga de "F_u". De esta forma, se ha dado el primer paso hacia la separación del cuantificador de la función, bien es verdad que de una manera todavía imprecisa. En la continuación del texto citado introduce Mitchell los símbolos "Π" y "Σ", pero *no* como cuantificadores.

2. *Peirce*

La doctrina es perfectamente clara en Peirce:

44.02 Pasamos ahora a la distinción entre *algunos* y *todos,* distinción que corresponde exactamente *(is on a par)* a la de verdad y falsedad; e. d., es descriptiva.

Todos los intentos para introducir esta (distinción) en el álgebra booleiana, constituyeron más o menos un fracaso completo, hasta que el Sr. Mitchell mostró cómo había que hacer. Su método consiste fundamentalmente en hacer constar toda la expresión de la sentencia de dos partes: una expresión booleiana pura referida a un individuo, y una parte cuantificadora que dice qué individuo es éste. Así, si k significa "es rey" y h "es feliz", la expresión booleiana

$$(\bar{k} + h)$$

significa que el individuo en cuestión o no es rey o es feliz. Ahora bien, aplicando la cuantificación, podemos escribir

$$\text{cualquier } (\bar{k} + h),$$

para significar *(to mean)* que esto es verdad de cualquier individuo en el universo [limitado], o

$$\text{algunos } (\bar{k} + h),$$

para significar que hay un individuo el cual o no es rey o es feliz.

44.03 Para hacer el simbolismo *(notation)* lo más intuitivo *(iconical)* posible, usaremos la Σ que sugiere una suma, para *algunos,* y la Π que sugiere un producto, para *todos.* Así $\Sigma_i x_i$ significa que x es verdadero de alguno de los individuos designados por i, o

$$\Sigma_i x_i = x_i + x_j + x_k + \text{etc.}$$

De igual manera $\Pi_i x_i$ significa que x es verdadero de todos estos individuos, o

$$\Pi_i x_i = x_i x_j x_k, \text{ etc.}$$

Si x es una relación simple, entonces $\Pi_i \Pi_j x_{ij}$ significa que todo i guarda esta relación respecto de todo j; $\Sigma_i \Pi_j x_{ij}$ que algún i guarda esta relación

respecto de todo j; $\Pi_j\ \Sigma_i x_{ij}$, que guarda esta relación respecto de todo j uno u otro de los i; $\Sigma_i\ \Sigma_j x_{ij}$, que algún i guarda esta relación respecto de algún j. Es de advertir que $\Sigma_i x_i$ y $\Pi_i x_i$ son sólo *semejantes* a una suma y a un producto; no son exactamente de la misma naturaleza, puesto que los individuos del universo pueden ser innumerables.

La idea fundamental de este texto la conocíamos ya: fue formulada explícitamente por Alberto de Sajonia (34.06). Nos encontramos, por tanto, ante un redescubrimiento posterior. Totalmente nueva es, por el contrario, la clara separación del cuantificador de la fórmula cuantificada.

3. *Peano*

La transcripción de Peirce fue adoptada luego por Schröder[31], y la emplea todavía hoy el simbolismo de Łukasiewicz. El simbolismo de Peano ha logrado mayor difusión gracias a que lo adoptaron, en lo fundamental, los *Principia*. El Lógico italiano lo presenta con estas palabras:

44.04 Si las sentencias *a*, *b* contienen entes indeterminados, tales como x, y, ..., e. d., si entre los entes mismos se dan relaciones, entonces $a \supset_{x, y, \ldots}$ significa *b*: sean cuales fueren x, y ..., de la sentencia *a* se deduce *b*. Para evitar el peligro de ambigüedad, en lugar de $\supset_{x, y, \ldots}$, escribimos sólo $\supset$.

El signo $=$ significa *es igual a*. Sean *a*, *b* dos sentencias; $a = b$ significará, entonces, lo mismo que $a \supset b \,.\, b \supset a$; la sentencia $a =_{x, y, \ldots} b$ significará lo mismo que $a \supset_{x, y, \ldots} b \,.\, b_{x, y, \ldots} \supset a$.

4. *Frege*

Pasemos ahora al *Begriffsschrift* de Frege:

44.05 En la expresión de un juicio, el conjunto de signos que va a la derecha de $\vdash$ se puede considerar siempre, como una función de uno de los signos que aparecen en él. *Si en lugar de este argumento se pone una letra gótica, y al guión de contenido se le practica una cavidad en la que se coloca esta misma letra, como en*

$$\vdash\!\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\ \Phi(\mathfrak{a}),$$

entonces, el juicio significa que aquella función es un hecho, sea cual fuere el argumento que se considere el suyo. Así como *una letra* empleada como signo de función, p. e., Φ en Φ (*A*), se la puede considerar como argumento de una función; así, puede substituirse por una letra gótica, empleada en el sentido recién expuesto. El significado de una letra gótica no se halla sujeto más que a las restricciones evidentes de que: el con-

[31] *Vorlesungen* I, § 15.

junto de signos que siguen a un guión de contenido debe conservar siempre la posibilidad de ser un contenido de juicio; y que si la letra gótica aparece como signo de función, se tenga en cuenta esta circunstancia. *Todas las demás condiciones a que deben someterse las sustituciones admisibles para una letra gótica, deben formar parte del juicio.* De un juicio tal, se puede, por tanto, deducir siempre el número que se quiera *de juicios con contenidos menos generales,* sustituyendo en cada ocasión la letra gótica por alguna cosa, con lo que desaparece de nuevo la cavidad en el guión de contenido. El trazo horizontal situado a la izquierda de la cavidad en

$$\vdash\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \Phi(\mathfrak{a})$$

es el guión de contenido para la (proposición) $\Phi(\mathfrak{a})$ es válida, sea cual fuere el sustituto de $\mathfrak{a}$; el que se encuentre a la derecha de la cavidad, es el guión de contenido de $\Phi(\mathfrak{a})$, por tanto hemos de suponer que se ha sustituido $\mathfrak{a}$ por algo determinado.

De acuerdo con lo que más arriba se ha dicho sobre el significado del guión de juicio, es fácil ver qué significa una expresión como

$$-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \mathcal{X}(\mathfrak{a})$$

Esta expresión puede aparecer formando parte de un juicio como

$$\vdash\!\!\top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \mathcal{X}(\mathfrak{a}), \qquad \begin{array}{l} \vdash\!\!\!\top\!\!-\!\!-\!\!-\ A \\ \ \ \lfloor\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \mathcal{X}(\mathfrak{a}). \end{array}$$

Es manifiesto que de estos juicios no pueden deducirse como de

$$\vdash\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \Phi(\mathfrak{a})$$

juicios menos universales sustituyendo $\mathfrak{a}$ por algo determinado. Por medio de

$$\vdash\!\!\top\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \mathcal{X}(\mathfrak{a})$$

se niega que $\mathcal{X}(\mathfrak{a})$ sea siempre un hecho, sea cual fuere la sustitución de $\mathfrak{a}$. Con esto no se rechaza en modo alguno, que pueda darse a $\mathfrak{a}$ una significación Δ, tal que $\mathcal{X}(\Delta)$ sea un hecho.

$$\begin{array}{l} \vdash\!\!\!\top\!\!-\!\!-\!\!-\ A \\ \ \ \lfloor\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \mathcal{X}(\mathfrak{a}) \end{array}$$ significa,

que no tiene lugar el caso en que se afirma $-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \mathcal{X}(\mathfrak{a})$ y se niega A. Mas con esto no se rechaza, en modo alguno, que pueda tener lugar el caso en que se afirma $\mathcal{X}(\Delta)$ y se niega A; pues como acabamos de ver, puede afirmarse $\mathcal{X}(\Delta)$, y sin embargo negarse $-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \mathcal{X}(\mathfrak{a})$. Luego tam-

poco aquí se puede sustituir arbitrariamente $\mathfrak{a}$ sin comprometer la rectitud del juicio. Esto explica por qué es necesaria la cavidad con la letra gótica incluida en ella: *delimita el ámbito de la generalidad significada por la letra. La letra gótica mantiene su significado sólo dentro de su ámbito;* la misma letra gótica puede aparecer en un juicio en diversos ámbitos, sin que la significación que se le asigna en uno, p. e., se extienda a los restantes. El ámbito de una letra gótica puede incluir dentro de sí el de otra, como muestra este ejemplo:

$$\vdash\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!\begin{array}{l}\text{———— } A(\mathfrak{a}) \\ \lfloor\!\!\text{—}\overset{\mathfrak{e}}{\smile}\text{— } B(\mathfrak{a}, \mathfrak{e})\end{array}$$

En este caso hay que elegirlas *distintas;* no podría ponerse $\mathfrak{a}$ en lugar de $\mathfrak{e}$. Está, naturalmente, permitido sustituir, en cualquier parte, una letra gótica dentro de su ámbito, por otra determinada, con tal que en los lugares donde antes había letras distintas, las haya después también distintas. Esto no tiene repercusión sobre el contenido. *Otras sustituciones están permitidas sólo cuando la cavidad sigue inmediatamente al guión de juicios,* de forma que el contenido del juicio total constituya el ámbito de la letra gótica. Como este caso es de especial importancia voy a introducir para él la siguiente abreviación. *Una letra latina ha de tener siempre como ámbito el contenido de todo el juicio,* sin que este ámbito se represente por una cavidad en el guión de contenido. Si aparece una letra latina en una expresión no precedida por guión de juicio, esta expresión es sin sentido. *Una letra latina puede ser reemplazada siempre por una gótica que no aparezca todavía en el juicio,* situando la cavidad inmediatamente después del guión de juicio. P. e., en lugar de

$$\vdash X(a)$$

se puede poner

$$\vdash\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\text{— } X(\mathfrak{a}),$$

si a aparece sólo en el lugar argumental dentro de $X(a)$.

Es también manifiesto, que de

$$\vdash\!\!\begin{array}{l}\text{——— } \Phi(a) \\ \lfloor\!\text{— } A\end{array}$$

se puede deducir

$$\vdash\!\!\begin{array}{l}\text{———}\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\text{— } \Phi(\mathfrak{a}) \\ \lfloor\!\text{———— } A,\end{array}$$

si A *es una expresión en la que no aparece* a, *y* a *dentro de* Φ (a) *no ocupa sino lugares argumentales.* Si se niega $\text{—}\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\text{— } \Phi(\mathfrak{a})$, entonces se ha de poder dar a a un significado tal que se niegue $\Phi(a)$. Por lo tanto, caso de

que se negara $\neg\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\ \Phi(\mathfrak{a})$, y se afirmara A, se habría de poder dar a a una significación tal que se afirmara A y se negara $\Phi(a)$. Pero esto no es posible, dado que

$$\vdash\!\!\top\!\!-\ \Phi(a) \quad \llcorner\!-\ A$$

pues esto significa que sea cual fuere (a) queda excluido el caso en que se niega $\Phi(a)$ y se afirma A. Por lo tanto, no se puede negar $\neg\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\ \Phi(\mathfrak{a})$ y afirmar A; e. d.:

$$\vdash\!\!\top\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\ \Phi(\mathfrak{a}) \quad \llcorner\!-\ A.$$

44.06 Vamos a considerar ahora algunas combinaciones de signos.

$$\vdash\!\!\top\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!-\ \mathcal{X}(\mathfrak{a})$$

significa, que podría encontrarse algo, Δ, p. e., tal que fuese negado $\mathcal{X}(\Delta)$. Podemos, pues, traducirlo: "hay algunas cosas que no tienen la propiedad $\mathcal{X}$".

Diferente es el sentido de

$$\vdash\!\!-\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!\top\!-\ \mathcal{X}(\mathfrak{a}).$$

que significa: "sea cual fuere $\mathfrak{a}$, se ha de negar siempre $\mathcal{X}(\mathfrak{a})$", o "no hay nada que tenga la propiedad $\mathcal{X}$"; o, llamando un $\mathcal{X}$ a una cosa que tenga la propiedad $\mathcal{X}$: "no hay ningún $\mathcal{X}$".

$$\neg\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!\top\!-\ \Lambda(\mathfrak{a})$$

se niega por

$$\vdash\!\!\top\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!\!\top\!-\ \Lambda(\mathfrak{a}).$$

Se puede, por tanto, traducir: "hay Λ -es".

Es éste un texto de extraordinaria importancia. En él no sólo enseña Frege, con toda claridad, la separación de cuantificador y función cuantificada, sino que además introduce el concepto de "variables ligadas" (sin llamarlas, desde luego, así), define el cuantificador existencial e investiga la situación que resulta de la presencia de varios cuantificadores.

B. Variables aparentes

1. *Peano*

De Peano proceden las expresiones variable "aparente" y "real" (1879):

44.07 Decimos en estas explicaciones que en una fórmula, una letra es *real* o *aparente* según que el valor de la fórmula dependa o no del

nombre de esta letra. Así en $\int_0^1 x^m dx$ la letra x es aparente y la letra m real. Todas las letras que aparecen en un teorema son aparentes, porque su verdad es independiente del nombre de las letras.

Hoy se emplean con el mismo significado las expresiones "variable libre" y "ligada".

2. *Whitehead y Russell*

Resulta extraño que la problemática de la cuantificación no fuese tratada por Russell en los *Principles of Mathematics* (1903) más que de una manera superficial. En los *Principia Mathematica* (1910), por el contrario, se trata detenidamente. Vamos a aducir un texto de la introducción de dicha obra:

44.08 A toda función sentencial *(propositional function)* ϕx, corresponde un ámbito o conjunto de valores que consta de todas las sentencias *(propositions)* verdaderas o falsas que se pueden obtener dando a x, en ϕx, todas las significaciones posibles. Un valor de x para el cual ϕx es verdadero, se dirá que "satisface" a x. Vamos a consignar y simbolizar ahora, respecto de la verdad y falsedad de sentencias de este ámbito, tres casos importantes. Estos casos son dados por tres sentencias de las cuales una, al menos, tiene que ser verdadera. O (1) todas las sentencias del ámbito son verdaderas, o (2) algunas sentencias del ámbito son verdaderas, o (3) ninguna sentencia del ámbito es verdadera. La afirmación *(statement)* (1) se representa simbólicamente "$(x) . \phi x$", y la (2) "$(\exists x) . \phi x$"... El símbolo "$(x) . \phi x$", se puede leer "ϕx siempre" o "ϕx es siempre verdadero", o "ϕx es verdadero para todos los valores posibles de x". El símbolo "$(\exists x) . \phi x$", puede leerse "hay un x para el cual ϕx es verdadero", o "hay un x que satisface a ϕx", y así concuerda con la forma natural de expresión del pensamiento.

44.09 *Variables aparentes.* El símbolo "$(x) . \phi x$", designa una sentencia *(proposition)* determinada, y no hay diferencia alguna de significado entre "$(x) . \phi x$", e "$(y) . \phi y$" cuando aparecen en el mismo contexto. Por lo tanto "x" en "$(x) . \phi x$" no es un elemento ambigüo de una expresión cualquiera en la que aparezca "$(x) . \phi x$"... El símbolo "$(x) . \phi x$" tiene cierta analogía con el símbolo

"$\int_b^a \phi(x)\, dx$"

...La x que aparece en "$(x) . \phi x$", o en "$(\exists x) . \phi x$", se llama [según Peano] una "variable aparente"... Una sentencia en la que aparece x como variable aparente, no es función de x. Así, p. e., "$(x) . x = x$", quiere decir "todo es igual a sí mismo". Esta es una constante absoluta, no una función de una variable x.

C. Implicación formal

Íntimamente relacionada con la teoría de la cuantificación, está la teoría (así llamada por Russell) de la implicación formal. Fue bosquejada ya por Peano (44.04) en la fórmula $a \supset_x b$; pero fue Peirce el primero en proponerla con claridad:

44.10 Expongamos ahora la sentencia (*proposition*) categórica "Todo hombre es inteligente". m_i significa aquí, que el objeto individual i es un hombre, y w_i que el objeto individual i es inteligente. Afirmamos, pues, que "si se toma un individuo cualquiera i del universo que sea, o este objeto i no es un hombre, o este objeto i es inteligente"; e. d.: sea lo que fuere hombre, es inteligente. Es decir: "indique lo que indique i, o no es verdadero m_i o es verdadero w_i". Las sentencias condicional y categórica se expresan en esta forma, precisamente; y en mi *mente* no hay en absoluto diferencia alguna entre ellas. La *forma* de la relación es la misma.

Escribe Russell:

44.11 Para el estudio técnico de la Lógica simbólica, es conveniente considerar como único indefinible, la noción de implicación formal, e. d., de sentencias (*propositions*) como "x es un hombre implica, para todos los valores de x, x es mortal" – sentencias, cuyo tipo general es: "$\phi(x)$ implica, para todos los valores de x, $\phi(x)$", donde $\phi(x)$, $\psi(x)$, para todos los valores de x, son sentencias. El análisis de esta noción de implicación formal, pertenece al dominio de los principios del tema, pero no se requiere para su desarrollo formal.

El procedimiento aquí propuesto por Russell para el estudio del tema no se ha llevado, que nosotros sepamos, a la práctica.

44.12 Se ha de observar que "x es un hombre, implica a x es mortal", no es una relación de dos funciones sentenciales, sino que es ella misma una función sentencial individual, con la bonita propiedad de ser siempre verdadera. Pues, efectivamente, "x es un hombre" no es, en modo alguno, una sentencia en sí, y (por consiguiente) no implica nada; ...

D. Leyes de los predicados monoargumentales

Después de lo dicho hasta aquí, podemos limitarnos ya a unas cuantas notas de los *Principia:*

44.13 Hemos demostrado en *3.33 que

$p \supset q \,.\, q \supset r \,.\, \supset \,.\, p \supset r.$

Supongamos que

p = Sócrates es griego,
q = Sócrates es hombre,
r = Sócrates es mortal.

Tenemos entonces: "si 'Sócrates es griego' implica a 'Sócrates es hombre' y si 'Sócrates es hombre' implica a 'Sócrates es mortal', se sigue que 'Sócrates es griego' implica a 'Sócrates es mortal' ". Pero esto no prueba por sí sólo, que si todos los griegos son hombres, y todos los hombres son mortales, entonces todos los griegos son mortales.

Si suponemos que

$\phi x \,.\, = \,.\, x$ es griego,
$\psi x \,.\, = \,.\, x$ es hombre,
$\chi x \,.\, = \,.\, x$ es mortal,

tenemos que demostrar que

$(x) \,.\, \phi x \supset \psi x : (x) \,.\, \psi x \supset \chi x : \supset : (x) \,.\, \phi x \supset \chi x. \ldots$

Vamos a suponer en este número, ... que las proposiciones (*propositions*) de * 1 – * 5 (43.23-37) son aplicables a sentencias (*propositions*) como $(x) \,.\, \phi x$, y $(\exists x) \,.\, \phi x$... No necesitamos tomar $(\exists x) \,.\, \phi x$ como una idea indefinida (*primitive*), sino que podemos sentar

* 10.01. $(\exists x) \,.\, \phi x \,.\, = \,.\, \sim (x) \,.\, \sim \phi x$ Df

44.14 * 10.1. $\vdash : (x) \,.\, \phi x \,.\, \supset \,.\, \phi y$

E. d., lo que es verdadero en todos los casos, es verdadero en cada uno de ellos.

* 10.11. Si ϕy es verdadero para todo argumento posible y, entonces $(x) \,.\, \phi x$ es verdadero...

* 10.23. $\vdash : . (x) \,.\, \phi x \supset p \,.\, \equiv : (\exists x) \,.\, \phi x \,.\, \supset \,.\, p$

E. d., si ϕx implica siempre a p, entonces, si ϕx es verdadero en cualquier caso, es verdadero p.

* 10.24. $\vdash : \phi y \,.\, \supset \,.\, (\exists x) \,.\, \phi x$

E. d., si es verdadero ϕx, entonces hay un x para el cual ϕx es verdadero. Este es el único método para demostrar los teoremas sobre la existencia.

* 10.27. $\vdash : . (z) \,.\, \phi z \supset \psi z : \supset : (z) \,.\, \phi z \,.\, \supset \,.\, (z) \,.\, \phi z$

E. d., si ϕz implica siempre a ψz, entonces "ϕz siempre" implica a "ψz siempre".

44.15 * 10.26. $\vdash :. (z) . \phi z \supset \psi z : \phi x : \supset . \psi x$ ...

Esta es una forma del silogismo en Barbara. Supóngase, p. e., que $\phi z . = . z$ es un hombre, $\psi z . = . z$ es mortal, $x =$ Sócrates. La sentencia se convierte entonces en:

"Si todos los hombres son mortales, y Sócrates es un hombre, entonces Sócrates es mortal".

En * 10.3 se ha dado otra forma del silogismo en Barbara. Ambas fórmulas, identificadas antes erróneamente, fueron diferenciadas por primera vez por Peano y Frege...

* 10.271. $\vdash :. (z) . \phi z \equiv \psi z . \supset : (z) . \phi z . \equiv . (z) . \psi z$
*10.28. $\vdash :. (x) . \phi x \supset \psi x . \supset : (\exists x) . \phi x . \supset . (\exists x) . \psi x$
* 10.281. $\vdash :. (x) . \phi x \equiv \psi x . \supset : (\exists x) . \phi x . \equiv . (\exists x) . \psi x$

44.16 * 10.3 $\vdash :. (x) . \phi x \supset \psi x : (x) . \psi x \supset \chi x : \supset . (x) . \phi x \supset \chi x$
44.17 * 10.35. $\vdash :. (\exists x) . p . \phi x . \equiv : p : (\exists x) . \phi x$
44.18 * 10.42. $\vdash :. (\exists x) . \phi x . \vee . (\exists x) . \psi x : \equiv . (\exists x) . \phi x \vee \psi x$

* 10.5. $\vdash :. (\exists x) . \phi x . \psi x . \supset : (\exists x) . \phi x : (\exists x) . \psi x$

44.19 Es de advertir que mientras * 10.42 expresa una equivalencia, * 10.5 expresa sólo una implicación.

44.20 * 10.51. $\vdash :. \sim \{(\exists x) . \phi x . \psi x\} . \equiv : \phi x . \supset_x . \sim \psi x$

La diferencia entre las dos formas citadas del silogismo en Barbara, consiste —en terminología aristotélica—, en que en 44.16 la premisa menor es una sentencia universal, mientras que en 44.15 (* 10.26) es singular. La falsa identificación de ambas de la que habla Russell, no es aristotélica; no aparece hasta Ockham (34.01).

E. Leyes de los predicados pluriargumentales

El concepto de función pluriargumental (42.06 ss.), condujo ya a Frege a la cuantificación múltiple. Ésta no se ha de confundir con la cuantificación del predicado (36.13 ss.), pues lo que aquí se cuantifica no es el predicado, sino dos partes del sujeto de predicación.

Vamos a citar de los *Principia*, las leyes más importantes referentes a las relaciones lógicas entre tales sentencias.

44.21 * 11.2. $\vdash : (x, y) . \phi(x, y) . \equiv . (y, x) . \phi(x, y)$
44.22 * 11.23. $\vdash : (\exists x, y) . \phi(x, y) . \equiv (\exists y . x) . \phi(x, y)$
44.23 * 11.26. $\vdash :. (\exists x) : (y) . \phi(x, y) : \supset : (y) : (\exists x) . \phi(x, y)$

...Nótese que la conversión de esta sentencia (*proposition*) es falsa. Sea p. e., $\phi(x, y)$ la función sentencial "si y es una fracción propia, entonces x es una fracción propia mayor que y". Tenemos entonces $(\exists x) . \phi(x, y)$ para todos los valores de y, de forma que queda satisfecho $(y) : (\exists x) . \phi(x, y)$. De hecho "$(y) : (\exists x) . \phi(x, y)$" expresa la sentencia: "Si y es una fracción propia, entonces hay siempre una fracción propia mayor que y". Pero "$(\exists x) : (y) . \phi(x, y)$" expresa la sentencia: "Hay una fracción propia que es mayor que cualquier fracción propia", la cual es falsa.

44.23 es un redescubrimiento de un teorema de la doctrina del sentido compuesto y dividido (29.06 ss.).

F. Identidad

Un predicado lógico biargumental de especial importancia es la identidad. En el período booleiano se introdujo sin definición. En la Lógica matemática posterior se la ha definido —con ayuda de un pensamiento aristotélico (16.13)— por medio de predicados monoargumentales, de la implicación y la equivalencia. Por razones de tipo ontológico y a lo que parece sin simbolismo lógico-matemático, formuló Leibniz la idea de una tal definición en su *principe des indiscernables*. Pero la primera definición lógico-matemática de la misma, la encontramos en Frege.

44.24 La igualdad de contenido se diferencia de la condicionalidad y de la negación, en que éstas se refieren a nombres, no a contenidos. Mientras, por lo demás, los signos son meros representantes de su contenido, de forma que toda frase en la que aparecen, no expresa más que una relación entre sus contenidos; en el momento en que aparecen ellos (los nombres) por sí mismos, se unen inmediatamente por medio del signo de igualdad; pues esto significa, en efecto, la circunstancia de que dos nombres tengan el mismo contenido. Así, con la introducción de un signo de igualdad de contenido, viene necesariamente la equivocidad en la significación de los signos, al representar los mismos signos, bien su contenido, bien a sí mismos. Esto hace suponer, a primera vista, como si aquí se tratase de algo que afecta a la *expresión* sola, no al *pensamiento;* y como si no hubiera necesidad alguna de signos distintos para el mismo contenido, ni, por lo tanto, tampoco de signo alguno para la igualdad de contenido. Para poner de manifiesto la inconsistencia de esta apariencia, he tomado el siguiente ejemplo de la Geometría. Señálese en una circunferencia, un punto fijo *A*, en torno al cual gire un radio vector. Cuando éste forme un diámetro, llamemos al extremo opuesto a *A*, el punto *B* correspondiente a esta posición. Llamemos, luego, al punto de intersección de ambas líneas, el punto *B* correspondiente a cada una de las posiciones del radio vector; este punto nos lo da la regla de que a los continuos cambios de

posición del radio vector, corresponden continuos cambios de posición de *B*. El nombre *B* tiene, por consiguiente, un significado indeterminado, mientras no se defina la posición correspondiente del radio vector. Podemos preguntarnos ahora: ¿cuál es el punto correspondiente a la posición del radio vector en la que éste es perpendicular al diámetro? La respuesta será: el punto *A*. El nombre *B* tiene, por tanto, en este caso el mismo contenido que el nombre *A*; y sin embargo, no podríamos usar a priori un nombre, porque sólo la respuesta a la cuestión justificaría nuestro proceder. El mismo punto se determina de una doble manera:

1) directamente, por la experiencia;

2) como el punto *B*, correspondiente al radio vector perpendicular al diámetro.

A cada una de estas dos maneras de determinación, corresponde un nombre especial. La necesidad de un signo de igualdad de contenido se funda, por tanto, en el hecho siguiente: el mismo contenido puede ser plenamente determinado de maneras distintas; ahora bien, el hecho de que en un caso especial se represente *lo mismo* de *dos maneras distintas de determinación*, es el contenido de un *juicio*. Pero antes de que éste se obtenga, se han de asignar a la cosa determinada dos nombres distintos correspondiendo a las dos maneras de determinación. Pero el juicio necesita para ser expresado, un signo de igualdad de contenido que una a ambos nombres. De aquí resulta, que los diversos nombres de un mismo contenido, no son siempre mera cuestión de fórmula, sino que afectan a la esencia misma de la cosa si guardan relación con las diversas maneras de determinar el contenido. En este caso, el juicio que tiene como objeto la igualdad de contenido, es sintético en sentido kantiano. Una razón, más externa, para la adopción de un signo de igualdad de contenido radica en el hecho de que a veces resulta conveniente introducir una abreviación en lugar de una expresión prolija. Entonces se puede expresar la igualdad de contenido entre la abreviación y la forma primitiva.

Pues bien

$$\vdash (A \equiv B)$$

significa que *el signo A y el signo B tienen el mismo contenido conceptual, de forma que en lugar de A se puede poner siempre B y viceversa.*

Este análisis llama la atención por su semejanza con el de Tomás de Aquino (29.02). Únicamente que Frege concibe, como es evidente, la identidad como una relación entre dos *nombres* y un contenido, definiéndola, consiguientemente, en un metalenguaje. Los Lógicos matemáticos posteriores no le han seguido en esto, sino que han concebido la identidad como una relación entre objetos. Esta definición moderna (que concuerda además con la idea aristotélica) la encontramos por primera vez en Peirce:

44.25 Podemos tomar un signo (*token*) especial de segunda intención (*of second intention*), digamos 1, para expresar la identidad, pudiendo escribir 1_{ij}. Mas esta relación de la identidad tiene propiedades particulares. La primera es que si *i* y *j* son idénticos, todo lo que es verdad de *i*, lo es (también) de *j*. Esto puede escribirse

$$\Pi_i \Pi_j \left\{ 1_{ij} + \bar{x}_i + x_j \right\}. \ldots$$

La otra propiedad es que si todo lo que es verdad de *i*, lo es (también) de *j*, entonces *i* y *j* son idénticos. Esto se escribe de forma completamente natural, como sigue: supongamos que el signo *q* designa la relación de una cualidad (*quality*), propiedad (*character*), hecho (*fact*), o predicado con su sujeto. Entonces la propiedad que queremos expresar será

$$\Pi_i \Pi_j \Sigma_k \left(1_{ij} + \bar{q}_{ki}\, q_{kj}\right).$$

Y la identidad se definirá, por tanto,

$$1_{ij} = \Pi_k \left(q_{ki}\, q_{kj} + \bar{q}_{ki}\, \bar{q}_{kj}\right).$$

E. d.: decir que (dos) cosas son idénticas, es decir que todo predicado es verdad de ambas o es falso de ambas. Puede parecer un círculo (*circuitous*) introducir el concepto de cualidad para expresar la identidad; pero esta impresión se modificará si se tiene en cuenta que $q_{ki}\, q_{kj}$[32] significa únicamente que *i* y *j* están ambas dentro de la clase o colección (*collection*) *k*. Si lo preferimos, podemos ahorrarnos el signo *q*, usando el índice de un signo y refiriéndonos a él en el cuantificador igual que a los subíndices.

...E. d., que podemos escribir

$$1_{ij} = \Pi_x \left(x_i\, x_j + \bar{x}_i\, \bar{x}_j\right).$$

§ 45 LÓGICA DE LAS CLASES

La, por así decirlo, Lógica de las clases "pura", e. d., la teoría de las relaciones entre clases, se desarrolló como (la primera) interpretación del cálculo booleiano. Mas, como ya hemos observado, no dispone éste de medios para expresar la relación de un individuo con la clase a que pertenece. El concepto de clase se considera en él como algo originario, y no se define. En este punto, el desarrollo posterior de la Lógica matemática ha aportado dos importantes innovaciones: primera, la introducción del concepto de relación entre individuo y clase, como distinto del de inclusión de clases; segunda, la reducción de clases a propiedades (predicados), mediante una definición.

32 Adopto la lectura $q_{ki}\, q_{kj}$, en lugar de $q_{ki}\, q_{jk}$.

A. Individuo y clase. Concepto de elemento

La primera innovación la encontramos por primera vez, como tantas otras, en el *Begriffsschrift* de Frege (1879). Exactamente diez años después, aparece en Peano sin haber tenido conocimiento del *Begriffsschrift*. También en este caso la doctrina de Frege, si bien anterior y superior a la de Peano, permaneció sin influjo en el desarrollo de la Lógica hasta Russell (1903). Por esta razón vamos a comenzar por Peano:

45.01 *Clases*

Con el símbolo K se representa una clase o conjunto (*aggregatio*) de entes.

El símbolo ε significa *es* (*est*). Así $a \varepsilon b$ se lee: *a es un b; a* ε *K* significa *a es una clase; a* ε *P* significa *a es una sentencia.*

En lugar de $-(a \varepsilon b)$, escribiremos $a -\varepsilon\, b$; el símbolo $-\varepsilon$ significa *no es*; e. d.:

44. $a -\varepsilon\, b \,.\, = \,:\, -a \varepsilon b.$

El símbolo $a, b, c\ \varepsilon\ m$ significa: a, b, y c son m; e. d.:

45. $a, b, c\ \varepsilon\ m \,.\, = \,:\, a \varepsilon m \,.\, b \varepsilon m \,.\, c \varepsilon m.$

Sea a una clase; entonces, $- a$ significará la clase que consta de los individuos que no son a.

46. $a \varepsilon K \,.\, \supset \,:\, x \varepsilon - a \,.\, = \,.\, x - \varepsilon\, a.$

B. Significación y extensión

Sólo entonces pudo plantearse con toda precisión el problema de la prioridad entre comprensión y extensión, en el marco de la Lógica matemática. Frege fue un intensionalista convencido, e. d., afirmaba categóricamente la prioridad de la significación —del concepto en su terminología— respecto de la extensión, e. d., de la clase. Donde más claramente formuló sus puntos de vista sobre el particular fue en una comunicación con Jourdain en 1910 (después del planteamiento del problema de las antinomias por Russell, por consiguiente):

45.02 Según mi manera de considerar los conceptos como funciones, podemos tratar las partes más importantes de la Lógica sin hablar de clases, como he hecho en mi *Begriffsschrift* – sin que surja la dificultad (de Russell). Sólo con dificultad me decidí a introducir clases [e. d. extensiones de conceptos], pues la cosa no me parecía del todo segura —y tenía razón, pues (luego) se mostró que no lo era. Las leyes de los números deben desarrollarse de forma puramente lógica. Mas los números son ob-

jetos, y en Lógica no tenemos, en primer lugar, más que dos objetos: los dos valores de verdad (v. acerca de esto 42.11). Nuestro primer objetivo fue, entonces, obtener objetos de conceptos, e. d. extensiones de conceptos o clases. Esto me compelió a superar mi oposición, y a aceptar el tránsito de conceptos a sus extensiones. Y una vez que me hube decidido a ello, hice un uso de las clases más amplio de lo que era necesario, pues por este medio se alcanzaron muchas simplificaciones. Confieso que al proceder así caí en el error de desistir con demasiada facilidad de mis dudas iniciales, fiado del hecho de que en Lógica se ha hablado largo tiempo de extensiones de los conceptos. Las dificultades inherentes al empleo de clases desaparecen si nos ocupamos sólo de objetos, conceptos y relaciones. Y esto es posible en la parte fundamental de la Lógica, pues la clase es algo derivado, mientras en el concepto —tal como entiendo yo la palabra— tenemos algo primitivo. En consonancia con esto son también las leyes de las clases menos primitivas (*primitive*) que las de los conceptos, y no es adecuado fundar la Lógica sobre las leyes de clases. Las leyes fundamentales de la Lógica no deben contener nada derivado. Quizá podamos considerar la aritmética como una Lógica más desarrollada. Pero en esto decimos, que en comparación con la Lógica fundamental, es algo derivado. No puedo pensar, por tanto, que el empleo de símbolos aritméticos ["+", "–", " : "] sea adecuado en Lógica. El signo de igualdad es una excepción, (ya que también) en Aritmética significa en el fondo identidad. Es dudoso *a priori* que sea adecuado tratar de forzar la Lógica en fórmulas que originariamente (*originally*) pertenecen a otra ciencia.

Peano introdujo, como hemos visto, el concepto de relación entre individuo y clase, e. d., el concepto de elemento (ε). Su concepción —tal es al menos la interpretación más aceptable— es extensionalista (45.01).

En 1903 formuló Russell el problema de la siguiente manera:

45.03 *Clase* se puede definir extensional o intensionalmente. E. d.: podemos definir bien la especie de objeto que es una clase, bien la especie de concepto que designa una clase: éste es el sentido preciso de la oposición entre extensión y contenido (*intension*) en este contexto. Pero, si bien el concepto general puede definirse de una de estas dos maneras, las clases particulares no pueden definirse más que intensionalmente, e. d. en cuanto objetos designados por tal o cual concepto, a no ser cuando resulten ser finitas. Yo creo que esta distinción es puramente psicológica: desde el punto de vista lógico, la definición extensional se muestra aplicable igualmente a clases infinitas, pero en la práctica, caso de intentar esto, la muerte troncharía rápidamente nuestro laudable empeño, antes de haber alcanzado su objetivo.

Son aspectos dignos de consideración aquí —y en múltiples ocasiones se han descuidado— los siguientes: (1) Ningún Lógico matemático moderno es extensionalista en el sentido de defender *exclusivamente* una Lógica de las clases, sin una Lógica de los predicados. (2) Respecto de la Lógica de las clases misma, hay dos posibilidades de fundamentación: la extensional y la intensional. (3) Russell —mas no todos los Lógicos aludidos, p. e., Frege— es de la opinión que estas fundamentaciones se han de equiparar teóricamente. (4). Sin embargo, también él confiesa que prácticamente la fundamentación de la Lógica de las clases —y por tanto, del aspecto extensional de la Lógica de los términos— ha de ser intensional.

Hemos de distinguir del concepto aquí expuesto de extensionalidad, otro del que nos hablan los *Principia* en relación con las funciones sentenciales. Los *Principia* usan, en efecto, un método intensional para definir la clase, en el sentido de que para ello emplean el concepto de función sentencial en la que aparece el nombre de una propiedad, e. d., un predicado. Mas la función sentencial, no puede concebirse a su vez ni intensional ni extensionalmente. El texto más importante de los *Principia* sobre este particular, es el siguiente:

45.04 Cuando dos funciones son formalmente equivalentes, diremos que tienen la misma *extensión (extension)*... Sentencias (*propositions*) en las cuales aparece una función ϕ, pueden depender, para su valor de verdad, o de una función particular ϕ, o pueden depender solamente de la *extensión* de ϕ. En el primer caso, llamaremos a la correspondiente sentencia función *intensional* de ϕ; en el segundo caso, función *extensional* de ϕ. Así, p. e., $(x) . \phi x$ o $(\exists x) . \phi x$ es una función extensional de ϕ, porque si ϕ es formalmente equivalente de ψ, e. d., si $\phi . x . \equiv_x . \phi x$, tenemos $(x) . \phi x . \equiv . (x) . \psi x$ y $(\exists x) . \phi x . \equiv . (\exists x) . \psi x$. Pero por otra parte "Yo creo que $(x) . \phi x$" es una función *intensional*, porque aun cuando $\phi x . \equiv_x . \psi x$, en modo alguno se sigue que yo crea $(x) . \psi x$, caso de que crea $(x) . \phi x$.

C. El artículo plural

Fue Frege el primero que propuso una definición puramente intensional (en el primer sentido) de clase. Ocurrió esto al introducir un signo que transformaba una función en su serie de valores: así, de "*F* conviene a todos los *x*" resulta la fórmula: "*los x,* a los que conviene *F*". He aquí el texto de Frege:

45.05 Nuestro simbolismo debe ser capaz también de mostrar la transformación de la universalidad de una ecuación en una ecuación (entre) series de valores. Así, p. e., para

$$\text{“}\smile^{\alpha}\!\!-\; \alpha^2 - \alpha = \alpha . (\alpha - 1)\text{”}$$

escribo

$$\text{“}\grave{\varepsilon}(\varepsilon^2 - \varepsilon) = \grave{\alpha}[\alpha . (\alpha - 1)]\text{”}$$

entendiendo "$\grave{\varepsilon}\,(\varepsilon^2 - \varepsilon)$" como la serie de valores de la función $\xi^2 - \xi$, y "$\grave{\alpha}\,[\alpha\,.\,(\alpha - 1)]$", como la de $\xi\,.\,(\xi - 1)$. Igualmente $\grave{\varepsilon}\,(\varepsilon^2 = 4)$ es la serie de valores de la función $\xi^2 = 4$, o como también podemos decir, la comprensión del concepto *raíz cuadrada de cuatro*.

Después de Frege, y evidentemente con independencia de él, ha desarrollado Peano una idea similar. Su teoría no es del todo intensional, en cuanto, para su definición de clase, emplea el concepto de elemento (ε):

45.06 Sea *a* una *K* (clase). Escribamos delante del signo *a* el signo $x\,\varepsilon$; por la convención *(convention)* P 2 (v. 45.01) tenemos la sentencia:

$$x\,\varepsilon\,a,$$

que contiene la variable letra *x*. Admitamos ahora que al anteponer el signo $\overline{x\,\varepsilon}$ a esta sentencia, la fórmula

$$\overline{x\,\varepsilon}\,(x\,\varepsilon\,a)$$

expresa de nuevo la clase *a*. Esta convención se aplicará con provecho cuando la sentencia que contiene la variable letra *x*, no se ha reducido todavía a la forma $x\,\varepsilon\,a$. Sea *p* una sentencia que contiene la variable letra *x*; la fórmula $\overline{x\,\varepsilon}\,p$ indica (entonces) la clase de los "*x* que satisfacen la condición *p*". El símbolo $\overline{x\,\varepsilon}$ puede leerse "los *x* que".

Ejemplo: $1\,\varepsilon\,\overline{x\,\varepsilon}\,(x^2 - 3x + 2 = 0)$
"El uno es una raíz de la ecuación incluida dentro del paréntesis".

Hemos de advertir que en la fórmula $\overline{x\,\varepsilon}\,p$ la letra *x* es aparente; el valor de la fórmula no varía si en el símbolo $\overline{x\,\varepsilon}$ y en la sentencia *p* sustituimos la letra *x* por la letra *y*.

D. Definición de las clases por medio de funciones

En el texto recién citado se aproxima Peano a una definición intensional de clase, al hablar de una condición *p*. En los *Principia* se formula expresamente este pensamiento, con la particularidad de que Whitehead y Russell escriben "x" en lugar de "los *x* que...". La definición básica de los *Principia* es la siguiente:

45.07 * 20.03. $\mathrm{Cls} = \hat{\alpha}\,\{(\exists\,\phi)\,.\,\alpha = \hat{z}\,(\phi\,!\,z)\}$ Df

Trátase aquí de la definición de la clase de clases, y por consiguiente (de una interpretación intensional) del concepto de clase en cuanto tal. La clase de clases —representada por "Cls"— es idéntica a *aquellos* α ($\hat{\alpha}$) para los que hay al menos una propiedad ϕ tal que α sea idéntico a: los z, para los que ϕ vale de z (el signo de admiración significa que la última función tiene como argumento el nombre de un individuo, y que es elemental).

El sentido de esta definición un tanto complicada y abstracta, se desprende con claridad de la siguiente ley deducida con su ayuda:

45.08 $*20.3. \vdash : x \varepsilon \hat{z}(\psi z) . \equiv . \psi x$

E. d., "x es un elemento de la clase *de los* z de los que vale ψz, si y sólo si ψx".

E. Producto e inclusión de clases

Peano logra definir relaciones entre clases mediante el artículo determinado o el cuantificador, presuponiendo functores lógico-sentenciales. Vamos a citar dos ejemplos de estas definiciones tomados del *Formulaire* (1897), y una discusión sobre la diferencia entre el concepto de elemento y el de inclusión.

45.09 Sean a y b clases; con $a \cap b$ expresamos la clase

$x \varepsilon (x \varepsilon a . x \varepsilon b)$.

45.10 De esta forma hemos definido el producto lógico de las K (clases), por medio del producto lógico de las P (sentencias) que hemos tomado como idea primitiva.

45.11 *Implicación e inclusión.*

Sean a y b K. En lugar de la sentencia

$x \varepsilon a . \supset_x . x \varepsilon b$,

"sea cual fuere x: si es a, es también b", escribamos la fórmula que no contiene ya la letra aparente x,

$a \supset b$,

que se puede leer:

"Todo a es b", o "La clase a está incluida en la clase b"...

45.12 Los símbolos ε y $\supset$ que hemos introducido, y el símbolo $=$, bien conocido para el lector... tienen significaciones diferentes, aunque a veces correspondan a las mismas palabras de la lengua. Ej.:

"7 *es la* suma de 3 y 4" se puede traducir: "$7 = 3 + 4$"...
"7 *es* un número primo" se puede traducir: "$7 \varepsilon Np$"...
"Los múltiplos de 6 *son* múltiplos de 3" se puede traducir: "$N \times 6 \supset N \times 3$".

Estos símbolos obedecen además a diversas leyes.

§ 46. EXISTENCIA

En el seno de la Lógica matemática ha surgido —fundamentalmente a partir de Schröder—, una doble problemática en relación con la existencia. El primer grupo de problemas se refiere a la cuestión ya conocida en la Edad Media, de la llamada clase vacía: la admisión de dicha clase origina ciertas dificultades en la Silogística aristotélica. Los del segundo grupo surgieron de la discusión de sentencias en las que se atribuía la existencia a un individuo. Esta discusión condujo, en Frege y Russell, a la teoría de la descripción, una de las doctrinas lógicas más importantes.

Vamos a referir aquí lo esencial de los dos grupos de problemas.

A. La clase vacía

El concepto de clase vacía —e. d., que no contiene ningún elemento— fue introducida implícitamente en el *Analysis* booleiano, al tomar Boole el cero del álgebra, como símbolo de esta clase. Esto ocurrió de la siguiente manera: al interpretar la sentencia "Todos los *X* son *Y*":

46.01 Puesto que todos los *X* que existen se encuentran en la clase *Y*, es evidente que tomar *(select)* del universo todos los *Y* y de éstos todos los *X*, es lo mismo que tomar del universo todos los *X*.

Por lo tanto

$$xy = x,$$

$$x(1 - y) = 0, \qquad (4).$$

Se da, por tanto, en Boole una disimetría, al introducir expresamente el concepto de clase universal (1) (40.05) y encajarnos luego implícitamente, de contrabando por así decirlo, el de clase vacía (0). Schröder elimina esta disimetría al introducir ambos conceptos simultánea y paralelamente.

46.02 Hemos de introducir ahora *dos dominios especiales* dentro del álgebra de la Lógica, para los que se recomiendan como nombres... las cifras 0 y 1. Vamos a explicarlos también, por medio del signo de relación de la inclusión, de forma que la

Definición (2×) *del "cero idéntico"*	Definición (2+) *del "uno idéntico"*

se siga del hecho de reconocer la subsumpción

$0 \Subset a$	$a \Subset 1$

como *universalmente válida*, es decir (válida) para *cualquier* dominio *a* de nuestra multiplicidad. Esto quiere decir:

Llamamos 0 *a un dominio* que se halla en relación de inclusión respecto de cualquier dominio *a que se halla incluido en cualquier dominio de la multiplicidad.*	*Llamamos* 1 *a un dominio* respecto del cual se halla en relación de inclusión cualquier dominio *a, en el cual se halla incluido cualquier dominio de la multiplicidad.*

46.03 Por meras razones didácticas... adelantemos aquí ya, brevemente, la significación que se atribuye a los símbolos 0 y 1: El 0 representará para nosotros un dominio *vacío*...

Saca, luego, Schröder de su definición la consecuencia de que "nada" es "sujeto de todo predicado" [33].

B. Clase vacía y silogística asertórica

El concepto de clase vacía condujo una vez más a plantear el problema escolástico de la validez de ciertas proposiciones de la Silogística asertórica. Poseemos, excepcionalmente, una detallada investigación histórica sobre el tema, en el hermoso trabajo de Albert Menne [34]. El decurso de la discusión de este problema es, en breves trazos, el siguiente:

Ya Leibniz tropezó con ciertas dificultades en su Silogística asertórica: el no poder deducir los cuatro modos cuyos nombres contenían la letra "*p*", fue la razón de que estuviera proyectando constantemente nuevos sistemas, sin quedar satisfecho con ninguno. Boole dedujo, aparte de los cuatro citados, los cinco restantes modos subalternos, expresando las sentencias aristotélicas de la forma anteriormente (40.08) expuesta. En cambio, de la indeductibilidad de los nueve excluidos, no dice nada. Se ocuparon, por el contrario, del problema, Venn y Schröder. El último dice a este propósito:

46.04 *Desde el punto de vista de nuestra teoría* tenemos que declarar *incorrectos* un cierto número de estos modos (silogísticos), entre los cuales (hay que incluir) en particular también todas las formas "reducidas" *(abgeschwächten)*, e. d., *todas* aquellas *deducciones, mediante las cuales, de premisas puramente universales, se deduce un juicio particular.* Éstas, consideradas más atentamente, nos aparecerán como *entimemas* que omiten tácitamente una premisa esencial: mas al punto en que ésta se formula explícitamente, y se añade como complemento a las restantes premisas, es evidente que descansan sobre *tres* premisas, con lo cual dejan de ser "simples" silogismos, e incluso de ser en absoluto "silogismos".

33 *Vorlesungen* I 238.

34 *Logik und Existenz* (Bibliogr. 1.23).

Esta premisa que falta, se formula de la siguiente forma:

46.05 Será concluyente la deducción, sólo cuando a las citadas premisas se les añada a modo de otra premisa más, la hipótesis $a = 0$, e. d., la suposición de que *hay* individuos de la clase del sujeto.

En consecuencia, se rechazan dos reglas aristotélicas:

46.06 Es de advertir, según esto: que una *deducción por subalternación es inadmisible en Lógica exacta.*

46.07 Es... de advertir, además: *De las conversiones de la Lógica tradicional, únicamente la conversión pura es admisible en Lógica exacta* (e. d. la *conversio per accidens* no: v. 32.03).

Los modos a que aquí se alude son éstos: *Darapti, Felapton, Bamalip, Fesapo* y los cinco subalternos: *Barbari, Celaront, Cesaro, Camestrop, Calemop.*

Dos cuestiones se nos plantean aquí: (1) ¿Es pertinente la introducción del concepto de clase vacía? (2) La interpretación dada por Boole y Schröder a las sentencias aristotélicas, ¿es la única posible?

A la primera, que sepamos, sólo un Lógico —si bien es verdad que de importancia—, Leśniewski, ha respondido negativamente dentro de la Lógica matemática: según Leśniewski es un absurdo. Pero esta opinión está condicionada por su concepto especial de clase, que para él no se distingue de un todo físico. En general, el concepto de clase vacía se considera útil.

En cambio, por lo que se refiere a la interpretación de Boole y Schröder, la evolución ulterior ha demostrado que no es la única posible. Si se toman "Todos... son" y "Algunos... son" como símbolos indefinidos básicos, se puede construir un sistema correcto, en el que todos los modos aristotélicos son válidos. Tal sistema no necesita —fuera de los presupuestos de la Lógica sentencial— más que los siguientes axiomas propuestos por Łukasiewicz (los traducimos al lenguaje ordinario):

1. "Todos los *A* son *A*".
2. "Algunos *A* son *A*".
3. *Barbara.*
4. *Datisi* (o *Ferio*).

E incluso con ayuda de la negación de términos, se pueden reducir, como ha mostrado I. Thomas [35], a 1, 2 y 4. La Silogística aristotélica se desarrolló también como un sistema exacto, cuya no contradicción se puede demostrar [36], y en el cual los silogismos tradicionales aparecen —contra la citada afirmación de Schröder— como silogismos *simples* [37]. Es verdad que el sistema encierra algunos presupuestos más; pero esto sucede con todos los sistemas de Lógica de los términos, incluido el del mismo Schröder.

---

[35] CS (n).

[36] I. Thomas, *A new decision procedure.*

[37] A. Menne, *Logik und Existenz,* §§ 6 ss., y 125, 31.33.

C. DESCRIPCIONES

1. *El artículo determinado: Frege*

Independientemente del problema de la clase vacía, se ha planteado en Lógica matemática, otro que Frege formuló con la pregunta: "¿A quién conviene, propiamente, la existencia?". Él mismo fue el primero en responder que la existencia es una propiedad del concepto, no del objeto (39.10-11). Por otro lado, en conexión con su idea sobre la definición de clase (45.02), introdujo el mismo Frege el concepto de descripción, que corresponde al artículo determinado singular "el". He aquí su texto más importante sobre el particular:

46.08 Si se pudiera afirmar la validez universal de la ecuación "$\grave{\varepsilon}(\Delta = \varepsilon)$" con "$\Delta$", tendríamos en la forma "$\grave{\varepsilon}\,\Phi(\varepsilon)$" un sustituto del artículo determinado de la lengua. Suponiendo, en efecto, que $\Phi(\xi)$ fuera un concepto bajo el cual cayera el objeto Δ, y sólo él; entonces sería la verdad $-\!\overset{\mathfrak{a}}{\smile}\!-\ \Phi(\mathfrak{a}) = (\Delta = \mathfrak{a})$, y con ello sería también verdad $\grave{\varepsilon}\,\Phi(\varepsilon) = \grave{\varepsilon}(\Delta = \varepsilon)$, y como consecuencia de nuestra ecuación de "$\varepsilon(\Delta = \varepsilon)$" con "$\Delta$", $\grave{\varepsilon}\,\Phi(\varepsilon)$ sería lo mismo que Δ; e. d., que en el caso en que $\Phi(\xi)$ sea un concepto, bajo el cual caiga un objeto y sólo uno, "$\grave{\varepsilon}\,\Phi(\varepsilon)$" designará a este objeto. Mas esto no es en realidad posible, porque habría que admitir aquella ecuación en su universalidad; pero podemos ayudarnos introduciendo la función

$$\backslash\xi$$

que admitimos con la salvedad de que hay que distinguir dos casos:

1) si al argumento corresponde un objeto Δ, tal que $\grave{\varepsilon}(\Delta = \varepsilon)$ sea el argumento; entonces el valor de la función $\backslash\xi$ es Δ mismo;

2) si al argumento no corresponde ningún objeto Δ tal que $\grave{\varepsilon}(\Delta = \varepsilon)$ sea el argumento; entonces el argumento mismo es el valor de la función $\backslash\xi$.

Por lo tanto $\backslash\grave{\varepsilon}(\Delta = \varepsilon) = \Delta$ es la verdad, y "$\backslash\grave{\varepsilon}\,\Phi(\varepsilon)$" significa, entonces, el objeto que cae bajo el concepto $\Phi(\xi)$, cuando $\Phi(\xi)$ es un concepto bajo el cual cae un objeto y solamente uno; en todos los demás casos, "$\backslash\grave{\varepsilon}\,\Phi(\varepsilon)$" significa lo mismo que "$\grave{\varepsilon}\,\Phi(\varepsilon)$". Así, p. e., $2 = \backslash\grave{\varepsilon}(\varepsilon + 3 = 5)$ es la verdad, por ser 2 el único objeto que cae bajo el concepto

lo que añadido a 3, da 5

—presupuesta una definición conveniente del signo más— ...

Aquí tenemos un sustituto del artículo determinado de la lengua, que sirve para formar nombres propios de palabras que expresan conceptos. P. e., de la frase

"raíz cuadrada positiva de 2"

que expresa un concepto, formamos el nombre propio

"la raíz cuadrada positiva de 2".

Hay aquí un peligro lógico. En efecto, al querer formar con la frase "raíz cuadrada de 2" el nombre propio "la raíz cuadrada de 2", hemos cometido una falta lógica, porque este nombre propio, sin estipulaciones ulteriores, sería equívoco y consiguientemente falto de referencia. Si no hubiera números irracionales, cosa que hasta se ha llegado a afirmar, sería también falto de referencia el nombre propio "la raíz cuadrada positiva de 2", al menos según el sentido inmediato de las palabras, sin estipulaciones especiales. Y si a este nombre propio le asignáramos pretendidamente una referencia, ésta no tendría relación alguna con su formación, y no se podría concluir que hubiera una raíz cuadrada positiva de 2, aunque nos sentiríamos inclinados a sacar esta conclusión. Pues bien, aquí se evita del todo este peligro inherente al artículo determinado, ya que "\ ὲ Φ (ε)" tiene siempre una referencia bien que la función Φ (ξ) no sea ningún concepto, bien sea un concepto bajo el cual caen más de uno o ningún objeto, bien (en fin) sea un concepto bajo el cual cae un objeto y solamente uno.

2. *Existencia lógica*

La teoría fregeriana fue adoptada en el s. XX por Russell, y ulteriormente desarrollada en circunstancias del todo especiales. Russell había introducido ya por su parte, el año 1901, la diferencia entre existencia real y existencia lógica:

46.09 Números, dioses homéricos, relaciones, quimeras y espacios tridimensionales tienen todos ellos ser *(being)*, pues si no fueran entidades *(entities)* de alguna especie, no podríamos formar sentencias acerca de ellos. El ser *(being)* es, por lo tanto, un atributo universal de todo, y hacer mención *(mention)* de una cosa, es mostrar que es. *Existencia,* por el contrario, es la prerrogativa de solos algunos entes. Existir es tener una relación especial respecto de la existencia, relación... que la existencia misma no tiene.

La distinción no es muy profunda: si se la compara con la teoría tomista del *ens rationis* (26.04 ss.) resulta insuficiente: confunde especies tan diversas de entes, como relaciones, objetos matemáticos y héroes ficticios. El interés de este texto radica en que, dos años más tarde, formuló A. Meinong ideas muy parecidas, que se convirtieron en el punto de partida de la doctrina de la descripción de Russell. Citamos un texto de su famosa obra *Über Annahmen.*

46.10 Si alguien forma el juicio, p. e., de que "no existe un perpetuum mobile", está bien claro que el objeto al que se le niega la existencia tiene propiedades, y propiedades características, sin las cuales el convenci-

miento de su no existencia no podría tener ni sentido ni justificación; hemos dicho propiedades, naturalmente, que es tanto como decir un "ser así" ("*sosein*"). Mas este ser así, no tiene entonces, por hipótesis, existencia alguna que es, justamente, la que más bien, con derecho, se niega. Algo análogo se podría mostrar sobre el conocimiento de componentes. Si en el conocimiento, o conato por conocer, se distinguen —cosa que se muestra de múltiples aplicaciones— respecto de la manera cómo se concibe el objeto en cuestión, dos estadios en general, a saber, la captación del objeto y el enjuiciamiento del mismo, es al punto evidente que se puede decir: lo que se capta son, por así decirlo, los objetos en su modo de ser; lo que luego se enjuicia, y hasta eventualmente se conoce, es el ser, o un ulterior modo de ser de lo captado en aquel modo de ser. Dicho modo de ser, y por su medio lo que es de tal modo (*Soseiende*), es comprensible sin limitación a la existencia, como el hecho del conocimiento negativo pone de manifiesto. Nuestra captación encuentra, a este respecto, algo previamente dado en torno a los objetos, sin tener en cuenta cómo se resuelve la cuestión relativa a la existencia o no existencia. En este sentido "hay" también los objetos que no existen. Esto lo he expresado con un nombre un tanto bárbaro quizá, a lo que temo, pero difícil de mejorar, como el "extraser (*Aussersein*) del objeto puro".

Un año más tarde aplicó Meinong la misma doctrina a los objetos "imposibles":

46.11 Está fuera de toda duda que lo que ha de ser objeto del conocimiento, no tiene por ello que existir, en modo alguno... El hecho es lo bastante importante como para formularlo como el principio de independencia del modo de ser (*Soseins*) respecto del ser; el ámbito de vigencia de este principio, como mejor se pone de manifiesto, es ante el hecho de que a él se hallan sometidos no sólo objetos que de hecho no existen, sino incluso objetos que no pueden existir porque son imposibles. No sólo es de oro la famosa montaña dorada, sino que el cuadrado redondo es, tan cierto, redondo como cuadrado... Para saber que no hay un cuadrado redondo, tengo que emitir un juicio sobre el cuadrado redondo... Quien gustara de expresiones paradójicas podría muy bien decir, por consiguiente: hay objetos de los que vale (decir) que no hay semejantes objetos.

El carácter realmente paradójico de la doctrina de Meinong, nadie lo negará. Pero aparte de esto, es sencillamente falsa: no se necesita, en absoluto, formar un juicio sobre un cuadrado redondo para conocer que el cuadro redondo no existe. Y el que un pensador como Meinong haya cometido un error tan grave —y tan peligroso— se debe a que no realizó un análisis lógico preciso de la realidad, e. d., más exactamente, a su desconocimiento de la doctrina fregeriana de la descripción. Fue Russell el primero en volver a sacarla a la luz.

3. *La descripción en Russell*

Era obvio que la teoría de Meinong coincidiera con la primitiva de Russell (46.09), si bien es verdad que éste va más lejos que Meinong al atribuir a los dioses homéricos, etc., no sólo un modo de ser, sino sencillamente el ser *(being)*. Sin embargo, parece que la rigurosa formulación de Meinong le movió a rechazar la teoría de éste, y con ello también la suya propia primitiva. En su lugar adoptó la teoría de Frege, que es la que desarrolló. Dice en su trabajo *On denoting* (1905):

46.12 Los fundamentos *(evidence)* de la teoría anterior derivan de las dificultades que parecen inevitables cuando consideramos frases descriptivas *(denoting phrases)* como elementos auténticos de las sentencias *(propositions)* en cuya expresión lingüística aparecen. De las diversas teorías que admiten tales elementos, la de Meinong *(Nota de Russell:* V. *Untersuchungen zur Gegenstandstheorie und Psychologie,* Leipzig 1904...) es la más sencilla. Esta teoría considera a toda sentencia que describe gramaticalmente con corrección, como representando un *objeto (object).* Así se supone que "el actual rey de Francia", "el cuadrado redondo", etc., son auténticos objetos. Se admite que semejantes objetos no *subsisten (subsist),* pero sin embargo, se supone que son objetos. Es éste un punto de vista en sí mismo difícil; mas la objeción principal es que tales objetos —como se admite— pueden infringir *(are apt to)* la ley de contradicción. Se pretende *(contended),* p. e., que el rey de Francia existente en la actualidad, existe, y además no existe; que el cuadrado redondo es redondo y además no redondo, etc. Pero esto es insostenible; y si se puede encontrar otra teoría que evite este resultado, se ha de preferir sin dudarlo.

(Ahora bien) con la teoría de Frege se evita quebrantar la ley de contradicción...

Introduce ahora y formula Russell (comenzando por un análisis de la designación) la teoría de la descripción, de la siguiente manera:

46.13 Entiendo por "expresión descriptiva" *(denoting phrase)* una expresión del tipo de las siguientes: un hombre, algunos hombres, cualquier hombre, cada hombre, todos los hombres, el actual rey de Inglaterra, el actual rey de Francia, el centro de la masa del sistema solar en el primer momento del s. XX, el giro de la tierra alrededor del sol, el giro del sol alrededor de la tierra. Es decir, que una expresión es descriptiva exclusivamente en virtud de su *forma.* Podemos distinguir tres casos: (1) Una expresión puede ser descriptiva y sin embargo no describir nada, p. e., "el actual rey de Francia". (2) Una expresión puede describir un objeto determinado *(definite);* p. e., "el actual rey de Inglaterra" des-

cribe a una persona determinada *(certain)*. (3) Una expresión puede describir indeterminadamente; "un hombre", p. e., describe no a muchos hombres, sino a un hombre indeterminado. La interpretación de tales expresiones, es un asunto que (presenta) considerables dificultades...

46.14 Mi teoría es, brevemente, como sigue. Considero el concepto de *variable* fundamental; uso "$C(x)$", para expresar *(mean)* una sentencia *(proposition)* *(Nota de Russell:* más exactamente, una función sentencial) ...en la que la variable x, es esencial y completamente indeterminada. Luego podemos considerar los dos conceptos "$C\ (x)$ es verdadero siempre" y "$C\ (x)$ es verdadero a veces". Luego, se han de interpretar *todo, nada* y *algo* [que son las expresiones descriptivas más simples *(the most primitive)*] de la siguiente manera:

"C (todo)" significa "$C\ (x)$ es siempre verdadero";
"C (nada)" significa " '$C\ (x)$ es falso' es siempre verdadero";
"C (algo)" significa "es falso que '$C\ (x)$ es falso' es siempre verdadero".

El concepto "$C\ (x)$ es siempre verdadero" se toma aquí como último *(ultimate)* e indefinible, y los demás se definen con su ayuda. Para *todo nada* y *algo* aislados *(in isolation)* no se adopta sentido *(meaning)* alguno, sino que se asigna un sentido a toda sentencia *(proposition)* en la que aparecen...

A continuación interpreta Russell la sentencia "He encontrado un hombre", como " 'He encontrado a x, y x es un hombre' no es siempre falso"; luego expone la teoría, que ya conocemos, de la implicación formal (44.10 ss.). Sigue luego la teoría de la descripción:

46.15 Quedan por interpretar expresiones que contienen "el". Son éstas con mucho las más interesantes y difíciles de las expresiones descriptivas... "el", cuando se usa en sentido estricto, incluye unicidad... Cuando decimos por consiguiente "x fue el padre de Carlos II", afirmamos no sólo que x tuvo una determinada relación con Carlos II, sino además que ninguna otra cosa tiene esta relación. La relación en cuestión... se expresa por "x... engendró a Carlos II". Para obtener un equivalente de "x fue el padre de Carlos II" tenemos que añadir: "Si y es distinto de x, y no engendró a Carlos II", o, lo que es equivalente: "Si y engendró a Carlos II, y es idéntico a x". De esta forma, "x es el padre de Carlos II" se convierte en "x engendró a Carlos II; y 'si y engendró a Carlos II, y es idéntico a x', es verdadero siempre de y".

46.16 Todo el reino de los no-entes *(non-entities)* tales como "el cuadrado redondo", "los números primos pares fuera de 2", "Apolo", "Hamlet", etc., se pueden tratar ahora de manera satisfactoria. Todas éstas son expresiones descriptivas que no describen nada... Así... "el cua-

drado redondo es redondo" significa: "hay uno y sólo un ente, *x*, el cual es redondo y cuadrado, y este ente es redondo", lo cual es una sentencia (*proposition*) falsa, no, como sostiene Meinong, verdadera. "El ente perfectísimo tiene todas las perfecciones; la existencia es una perfección; luego el ente perfectísimo existe" se convierte en: "Hay uno y sólo un ente, *x*, el cual es perfectísimo; éste tiene todas las perfecciones; la existencia es una perfección; luego este (ente) existe". Como demostración, falla por falta de una demostración de la premisa "hay uno y sólo un ente, *x*, el cual es (el) más perfecto".

4. *Simbolismo*

a. Peano

Faltaba todavía por introducir un simbolismo adecuado. Éste había sido creado ya por Peano, y precisamente en conexión con el usado para la definición de clase, y por tanto, del artículo plural (v. 45.06):

46.17 Sea p un P (= una sentencia) que contiene la letra x; la fórmula $x \ni p$ representa la clase de los x que cumple la condición p.

El signo $\ni$ puede leerse como la palabra "el cual"...

Llamemos a a la clase $x \ni p$; la sentencia $x \ni a$ coincide con p; por lo tanto, todo P que contenga una letra x, e. d., cualquier condición en x, puede reducirse a la forma $x \ni a$, en la que a es una Cls. (= clase) determinada.

Tenemos también $x \ni (x \varepsilon a) = a$, $x \varepsilon (x \ni p) = p$; los dos signos $x \varepsilon$, y $x \ni$ representan operaciones inversas.

46.18 Sea a una Cls.: a significa: "Hay a, existen a".

46.19 $\iota x = y \ni (y = x) \{ =$ (igual a x) Df

$y \varepsilon \iota x . = . y \varepsilon (\iota x) : a \supset \iota x . = . a \supset (\iota x) :$
$a = \iota x . = . a = \iota x$ Df

...Este signo ι es la letra inicial de la palabra ἴσος. x designa, por consiguiente, la clase formada por el objeto x, y $\iota x \cup \iota y$ la clase compuesta de los objetos x e y.

46.20 $a \varepsilon$ Cls. $\exists a : x, y \varepsilon a . \supset_{x,y} . x = y : \supset : z = ℩ a .$

$. a = \iota z \ldots$
$a \varepsilon$ Cls. $a = \iota x . \supset . x = ℩ x \ldots$

Sea a una clase que contiene un único individuo x. Esto sucede si existe a, y si dos individuos de la clase a son necesariamente iguales. En este caso $℩ a \ldots$, que se puede leer "el a", indica el individuo x que forma la clase a.

b. Principia

Las principales definiciones de los *Principia* a este respecto son las siguientes:

46.21 * 24.01. $V = \hat{x}(x = x)$ Df...
* 24.02. $\Lambda = - V$ Df

"V" corresponde al "1" de Boole; "Λ" al "O" del mismo.

46.22 * 24.03. $\exists ! \alpha . = . (\exists x) . x \varepsilon \alpha$ Df
46.23 * 14.01. $[(\imath x)(\phi x) . \psi (\imath x)(\phi x) . = : (\exists b) : \phi x .$
$\equiv_x . x = b : \psi b$ Df

"$(\imath x)$ (ϕx)" es un "signo incompleto" que se ha de leer "el x tal que ϕx"; "$\psi (\imath x)$ (ϕx)" atribuye al x así descrito, la propiedad ψ. Todo * 14.01. ha de significar: hay al menos un b tal que ψb (al final), y para todos los x: ϕx si y sólo si $x = b$.

46.24 * 14.02. $E ! (\imath x)(\phi x) . = : (\exists b) : \phi x . \equiv_x . x = b$ Df

Digamos que *este* x tal que ϕx existe, equivale a decir que hay un x tal que ϕx, e. d., que hay uno y *solamente uno* tal.

V. OTRAS DOCTRINAS

§ 47. LÓGICA DE LAS RELACIONES

La Lógica formal de las relaciones se cuenta entre las más importantes creaciones de la Lógica matemática. Es verdad que tanto en los antiguos (Aristóteles: 16.20 ss., Galeno: 24.28 ss.), como en los Escolásticos (v. p. e. 35.05) hay ya anticipaciones de ella, pero hasta el s. XVIII con Lambert no encontramos una teoría desarrollada de la misma. Aquí exponemos la evolución a partir de 1847, comenzando por las doctrinas fundamentales de De Morgan (1847), Peirce (1883), Russell (1903) y los *Principia* (1910); luego presentamos algunos textos sobre los problemas de las cadenas de relaciones e isomorfismo.

A. Desarrollo de las nociones fundamentales

1. *De Morgan*

El verdadero fundador de la moderna Lógica de las relaciones es De Morgan, del que dice Peirce —un gran Lógico él también— que "fue uno de los mejores Lógicos que han existido en todos los tiempos, e indiscutiblemente el padre de la Lógica de las relaciones *(relativas)*" [38].

Hemos aducido ya (42.01) un texto revolucionario de De Morgan. A continuación vamos a citar otros pasajes más, de un trabajo de 1860:

47.01 Paso a considerar ahora las leyes formales de la relación en cuanto necesario para el tratamiento del silogismo. Sean los nombres X, Y, Z nombres en singular; no sólo bastará con esto cuando la *clase* se considera como una unidad, sino que incluso será fácil extender las conclusiones a sentencias cuantificadas.

47.02 Supongamos que $X\,.\,.\,L\,Y$ signique que X es uno de los objetos del pensamiento, que respecto de Y guarda la relación L, o que es uno de los L de Y. Supongamos que $X\,.\,L\,Y$ signifique que X no es nin-

[38] *On the algebra of logic. A contribution to the philosophy of notation* (CP III), 237.

guno de los *L* de *Y* . *X* e *Y* son aquí *sujeto* y *predicado:* dichos nombres se refieren al modo de entrar en la relación, no al orden de mención. Por lo tanto *Y* es predicado en *L Y* . *X* lo mismo que en *X* . *L Y*.

Esto es, efectivamente, una notable extensión de los conceptos de sujeto y predicado. Los sucesores de De Morgan no la adoptaron.

47.03 Cuando el predicado es el mismo sujeto de una relación, entonces puede tener lugar una composición: así si *X* . . *L* (*M Y*), donde *X* es uno de los *L* de uno de los *M* de *Y*, podemos considerar a *X* como un "*L* de *M*" de *Y*, lo cual lo expresamos por *X* . . (*L M*) *Y*, o sencillamente por *X* . . *L M Y*.

En este texto ha introducido, por consiguiente, De Morgan, el concepto de producto relativo.

47.04 No podemos seguir adelante sin (dirigir) nuestra atención a (las) formas en las que la cualidad *universal* es un elemento esencial *(inherent)* de la relación compuesta, en cuanto pertenece al concepto de la relación misma, inteligible *(intelligible)* en la compuesta, no inteligible en la componente separada.

47.05 Tenemos, por tanto, tres símbolos para relaciones compuestas *(compound)*; *L M*, un *L* de un *M*; *L M'*, un *L* de todo *M*; *L, M*, un *L* de nada fuera de los M. En el silogismo no serán precisas otras composiciones *(compounds)* a no ser que las premisas mismas contengan relaciones compuestas.

47.06 La relación convertida de *L*, L^{-1}, se define ordinariamente: si *X* . . *L Y*, entonces *Y* . . L^{1} *X*: si *X* es uno de los *L* de *Y*, entonces *Y* es uno de los L^{-1} de *X*. Y L^{-1} *X* puede leerse: "*L-(con)verso* de *X*". A quien no le agrade el símbolo matemático L^{1}, puede escribir L^{v}. En matemáticas sería muy cómoda la siguiente manera de expresarse: $\phi^{1} x$ puede ser el "ϕ (con)verso de *x*" leída "ϕ-(con)verso *x*".

Habrá que suponer la existencia de relaciones entre dos términos cualquiera. Si *X* no es ningún *L* de *Y*, *X* está respecto de *Y* en una relación no-*L*: expresemos esta relación *contraria* por medio de *l*; de esta forma, *X* . *L Y* da y es dado por *X* . . *l Y*. Se pueden componer relaciones contrarias aunque no (puedan) componerse términos contrarios. *Xx*, al mismo tiempo *X* y no-*X*, es imposible. Sin embargo, se puede concebir *Llx*, el *L* de un no-*L* de *X*. Así puede uno ser partidario de un no-partidario de *X*.

47.07 Las (relaciones) contrarias de (relaciones) conversas, son conversas: así son conversas no-*L* y no-L^{1}. Pues *X* . . *L Y* e *Y* . . L^{1} *X* son idénticas; por lo cual *X* . . no-*L Y* e *Y* . . (no-L^{-1}) *X*, sus negaciones simples, son (también) idénticas; por lo cual no-*L* y no-L^{1} son conversas.

Las conversas de contrarias son contrarias: así, L^{1} y (no-L)$^{-1}$ son contrarias. En efecto, puesto que X . . L Y y X . . no–L Y son las negaciones simples una de la otra, lo son también sus conversas Y . . L^{-1} X e Y . . (no-L)$^{-1}$ X; por lo tanto, L^{-1} y (no-L)$^{-1}$ son contrarias.

La contraria de una conversa es la conversa de la contraria: no-L^{-1} es (no-L)$^{-1}$. En efecto, X . . L Y es idéntica a Y . no-L^{1} X, y a X . (no-L) Y, que es idéntica también a Y . (no-L)$^{-1}$ X. Por lo tanto, el término no–L (con)verso no es equívoco en su significación, aunque lo sea en su forma.

Si una primera relación está contenida en una segunda, entonces la conversa de la primera está contenida en la conversa de la segunda; y la contraria de la *segunda* en la contraria de la *primera*.

La conversión de una relación compuesta convierte a ambos componentes, e invierte el orden de los mismos.

47.08 Una relación es *transitiva* cuando el relativo de un relativo es un relativo de la misma especie. Esto se representa simbólicamente: *LL))L*, de donde *LLL))LL))L*, etc.

Una relación transitiva tiene una *conversa* transitiva, pero no necesariamente una *contraria* transitiva: en efecto, $L^{-1} L^{1}$ es la conversa de *LL*, de forma que *LL))L* da $L^{-1}L^{1}$))L^{-1}.

2. *Peirce*

47.09 Término relativo biargumental *(dual)* como "amante", "bienhechor", "sirviente", es un nombre común *(common)* que designa *(signifying)* un par de objetos. De los dos miembros del par, generalmente el (en el original: *a*) determinado es el primero y el otro el segundo, de forma que si se invierte el orden, el par no (puede) considerarse que sigue siendo el mismo.

Sean *A, B, C, D,* etc., todos los objetos individuales del universo; podremos entonces incluir todos los pares individuales en un cuadro *(block)* de la siguiente forma:

$A : A$	$A : B$	$A : C$	$A : D$	etc.
$B : A$	$B : B$	$B : C$	$B : D$	etc.
$C : A$	$C : B$	$C : C$	$C : D$	etc.
$D : A$	$D : B$	$D : C$	$D : D$	etc.
etc.	etc.	etc.	etc.	

Una relación general *(a general relative)* puede considerarse como un agregado lógico de un determinado número de tales relaciones individuales. Supongamos que *l* significa *(denotes)* "amante"; entonces podemos escribir:

$$l = \Sigma_i \Sigma_j (l)_{ij} (I : J),$$

donde $(l)_{ij}$ es un coeficiente numérico, cuyo valor es 1 en el caso de que *I* sea un amante de *J*, y 0 en el caso contrario; y dondé hay que tomar las sumas en vez de todos los individuos del universo.

Peirce concibe, por tanto, la suma extensionalmente, a manera de una clase de pares.

47.10 Todo término relativo tiene una negación (*negative*) [como cualquier otro término], que puede representarse por un guión colocado encima del signo de la relación misma. La negación de una relación incluye todo par excluido por esta última, y *vice versa*. Toda relación tiene además una *conversa*, que resulta (*produced by*) de invertir el orden de los miembros de un par. Así, la conversa de "amante" es "amado". La conversa se puede representar por una línea curva encima del signo de la relación, e. d.: $\breve{l}$. Se define mediante la ecuación

$$(\breve{l})_{ij} = (l)_{ij}.$$

Las siguientes fórmulas son obvias, pero importantes:

$$\bar{\bar{l}} = l \qquad \breve{\breve{l}} = l$$
$$\bar{\breve{l}} = \breve{\bar{l}}$$
$$(l \prec b) = (\bar{b} \prec \bar{l}) \qquad (l \prec b) = (\breve{l} \prec \breve{b}).$$

Los términos relativos se pueden agregar (*aggregated*) y componer (*compounded*) como los demás. Tomando + como signo de la agregación (*aggregation*) lógica, y la coma como signo de la composición (*composition*) lógica [la multiplicación de Boole, la llamaremos nosotros multiplicación no-relativa o interna], tenemos las definiciones

$$(l + b)_{ij} = (l)_{ij} + (b)_{ij}$$
$$(l, b)_{ij} = (l)_{ij} \times (b)_{ij}.$$

La primera ecuación, sin embargo, hay que entenderla de una manera especial: el + del segundo miembro (de la ecuación) no es (una) adición en (sentido) estricto, sino una operación por la cual

$$0 + 0 = 0 \qquad 0 + 1 = 1 + 0 = 1 + 1 = 1.$$

E. d., que Peirce emplea, al contrario de Boole, la disyunción no exclusiva (v. 40.10).

47.11 Las fórmulas más importantes de la agregación y la composición, son

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Si } l \prec s \text{ y } b \prec s, \text{ entonces } l + b \prec s. \\ \text{Si } s \prec l \text{ y } s \prec b, \text{ entonces } s \prec l, b. \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\text{Si } l + b \prec s, \text{ entonces } l \prec s \text{ y } b \prec s. \\ \text{Si } s \prec l, b, \text{ entonces } s \prec l \text{ y } s \prec b.\end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{l}(l + b)\, s \prec l, s + b, s. \\ (l + s), (b + s) \prec l, b + s.\end{array}\right\}$$

No es preciso reproducir las fórmulas subsidiarias, por ser las mismas que en la Lógica no relativa.

47.12 Pasamos ahora a la combinación (*combination*) de relaciones. Dos de ellas las designamos con símbolos especiales, e. d., para

amante de un bienhechor escribimos *lb*,

y para

amante de todo, excepto de los bienhechores, $l \dagger b$.

La primera se llama combinación particular porque implica la *existencia* de algo *amado por* su relato (*relate*), y un *bienhechor de* su subsiguiente correlato (*correlate*). De la segunda combinación se dice que es universal (*universal*) porque incluye la *no-existencia* de nada excepto (de aquello) que o es amado por su relato o es un bienhechor de su correlato.

En el primer caso, (*lb*), tenemos —como se desprende de la fórmula que presentamos más abajo (47.13)— lo siguiente: x (relato) ama a y, e y es bienhechor de z (correlato); la relación se da, por tanto, entre x y z, para lo que se ha de suponer previamente que hay (al menos un) y amado de x y bienhechor de z. De aquí se desprende también el sentido de $l \dagger b$ (v. la fórmula de 47.13).

47.13 La combinación *lb* se llama producto relativo; $l \dagger b$, suma relativa. De *l* y *b* se dice que están indistribuidas (*undistributed*) en ambas (combinaciones) porque, si $l \prec s$, entonces $lb \prec sb$ y $l \dagger b \prec s \dagger b$; y si $b \prec s$, entonces $lb \prec ls$ y $l \dagger b \prec l \dagger s$.

Ambas combinaciones se definen mediante las ecuaciones

$$(lb)_{ij} = \Sigma_x \, (l)_{ix} \, (b)_{xj}$$
$$(l \dagger b)_{ij} = \Pi_x \left\{ (l)_{ix} + (b)_{xj} \right\}$$

El signo de adición en la última fórmula, tiene el mismo significado que en la ecuación que define la multiplicación no-relativa.

Adición relativa y multiplicación se hallan sometidas a la ley asociativa. E. d.

$$l \dagger (b \dagger s) = (l \dagger b) \dagger s,$$
$$l\,(bs) = (lb)\, s.$$

He aquí dos fórmulas de tan frecuente uso, que difícilmente se podría hacer nada sin ellas

$$l\,(b \dagger s) \prec lb \dagger s,$$
$$(l \dagger b)\, s \prec l \dagger bs.$$

La primera afirma que todo lo que es amante de un objeto, bienhechor a su vez de todo, excepto de un sirviente, guarda la relación de amante de un bienhechor respecto de todo exceptuados los sirvientes. La segunda afirma que todo lo que guarda respecto de todo serviente la relación de amante de todo, exceptuados sus bienhechores, es amante de todo exceptuados los bienhechores de sirvientes. Las siguientes fórmulas son obvias y triviales:

$$ls + bs \prec (l + b)\, s$$
$$l,\, b \dagger s \prec (l \dagger s),\, (b \dagger s).$$

Oscuras, pero importantes, son éstas:

$$(l + b)\, s \prec ls + bs$$
$$(l \dagger s),\, (b \dagger s) \prec l,\, b \dagger s.$$

Hay una serie de fórmulas de desarrollo curioso...

Vamos a pasar por alto a Frege, a Peano y a Schröder —del primero presentaremos más adelante (47.29 ss.) un texto— para pasar inmediatamente a Russell.

3. *Russell*

Es curioso cómo Russell parece haber sostenido en un principio una concepción intensional de las relaciones.

47.14 Peirce y Schröder han comprendido la gran importancia del tema [e. d., de la Lógica de las relaciones], pero por desgracia, sus métodos, basados no en Peano, sino en la Lógica simbólica más antigua que procede [con modificaciones] de Boole, son tan complicados y difíciles, que la mayoría de las aplicaciones que habrían de realizarse son prácticamente irrealizables. Aparte de los defectos de la Lógica simbólica primitiva, su método adolece técnicamente [no discuto ahora si filosóficamente o no] de considerar esencialmente una relación como una clase de pares, precisando por consiguiente fórmulas elaboradas de adición, para tratar cada relación en particular. Esta opinión, creo yo, procede, inconscientemente quizá, de un error filosófico: ha sido habitual considerar las sentencias relativas *(relational propositions)* menos radicales *(less ultimate)* que las sentenciales de clases o las sentencias predicado-sujeto [con las cuales se confunden habitualmente las sentencias de clases], y esto ha llevado a querer tratar las relaciones como una especie de clases. Sea de ello lo que fuere, ha sido a partir de la creencia filosófica opuesta, tomada de mi amigo G. E. Moore, de donde yo he pasado a un tratamiento formal de las relaciones, distinto. Este tratamiento, sea más correcto filosóficamente o no, es desde luego mucho más apropiado y mucho más eficaz como instrumento de investigación en la Matemática actual.

La experiencia ha demostrado claramente, en efecto, que la concepción extensional es más práctica. Leemos en los *Principia:*

4. *Principia*

47.15 La *relación,* según nosotros usaremos la palabra, se ha de entender extensionalmente *(in extension)*: se la puede considerar como la clase de los pares (x, y) de los cuales es verdad una función dada $\psi(x, y)$.

47.16 La siguiente es la definición de la clase de las relaciones:

$*$ 21.03. $\text{Rel} = \hat{R}\{(\exists\phi) . R = \hat{x}\hat{y}\,\phi\,!\,(x, y)\}$ Df

Aplíquensele observaciones semejantes a las de la definición de "Cls" $*$ 20.03 (v. 45.07)...

La expresión *(notation)* "xRy" significa "x guarda la relación R respecto de y". Esta expresión se recomienda por su practicidad, y ha de reemplazar del todo, después de los preliminares, a la complicada $x\{\hat{x}\hat{y}\,\phi(x, y)\}y$.

De los conceptos básicos sobre la Lógica de las relaciones contenidas en los *Principia,* los más importantes son los siguientes:

47.17 $*$ 23.01. $R \subset S . \;=:\; xRy . \supset_{x,y} . xSy$ Df

$*$ 23.02. $R \cap S = \hat{x}\hat{y}\,(xRy . xSy)$ Df

$*$ 23.03. $R \cup S = \hat{x}\hat{y}\,(xRy . \vee . xSy)$ Df

$*$ 23.04. $\dot{-} R = \hat{x}\hat{y}\{\sim(xRy)\}$ Df

47.18 La relación universal, representada por V, es la relación existente entre dos términos cualesquiera de tipo adecuado, cualesquiera que sean en el contexto dado. La relación vacía *(null),* Λ, es la que no media entre un par de términos cualesquiera, siendo fijado su tipo por los tipos de los términos respecto de los cuales es significativa la negación de que medie. Se dice que una relación R *existe,* cuando se da al menos un par de términos entre los que media. "R existe" se escribe "$\dot{\exists}\,!\,R$"...

$*$ 25.01. $\dot{V} = \hat{x}\hat{y}\,(x = x . y = y)$ Df

$*$ 25.02. $\dot{\Lambda} = \dot{-}\,\dot{V}$ Df

$*$ 25.03. $\dot{\exists}\,!\,R . = . (\exists x, y) . xRy$ Df

47.19 La definición general de una función descriptiva es:

$*$ 30.01. $R\text{‘}y = (\imath x)(xRy)$ Df

E. d., "R‘y" ha de significar "el término x que guarda la relación R respecto de y". Si hay varios términos o no hay ninguno que guarde la relación R respecto de y, todas las sentencias acerca de R‘y, e. d., todas

las sentencias de la forma "ϕ (*R*'*y*)" serán falsas. El apóstrofo de "*R*'*y*" se puede leer "de". Por lo tanto, si *R* es la relación de padre a hijo, "*R*'*y*" significa "el padre de *y*". Si *R* es la relación de hijo a padre, "*R*'*y*" significa "el hijo de *y*"; en este caso serán falsas todas las sentencias de la forma "ϕ (*R*'*y*)", a no ser que *y* tenga un hijo y no más (de uno) (v. 46.15).

47.20 Si *R* es una relación, la relación de *y* con *x* en el caso de *xRy*, se llama la *conversa* de *R*. Así, *mayor* es la conversa de *menor, antes* de *después, marido* de *esposa*. La conversa de identidad es identidad, y la conversa de diversidad es diversidad. La conversa de *R* se escribe $\breve{R}$ [se lee "*R*-conversa"]. Cuando $R = \breve{R}$, *R* se llama relación *simétrica*; si no, se llama *no-simétrica*. Si *R* es incompatible con $\breve{R}$, *R* se llama *asimétrica*. Así "primo" es simétrico, "hermano" no-simétrico [pues si *x* es el hermano de *y*, *y* puede ser el hermano o la hermana de *x*], y "marido" es asimétrico.

47.21 Dada una relación cualquiera *R*, se llaman *referentes (referents)* de *y* la clase de los términos que guardan la relación *R* respecto de un término dado *y*; y *relata* de *x*, la clase de los términos respecto de los cuales un término dado *x* guarda la relación *R*. Vamos a designar con $\overrightarrow{R}$ la relación de la clase de los referentes de *y* respecto de *y*, y con $\overleftarrow{R}$ la relación de la clase de los relatos de *x* respecto de *x* ... $\overrightarrow{R}$ y $\overleftarrow{R}$ se emplean sobre todo para las funciones descriptivas a que dan lugar; así $\overrightarrow{R}'y = \hat{x}$ (xRy), y $\overleftarrow{R}'x$ $\hat{y}$ (xRy). Así, p. e., si *R* es la relación de padre *(parent)* a hijo, $\overrightarrow{R}'y$ = los padres *(parents)* de *y*, $\overleftarrow{R}'x$ = los hijos de *x*. Si *R* es la relación de inferior a superior entre números de cualquier especie, $\overrightarrow{R}'y$ = números inferiores a *y*, y $\overleftarrow{R}'x$ = números mayores que *x*. Cuando $\overrightarrow{R}'y$ existe, *R*'*y* es la clase cuyo único miembro es *R*'*y*. Pero cuando hay varios términos que guardan la relación *R* respecto de *y*, $\overrightarrow{R}'y$, que es la clase de estos términos, suple a una expresión que no puede representarse por *R*'*y*. E igualmente, si hay varios términos respecto de los cuales *x* guarda la relación *R*, $\overleftarrow{R}'x$ representa la expresión de estos términos. Así, p. e., sea *R* la relación "sin", e. d. la relación que *x* guarda respecto de *y* cuando $x = \sin y$. Entonces "sin'*x*" representa todos los valores de *y* tales que $x = \sin y$, e. d., todos los valores de $\sin^{-1} x$ o arcsin *x*. Distinto del signo corriente, no da lugar a ambigüedad, desde el momento que, en lugar de alguno de estos valores representa la clase de los mismos.

Las definiciones de $\overrightarrow{R}$, $\overleftarrow{R}$... son las siguientes:

$$* 32.01. \quad \overrightarrow{R} = \hat{\alpha}\hat{y} \{ \alpha = \hat{x} (xRy) \} \qquad \text{Df}$$

$$* 32.02. \quad \overleftarrow{R} = \hat{\beta}\hat{x} \{ \beta = \hat{y} (xRy) \} \qquad \text{Df}$$

47.22 Si R es una relación cualquiera, el *dominio* de R, que representamos por $D\text{‘}\,R$, es la clase de los términos que guardan la relación R respecto de cualquier otra cosa *(to something or other)*; el *dominio converso*, $G\text{‘}\,R$, es la clase de los términos respecto de los cuales cualquier otra cosa *(something or other)* guarda la relación R; y el *campo*, $C\text{'}\,R$, es la suma del dominio y del dominio converso. [Adviértase que el campo es significativo sólo cuando R es una relación *homogénea.*]

Las expresiones anteriores $D\text{‘}\,R$, $G\text{‘}\,R$, $C\text{‘}\,R$ se derivan de las expresiones D, G, C (que representan) las relaciones de un dominio, dominio converso y campo respectivamente con su relación. Tendremos

$$D\text{‘}\,R = \hat{x} \{(\exists y) \,.\, xRy\}$$
$$G\text{'}\,R = \hat{y} \{(\exists x) \,.\, xRy\}$$
$$C\text{‘}\,R = \hat{x} \{(\exists y) : xRy \,.\vee.\, yRx\};$$

por lo que definimos D, G, C como sigue:

$$* 33.01. \quad D = \hat{\alpha}\hat{R}\, [\alpha = \hat{x} \{ (\exists y) \,.\, xRy \}] \qquad \text{Df}$$
$$* 33.02. \quad G = \hat{\beta}\hat{R}\, [\beta = \hat{y} \{ (\exists x) \,.\, xRy \}] \qquad \text{Df}$$
$$* 33.03. \quad C = \hat{y}\hat{R} [\gamma = \hat{x} \{ (\exists y) : xRy \,.\vee.\, yRx \}] \qquad \text{Df}$$

Se ha escogido la letra C, como inicial de la palabra "campus".

47.23 El producto relativo de dos relaciones R y S es la relación existente entre x y z cuando hay un término intermedio y, tal que x guarda la relación R respecto de y, e y la relación S respecto de z. Así, p. e., el producto relativo de *hermano* y *padre* es *tío paterno;* el producto relativo de *padre* y *padre* es *abuelo paterno*; etc. El producto relativo de R y S se representa por "$R \mid S$"; su definición es:

$$* 34.01. \quad R \mid S = \hat{x}\hat{z} \{(\exists y) \,.\, xRy \,.\, ySz\} \qquad \text{Df...}$$

El producto relativo de R y R se llama cuadrado de R; consignamos

$$* 34.02. \quad R^2 = R \mid R \qquad \text{Df}$$
$$* 34.03. \quad R^3 = R^2 \mid R \qquad \text{Df}$$

47.24 Vamos a considerar la relación derivada de una relación dada, por limitación bien de su dominio, bien de su dominio converso, a miembros de una clase determinada *(assigned)*. Una relación R con su dominio limitado a miembros de α se escribe "$\alpha \rceil R$"; con su dominio converso limitado a miembros de β, se escribe "$R \upharpoonright \beta$"; con ambas limitaciones, se escribe "$\alpha \rceil R \upharpoonright \beta$". Así, p. e., "hermano" y "hermana" expresan

la misma relación [la de padres comunes] (*common parentage*) con el dominio limitado a lo masculino en el primer caso, a lo femenino, en el segundo. "La relación de patronos (*employers*) blancos respecto de empleados (*employees*) de color" es una relación limitada en cuanto a su dominio y a su dominio converso. Consignamos

$$*35.01. \quad \alpha \rceil R = \hat{x}\hat{y}\,(x \, \varepsilon \, \alpha \, . \, xRy) \qquad \text{Df}$$

con definiciones semejantes para $R \upharpoonright \alpha$ y $\alpha \rceil R \upharpoonright \beta$.

47.25 $P \restriction \alpha$ se define como sigue:

$$*36.01. \quad P \restriction \alpha = \alpha \rceil P \upharpoonright \alpha \qquad \text{Df}$$

Tenemos, por lo tanto,

$$*36.13. \quad \vdash : x\,(P \restriction \alpha)\,y \, . \equiv . \, x, y \, \varepsilon \, \alpha \, . \, xPy$$

47.26 Introducimos ahora la expresión "R"β" para significar "los términos que guardan la relación R respecto de los miembros de β". Por consiguiente, si β es la clase de los hombres grandes, y R es la relación de esposa a marido, R"β significará "esposas de hombres grandes". Si β es la clase de las fracciones del tipo $1 - 1/2^n$ para valores integrales de n, y R es la relación "menor que", R"β será la clase de las fracciones cada una de las cuales es menor que algún miembro de esta clase de las fracciones, e. d., R"β será la clase de las fracciones propias. En general R"β es la clase de aquellos referentes con relato que son miembros de β.

Necesitamos también una expresión para la relación de R"β respecto de β. Llamaremos a esta relación R_ε. Por lo tanto, R_ε es la relación que media entre dos clases α y β cuando α consta de todos los términos que guardan la relación R respecto de algún miembro de β.

Un caso de especial importancia surge en la hipótesis de que exista R'y siempre que $y \, \varepsilon \, \beta$. En este caso, R"β es la clase de todos los términos de la forma R'y cuando $y \, \varepsilon \, \beta$. Vamos a representar la hipótesis de que R'y existe siempre que $y \, \varepsilon \, \beta$, por la expresión $E \, ! \, ! \, R$"β, que significa "las R de los β que existen".

Las definiciones son las siguientes:

$$*37.01. \quad R``\beta = \hat{x}\,\{(\exists y) \, . \, y \, \varepsilon \, \beta \, . \, xRy\} \qquad \text{Df}$$
$$*37.02. \quad R_\varepsilon = \hat{\alpha}\hat{\beta}\,(\alpha = R``\beta) \qquad \text{Df}$$

47.27 Relación *mono-polivalente* es una relación R tal que, si y es un miembro cualquiera de $\text{C}\!\!\text{I}$' R, hay un término y sólo un término x, que guarda, respecto de y, la relación R, e. d., $\vec{R}$' $y \, \varepsilon \, 1$. Así es mono-polisignificativa la relación de padre a hijo, porque cada hijo tiene un padre y no más (de uno). La relación de marido a esposa es mono-polisignificativa, excepto en los países que practican la poliandria. [Es mono-polivalente tanto en los países monógamos como en los polígamos, porque de

acuerdo con la definición, nada se fija respecto del número de relatos para un referente dado, y *puede* haber sólo un relato para cada referente dado, sin que la relación, deje de ser mono-polisignificativa de acuerdo con la definición.] En álgebra, la relación de x^2, respecto de x es mono-polisignificativa, pero no lo es la de x respecto de x^2, porque hay dos valores diferentes de x que dan el mismo valor x^2.

47.28 Se llama poli-monovalente una relación R, cuando, caso de que x sea un miembro cualquiera de $D' R$, hay un término y sólo un término y, respecto del cual x guarda la relación R, e. d., $\overleftarrow{R}' x \varepsilon 1$. Por consiguiente son poli-monovalentes las conversas de las relaciones mono-polivalentes. Cuando una relación R es poli-monovalente, (entonces) existe $\breve{R}'x$ siempre que $x \varepsilon D' R$.

47.29 Se llama *mono-monovalente* una relación cuando es mono-poli y poli-monovalente, o lo que viene a ser lo mismo, cuando ella y su conversa son mono-polivalentes.

B. Cadenas de relaciones

Una de las partes más importantes de la Lógica de las relaciones, es la doctrina de las cadenas de relaciones, que juega un considerable papel en matemáticas y otras ciencias (p. e., la Biología). Se basa ésta en la teoría del producto relativo (47.12 s.) y hace uso del difícil concepto de relación ancestral, definido con exactitud por primera vez por Frege. Vamos a dar primeramente unos textos del *Begriffsschrift* y luego la elaboración del concepto en los *Principia.*

1. *Frege*

47.30 Si de la proposición: δ tiene la propiedad F, se puede concluir universalmente, sea cual fuere δ, que todo resultado de la aplicación de un proceso f a δ tiene la propiedad F, entonces digo: "la propiedad F es hereditaria en la serie f".

47.31. Si la propiedad F es hereditaria en la serie f; si x tiene la propiedad F, e y es el resultado de la aplicación del proceso f a x: entonces y tiene la propiedad F.

47.32 Si de las dos proposiciones: todo resultado de la aplicación del proceso f a x tiene la propiedad F, y la propiedad F es hereditaria en la serie f, sea cual fuere F, se puede concluir que y tiene la propiedad F, entonces digo: "y sigue a x en la serie f"; o: "x precede a y en la serie f".

47.33 Si x tiene una propiedad F, hereditaria en la serie f, y si y sigue a x en la serie f, entonces y tiene la propiedad F.

47.34 Si y sigue a x en la serie f, y si z sigue a y en la serie f, entonces z sigue a x en la serie f.

47.35 Si de la circunstancia de que $\mathfrak{e}$ es el resultado de la aplicación del proceso f a $\mathfrak{b}$, sea cual fuere $\mathfrak{b}$, se puede concluir que todo resultado de la aplicación del proceso f a $\mathfrak{b}$ es lo mismo que $\mathfrak{e}$, entonces digo: "el proceso f es unívoco".

47.36 Si x es el resultado de la aplicación del proceso unívoco f a y, entonces todo resultado de la aplicación del proceso f a y, pertenece a la serie f que comienza por x.

2. *Principia*

47.37 La inducción matemática es, de hecho, la aplicación a la serie-números de una concepción aplicable a todas las relaciones, y es a menudo muy importante. La concepción en cuestión es la que llamaremos *relación ancestral* con respecto a una relación dada. Si R es la relación dada, expresamos la correspondiente relación ancestral por "R_*"; se ha escogido este nombre porque, si R es la relación de padre *(parent)* e hijo, R_* será la relación de antepasado y descendiente, donde, por conveniencias del lenguaje, incluimos a x entre sus propios antepasados, si x es padre *(parent)* o hijo de una cosa cualquiera.

De ordinario se dirá que a guarda respecto de z la relación de antepasado a descendiente, si hay un determinado número de personas intermedias $b, c, d, \ldots$ de forma que en la serie $a, b, c, d, \ldots z$ cada término tenga con el inmediato la relación de padre *(parent)* e hijo. Mas ésta no es una definición adecuada, pues en

$$\text{“}a, b, c, d, \ldots z\text{”}$$

los puntos representan una idea no analizada.

47.38 Llamemos μ a *una clase hereditaria respecto de* R si $\breve{R}``\mu \subset \mu$, e. d., si los sucesores de μ [respecto de R] son μ. Así, p. e., si μ es la clase de personas llamadas Smith, μ es hereditario respecto de la relación de padre a hijo. Si μ es título nobiliario *(Peerage)*, μ es hereditario respecto de la relación de padre a hijo mayor vivo. Si μ es números mayores de 100, μ es hereditario respecto de la relación de ν con $\nu + 1$; etc. Ahora bien, si a es un antepasado de z, y μ es una clase hereditaria a la cual pertenece a, entonces z pertenece también a esta clase. A la inversa, si z pertenece a toda clase hereditaria a la que pertenece a, entonces a debe ser un antepasado de z [en el sentido en que a es uno de sus propios antepasados si es padre *(parent)* o hijo de algún otro]. Pues tener a a por antepasado, es una propiedad hereditaria que pertenece a a, y consiguientemente, por hipótesis, a z. Por lo tanto, a es un antepasado de z si y sólo si a pertenece al campo de la relación en cuestión, y z pertenece a toda clase hereditaria a la que pertenece a. Esta propiedad puede usarse para definir la relación ancestral; e. d., al tener

$$a R_* z . \equiv a \varepsilon C' R : \breve{R}`` \mu \subset \mu . a \varepsilon \mu . \supset_{\mu} . z \varepsilon \mu$$

establecemos

$$R_* = \hat{a}\hat{z}\,\{a \,\varepsilon\, C'R : \breve{R}``\mu \subset \mu \,.\, a \,\varepsilon\, \mu \,.\, \supset_\mu .\, z \,\varepsilon\, \mu\} \qquad \text{Df}$$

Tenemos entonces

$$\vdash : a \,\varepsilon\, C'R \,.\, \supset .\, \overleftarrow{R_*}'a = \hat{z}\,\{\breve{R}``\mu \subset \mu \,.\, a \,\varepsilon\, \mu \,.\, \supset_\mu .\, z \,\varepsilon\, \mu\}.$$

A $\overleftarrow{R_*}'a$ se puede llamar aquí "los descendientes de *a*". Es la clase de los términos de los cuales *a* es un antepasado.

C. Isomorfismo

Finalmente, con la ayuda de conceptos de la Lógica de las relaciones, se puede desarrollar otra doctrina, importante para muchas ciencias, a saber, la del isomorfismo o la semejanza ordinal. Se trata, en lo esencial, de la identidad de dos estructuras formales, e. d., de dos redes de relaciones que no son semejantes en nada, fuera de sus propiedades puramente formales, si bien en éstas son idénticas. En la Edad Media hemos encontrado ya una anticipación de esta teoría (28.18 ss.), que encontramos por primera vez ampliamente expuesta en los *Principia*. En esta misma obra se aplicó también el concepto de isomorfismo, a una doctrina lógica fundamental, la teoría de los tipos, de la que procede la teoría de la llamada ambigüedad sistemática (48.13).

47.39 Se dice que dos series originadas por las relaciones *P* y *Q* respectivamente, son ordinalmente semejantes, cuando sus términos pueden ponerse en correlación tal como se hallan sin cambiar el orden.

$$\begin{array}{ccccl} & P & & & \\ x & \longrightarrow & y & & \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \to P = S \mid Q \mid \breve{S} \\ S \downarrow & & \uparrow \breve{S} & & \\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \to Q \\ \breve{S}'x & \longrightarrow & \breve{S}'y & & \\ & Q & & & \end{array}$$

En la figura adjunta, la relación *S* correlaciona los miembros de $C'P$ y $C'Q$ de forma que si xPy, entonces $(\breve{S}'x)\ Q\ (\breve{S}'y)$, y si zQw, entonces $(S'z)\ P\ (S'w)$. Es evidente que en un caso así, el traslado de *x* a *y* [donde xPy] puede concebirse dirigiéndose primero hacia $\breve{S}'x$, de aquí hacia $\breve{S}'y$, y de aquí de vuelta hacia *y*, de forma que $xPy \,.\!\equiv\!.\, x\,(S \mid Q \mid \breve{S})\,y$, e. d., $P = S \mid Q \mid \breve{S}$. De aquí, que el decir que *P* y *Q* son ordinalmente semejantes, equivale a decir que hay una relación mono-monovalente *S* que tiene por dominio converso $C'Q$, y da $P = S \mid Q \mid \breve{S}$. En este caso llamamos a *S correlator* de *Q* y *P*.

Designamos la relación de semejanza ordinal por "smor", que es abreviatura de "similar ordinally". Por lo tanto

$$P \text{ smor } Q \,.\!\equiv.\, (\exists S) \,.\, S \,\varepsilon\, 1 \rightarrow 1 \,.\, C' Q = \text{Ɑ}' S \,.\, P = S \mid Q \mid \breve{S}.$$

§ 48. EL PROBLEMA DE LAS ANTINOMIAS Y LA TEORÍA DE LOS TIPOS

A. Panorama histórico

Los intentos antiguos por resolver el problema de las antinomias semánticas (§§ 23 y 35), parecen haber caído en completo olvido en la época de la decadencia "clásica". Los Lógicos matemáticos no tuvieron tampoco conocimiento de ellas —con una excepción, Peirce—, hasta Rüstow[39]. Peirce leyó y comentó agudamente el texto de Paulo Véneto[40], pero parece no haber llegado, tampoco él, más que a *una* de las numerosas soluciones más arriba (§ 35) referidas.

A finales del s. XIX volvió a emerger de nuevo el antiguo problema, y esta vez bajo una forma nueva: junto al "mentiroso", aparecen toda una serie de antinomias que no son semánticas, sino lógicas, e. d., que se plantean aún sin el uso de expresiones metalógicas. Se trata, pues, de auténticas antinomias, e. d., de contradicciones deducibles de axiomas intuitivamente evidentes, en virtud de reglas conclusivas igualmente correctas (lo que las diferencia de las simples contradicciones). A pesar de su carácter manifiesto de antinomias, ahora se las denomina frecuentemente con el nombre más benigno de "paradojas".

La historia de las antinomias en este período es, en resumen, como sigue: entre 1895 y 1897 plantearon C. Burali-Forti[41] y G. Cantor[42], independientemente el uno del otro, la primera antinomia *lógica* (la del conjunto de todos los números ordinales). Sin embargo, los Lógicos la consideraron como cosa de las matemáticas en sentido estricto, y le dedicaron muy poca atención: se había habituado ya la gente a que el, en opinión de los legos, inconmovible edificio de la Matemática, se encontrara en crisis desde Zenón de Elea. En 1902 planteó B. Russell su famosa antinomia de la clase de todas las clases, publicada por primera vez por Frege[43] que propuso una corrección a la misma[44]. A partir de entonces comenzaron a aparecer nuevas antinomias, lógicas unas, semánticas otras. Al presente conocemos unas doce realmente diferentes.

Los Lógicos comenzaron, como es natural, a buscar soluciones al igual que en la Antigüedad y en la Edad Media. Dos intentos surgieron en un principio: la

39 *Der Lügner.*

40 *Grounds of validity of the laws of logic* (CP V) 210 ss.

41 *Una questione sui numeri transfiniti.*

42 V. Becker, *Grundlagen d. M.*, 308; y Fraenkel y Bar-Hillel, *Le problème des antinomies et ses dévelopements récents*, 225.

43 *Grundgesetze der Arithmetik*, II 253.

44 V. Sobociński, *L'analyse* (1949), 220-228.

teoría ramificada de los tipos, de Russell (1908), y la teoría de Zermelo[45]. Ésta, sin embargo, por su carácter predominantemente matemático, no puede consignarse aquí. La teoría ramificada de los tipos fue incluida en la estructura de los *Principia* en 1910. En 1921 introdujo L. Chwistek una simplificación en esta doctrina al elaborar la teoría simple de los tipos, desarrollada y confirmada posteriormente por obra de P. Ramsey en 1926. Ambos contribuyeron a aclarar las cosas, aplicando a expresiones la teoría de los tipos, que en Russell tenía un carácter semántico indeterminado. El término de esta evolución lo representa la teoría de los niveles semánticos de St. Leśniewski[46]. Aparte de este trabajo en la teoría de los tipos, se realizaron continuamente intentos para reemplazarla por otra, o simplificarla. El plan de la obra no nos permite entrar en su desarrollo novísimo. Nos vamos a limitar, consiguientemente, a las antinomias mismas, y a la teoría de los tipos en sus dos formas. Añadiremos además ciertas ilustraciones de dos doctrinas estrechamente relacionadas con la teoría ramificada de los tipos: el axioma de reducción y la plurisignificación sistemática.

B. Las antinomias

Presentamos ahora algunos textos en los que se formulan diversas antinomias. En Becker[47] podrán encontrarse otros más. En los aquí presentados, se habla siempre de contradicciones, no de antinomias, pues todavía no se ha establecido la distinción entre ambas; no obstante es a estas últimas a las que se hace referencia.

Se lee en los *Principia:*

48.01 Comenzaremos por la enumeración de algunas de las más importantes e ilustradoras de estas contradicciones, y mostraremos luego cómo todas ellas se fundan sobre falacias que encierran un círculo vicioso (48.11 s.), y cómo, por consiguiente, quedan todas salvadas por la teoría de los tipos. Se ha de advertir que estas paradojas no se refieren exclusivamente a las ideas de número y cantidad. En consecuencia, no puede ser adecuada ninguna solución que pretenda explicarlas simplemente como el resultado del empleo incorrecto de estos conceptos. La solución se ha de buscar en un examen de los conceptos lógicos fundamentales como el que se ha acometido en las páginas que preceden.

48.02. 1. La contradicción más antigua del tipo en cuestión es el *Epiménides*... La forma más simple de esta contradicción nos la ofrece el hombre que dice "miento"; si miente, dice la verdad, y viceversa (v. 23.03 ss.).

[45] *Beweis, dass jede Menge wohlgeordnet werden kann,* y *Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre.*

[46] V. Ajdukiewicz, *Syntaktische Konnexität,*

[47] V. p. 403, n. 42.

48.03 2. Sea w la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas. Cualquiera que sea, entonces, la clase x, "x es un w" equivale a "x no es un x". Por consiguiente, si a x se le da el valor w, "w es un w" equivale a "w no es un w".

Esta es la famosa antinomia russelliana de la clase de todas las clases, que se diferencia de todas las hasta aquí consignadas en que no contiene ninguna expresión semántica como "digo", "miento", "...es verdad", etc.; e. d., no contiene sentencias de sentencias. Se trata de una especie nueva de antinomias denominadas "lógicas" por oposición a las semánticas.

48.04 3. Sea T la relación existente entre dos relaciones R y S siempre que R no guarde respecto de S la relación R. Sean cuales fueren las relaciones R y S, "R guarda respecto de S la relación T" equivale a "R no guarda respecto de S la relación T". Por consiguiente, dando a R y a S el valor T, "T guarda respecto de T la relación T" equivale a "T no guarda respecto de T la relación T".

48.05 5. El número de sílabas de los nombres de los números finitos enteros en inglés, tiende a aumentar a medida que aumenta el número entero, y progresivamente debe ir aumentando hasta el infinito desde el momento en que con un número finito de sílabas no puede formarse más que un número finito de nombres. Por lo tanto, los nombres de algunos números enteros deben constar al menos de diez y nueve sílabas, debiendo estar entre ellos el menor. Por lo tanto, "el entero más pequeño, que no puede expresarse (en inglés) con menos de diez y nueve sílabas" tiene que representar un número entero determinado; de hecho representa el 111.777. Pero "el entero más pequeño que no puede expresarse con menos de diez y nueve sílabas" es (en inglés) un nombre que consta de diez y ocho sílabas; por lo tanto, el entero más pequeño que no puede expresarse con menos de diez y nueve sílabas, puede expresarse con diez y ocho sílabas, lo cual es una contradicción.

Esta es otra antinomia semántica. Russell da en el mismo contexto tres antinomias más, la de Burali-Forti, la de Richard y la del ordinal indefinible más pequeño. Presentamos aquí la segunda, con las propias palabras de Richard:

48.06 Voy a definir ahora un cierto conjunto (*ensemble*) de números que voy a llamar el conjunto E, con la ayuda de las siguientes consideraciones:

Escribamos todas las variaciones de las veintiséis letras del abecedario francés (tomadas) de dos en dos, ordenándolas por orden alfabético; luego todas las variaciones (tomadas) de tres en tres, por orden alfabético; luego de cuatro en cuatro, etc. Estas variaciones pueden contener la misma letra repetida varias veces; (entonces) son combinaciones con repetición.

Sea cual fuere el número entero p, cualquier variación de las veintiséis letras (tomadas) de p en p, se encontrará en este cuadro, y como todo lo que puede escribirse con un número finito de palabras, es una variación de letras, todo lo que puede escribirse se encontrará en el cuadro, del que acabamos de decir cómo se forma.

Como la definición de un número se forma con palabras y éstas con letras, algunas de estas variaciones habrán de ser definiciones de números. Tachemos de nuestras variaciones todas aquellas que no sean definiciones de números.

Sean u_1 el primer número definido mediante una variación, u_2 el segundo, u_3 el tercero, etc.

De esta forma se pueden ordenar en un determinado orden, *todos los números definidos por medio de un número finito de palabras.*

Por lo tanto, todos los números que se pueden definir mediante un número finito de palabras, forman un conjunto numerable.

Y aquí es donde reside contradicción. Se puede formar un número que no pertenezca a este conjunto.

"Sea p el n^{mo} decimal del n^{mo} número del conjunto E; formemos un número que tenga cero como parte entera, $p+1$ como n^{mo} decimal, no siendo p igual a ocho ni a nueve, y en caso contrario la unidad".

Este número N, no pertenece al conjunto E. Si fuera el n^{mo} número del conjunto E, su n^{ma} cifra sería la n^{ma} cifra decimal de este número, cosa que no es.

Llamo G al grupo de letras entrecomilladas.

El número N se define por medio de las palabras del grupo G, e. d., mediante un número finito de palabras. Por lo tanto debía pertenecer al conjunto E. Ahora bien, hemos visto que no pertenece a él.

Esta es la contradicción.

Richard intenta mostrar luego, que la contradicción es sólo aparente.

C. Precursores de la teoría de los tipos

La distinción de Peano entre ε y $\supset$ (45.12) puede considerarse ya como un adelanto de la posterior teoría de los tipos. Mucho más cercana todavía, está una idea de Schröder que por lo demás juega en su sistema el mismo papel que la citada distinción en el de Peano[48].

48.07 En el último ejemplo, la subsumpción $0 \in 1$, se puede mostrar además fácilmente que en la práctica es inadmisible entender por 1

[48] La noticia de este texto la tomé de un trabajo del Prof. A. Church ("*Schröder's anticipation*") difícil de conseguir, y que el autor puso amablemente a mi disposición.

una clase tan extensa, tan totalmente abierta por así decirlo, como el anteriormente descrito "universo de lo discutible" [de *Boole*].

Como se ha mostrado, 0 ha de estar contenido, en *toda* clase que puede ser seleccionada de la pluralidad *(manifold)* 1, de forma que sea válido $0 \in a$, (e. d.) que 0 debe ser sujeto de *todo* predicado

Entendiendo por *a la clase de aquellas clases iguales a* 1 [cosa que ciertamente estaría permitida si pudiéramos incluir en la pluralidad 1 todo lo concebible] [49], entonces esta clase comprende esencialmente sólo *un* objeto, a saber, el símbolo 1 mismo o la totalidad de la pluralidad, que constituye su referencia — *aparte también de "nada", respecto de* 0. Ahora bien, como 1 y 0 constituyen la clase de aquellos objetos que pueden valer lo mismo que 1, hay que admitir no sólo: $1 = 1$, sino *también* $0 = 1$. Pues un predicado que conviene a una clase [aquí el predicado: idénticamente igual a 1] debe convenir también a cada individuo de esta clase...

En una pluralidad en la que $0 = 1$, habría que excluir *a priori* toda posibilidad de distinguir dos clases o incluso dos individuos; en ella todo sería por tanto "wurst".

48.08 Estas consideraciones ponen de manifiesto *que la interpretación universal booleiana de 1 fue,* de hecho, *demasiado amplia.*

En el cálculo actual de dominios, la subsumpción $0 \in a$ puede, como ya hemos visto, mantenerse como válida sin limitación alguna, p. e., para el dominio *a* de una pluralidad 1 de puntos.

Pero ahora hay que responder a la pregunta de hasta qué punto las leyes del cálculo pueden transferirse también a la pluralidad formada por *todas* las clases *posibles, por cualesquiera objetos del pensamiento.*

Se ha mostrado que es inadmisible dejar esta pluralidad 1, completamente indeterminada, totalmente ilimitada o abierta, desde el momento en que ciertas formulaciones concebibles de la clase de los predicados *a*... se han demostrado inadmisibles. Ahora bien, ¿cómo asegurar que las reglas del cálculo aplicadas a ella... no pueden conducir a contradicciones en sí?

Voy a intentar responder a esta difícil pregunta.

Lo primero de todo, hemos de considerar una pluralidad de "cosas" cualesquiera —objetos del pensamiento en general— como "*elementos*" o "*individuos*". Estos pueden ser dados [en todo o en parte] *a priori,* o pueden [en otra parte o en todo] estar, de alguna manera, sólo conceptualmente determinados; pero no pueden quedar completamente indeterminados, como ya se ha mostrado.

Para que los símbolos 0 y 1, etc., puedan ser aplicados de acuerdo con las reglas del cálculo en esta pluralidad, deberá cumplir la misma ciertos

---

49 Los corchetes son de Schröder.

requisitos, relativos al modo cómo son dados o determinados conceptualmente sus elementos.

Como primer requisito hemos especificado ya en el § 7, bajo el postulado ((1+)) que: los elementos de la pluralidad deben ser en su conjunto *consistentes,* y unos con otros "*compatibles*". *Sólo en este caso designamos la pluralidad con* 1.

48.09 Si los elementos de la pluralidad son consistentes, se pueden combinar colectivamente *de manera arbitraria* en los mismos sistemas, "dominios" de sus elementos, y distinguirse dentro de ella. En otras palabras, de ella pueden destacarse también para su aplicación distributiva cualesquiera *clases* de individuos...

Por este proceso de selección arbitraria de clases de individuos de la pluralidad originalmente concebida, surge, [en general] una *nueva* pluralidad mucho más amplia, a saber, la de los dominios o clases de la anterior...

La nueva pluralidad podría designarse como la "segunda potencia" de la anterior, o mejor aún, como su "*primera* pluralidad *deducida* o *derivada*".

De ésta, a su vez, que habría que designar como la derivada de la primera derivada o como la *segunda deducida* de la originaria, podría "deducirse" una [eventualmente] nueva y aun más amplia pluralidad. Y así sucesivamente.

Como se puede ver por las consideraciones anteriores, no se puede extender la significación del 1 idéntico de la primera pluralidad a la segunda, su "deducida", y todavía menos, por lo tanto, a pluralidades deducidas más altas.

Y para que la subsumpción (2+) pueda mantenerse en la pluralidad original, se requiere *a priori* [y basta] que *entre los elementos dados como "individuos", no se encuentre ninguna clase que a su vez comprenda dentro de sí como individuos, elementos de la misma pluralidad.*

Es digno de notarse que Frege no penetró en la importancia de esta doctrina. En su recensión de las Vorlesungen de Schröder [50], incluso se opuso a ella enérgicamente. Presentamos el texto de Frege por estar formulado de forma que induce casi a suponer que ataca la teoría simple de los tipos.

48.10 El Sr. Schröder saca de aquí la conclusión de que la pluralidad original 1 debe de ser de tal naturaleza que entre los elementos dados como individuos dentro de ella, no se encuentre clase alguna que comprenda a su vez dentro de sí como individuos, elementos de la misma pluralidad. Este recurso es como tener que sacar a flote un barco después

---

[50] *Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik.*

de haber encallado en un banco de arena que se hubiera podido evitar con una buena dirección. Ahora resulta claro por qué en perspicaz previsión de la inminencia del peligro, se introdujo como teatro de operaciones una cierta pluralidad para la que no había razón alguna en el puro cálculo de dominios. La subsiguiente limitación de este campo de nuestra actividad lógica, no es, en caso alguno, elegante. Mientras de otra forma la Lógica puede aspirar a que sus leyes tengan validez sin restricción, aquí se nos exige deslindar previamente, mediante cuidadoso examen, una pluralidad, dentro de la cual se nos permite luego movernos.

D. La teoría ramificada de los tipos

Pasamos ahora a la teoría ramificada de los tipos, de Russell, en su primera formulación de 1908.

48.11 El *tipo* se define como el ámbito de significación de una función sentencial, e. d., como la colección *(collection)* de argumentos para los cuales dicha función tiene valores. Siempre que en una sentencia *(proposition)* ocurre una variable aparente, el ámbito de valores de la variable aparente es un tipo, viniendo éste determinado por la función, cuyos "valores todos" entran en consideración. La división de objetos es exigida por las falacias reflexivas que de otra forma surgirían. Estas falacias se han de evitar, como hemos visto, por el que podemos llamar "principio del círculo vicioso"; e. d., "ninguna totalidad puede contener miembros definidos por medio de términos (pertenecientes) a sí propia". Este principio, en nuestro lenguaje técnico, se convierte en: "todo lo que contiene una variable aparente, no debe ser valor posible de esta variable". Por lo tanto, todo aquello que contiene una variable aparente, debe ser de un tipo, diferente de los posibles valores de esta variable; diremos que es de un tipo *superior*. Por consiguiente, las variables aparentes contenidas en una expresión, son las que determinan su tipo. Este es el principio guía de lo que sigue.

Sentencias con variables aparentes, resultan de (sentencias) tales que no contienen estas variables aparentes, mediante procesos uno de los cuales es siempre el proceso de generalización, e. d., la sustitución de una variable por uno de los términos de la sentencia, y la afirmación de la función resultante, de todos los valores posibles de la variable.

Por eso se denomina una sentencia *generalizada* cuando contiene una variable aparente. A una sentencia que no contenga variable aparente, la denominaremos sentencia *elemental*. Es claro que una sentencia con una variable aparente, presupone otras de las que pueda obtenerse por generalización; por consiguiente, todas las sentencias generalizadas presuponen sentencias elementales. En una sentencia elemental podemos distinguir

uno o más *términos* de uno o más *conceptos;* términos son todo aquello que puede considerarse como *sujeto* de la sentencia, mientras que conceptos son los predicados o relaciones afirmadas de estos términos. A los términos de las sentencias elementales los llamaremos *individuales;* constituyen el tipo primero e inferior...

Aplicando el proceso de generalización a individuos que aparecen en sentencias elementales, obtenemos nuevas sentencias. La legitimidad de este proceso, requiere únicamente que las sentencias no sean individuos. Que esto es así, se ha de confirmar por el sentido que damos a la palabra *individuo.* Podemos definir el individuo como algo que carece de composición *(complexity);* es obvio, por consiguiente, que no es una sentencia, toda vez que las sentencias son esencialmente compuestas. Por consiguiente al aplicar el proceso de generalización a individuos, no corremos el riesgo de incurrir en falacias reflexivas.

Llamaremos *sentencias de primer orden* a las sentencias elementales juntamente con las que contienen sólo individuos cómo variables aparentes. Éstas forman el segundo tipo lógico.

Tenemos, por tanto, una nueva totalidad, la de las *sentencias de primer orden.* Podemos, por consiguiente, formar nuevas sentencias en las que aparezcan como variables aparentes sentencias de primer orden; las llamaremos *sentencias de segundo orden;* éstas constituyen el tercer tipo lógico. Así, p. e., si Epiménides afirma "todas las sentencias de primer orden afirmadas por mí son falsas", propone una sentencia de segundo orden; puede proponerla con verdad, sin proponer con verdad ninguna sentencia de primer orden, y así no se da contradicción.

El proceso anterior se puede continuar indefinidamente. El tipo lógico $n+1$ constará de todas las sentencias de orden n, tales que contengan como variables aparentes sentencias de orden $n-1$, pero no de orden superior. Los tipos obtenidos son mutuamente exclusivos, y así no son posibles falacias reflexivas, en tanto recordemos que una variable aparente puede ser confinada siempre dentro de un tipo.

En la práctica es más conveniente una jerarquía de funciones que una jerarquía de sentencias. Mediante el método de *sustitución* se pueden obtener funciones de diversos órdenes, a partir de sentencias de diversos órdenes. Si p es una sentencia, y a un elemento constitutivo de p, "$p/a;x$" designa la sentencia que resulta de sustituir a por x, siempre que aparezca a en p. Entonces p/a, que llamaremos una *matriz,* puede ocupar el puesto de una función; su valor para el argumento x, es $p/a;x$, y su valor para el argumento a es p... El orden de una matriz se definirá como el orden de la sentencia en la que se realiza la sustitución.

Vamos a citar, a este mismo respecto, otro texto más de los *Principia,* interesante por doble concepto: en primer lugar porque la idea en él expuesta está

muy próxima a otra de Paulo Véneto consignada más arriba (35.34-36; 35.42 ss.); y en segundo lugar porque contiene lo esencial de la teoría *simple* de los tipos.

48.12 Un análisis de las paradojas que se han de evitar, muestra que éstas resultan de una determinada especie de círculo vicioso. El círculo vicioso en cuestión surge de suponer que un conjunto *(collection)* de objetos puede contener miembros que sólo se pueden definir por medio del conjunto como todo. Así, p. e., se supondrá que el conjunto de *sentencias* contiene una sentencia que afirma "que todas las sentencias son o verdaderas o falsas". Nos parecería, sin embargo, que semejante aseveración no podría justificarse sin que "todas las sentencias" se refirieran a un conjunto definido ya, cosa que no puede ser, si de los enunciados acerca de "todas las sentencias" surgen nuevas sentencias. Tendremos, por consiguiente, que decir que los enunciados en torno a "todas las sentencias" son sin sentido *(meaningless)*. Más en general: dado un conjunto cualquiera de objetos tal que si suponemos que dicho conjunto tiene un total *(to have a total)*, habrá de contener miembros que presuponen este total, entonces tal conjunto no puede tener un total. Por dicho conjunto "no tiene total", entendemos, ante todo, que no puede proponerse un enunciado con sentido sobre "todos sus miembros".

E. La plurisignificación sistemática

El resultado inmediato de la aplicación de la teoría de los tipos, a expresiones que contienen la palabra "verdad" y otras semejantes, es la tesis de que tales palabras son plurisignificativas. Esto lo formulan los *Principia* de la siguiente manera:

48.13 Toda vez que "$(x) . \phi x$" incluye la función $\phi \hat{x}$, no puede haber, según nuestro principio, ningún argumento para ϕ. Esto quiere decir que el símbolo "$\phi \{(x) . \phi x\}$" ha de ser sin sentido *(meaningless)*. Podría parecer, a primera vista, que este principio tiene algunas excepciones. Tomemos, p. e., la función "$\hat{p}$ es falso" y analicemos la sentencia *(proposition)* "$(p) . p$ es falso". Esta sería una sentencia que afirmaría todas las sentencias de la forma "p es falso". Tal sentencia nos inclinaríamos a decir que es falsa, porque no siempre es verdad "p es falso". Esto nos llevaría a la sentencia

"$\{(p) . p$ es falso$\}$ es falso",

e. d., que nos conduciría a una sentencia en la que "$(p) . p$ es falso" sería el argumento de la función "$\hat{p}$ es falso" que hemos explicado, ya que es imposible. Ahora (en cambio) se verá que "$(p) . p$ es falso" es preciso que sea, en lo que precede, una sentencia sobre todas las sentencias, y que,

por la forma general del principio del círculo vicioso, no puede haber sentencias sobre *todas* las sentencias. Parece evidente, sin embargo, que dada una función cualquiera, haya una sentencia [verdadera o falsa] que afirme todos sus valores. Esto nos lleva a la conclusión de que "p es falso" y "q es falso" no han de ser siempre los valores, con los argumentos p y q, de una única función "p es falso". Sin embargo, esto es posible únicamente si la palabra "falso" tiene de hecho varios significados diferentes, acomodados a sentencias de diferentes especies.

Que las palabras "verdadero" y "falso" tienen varios significados diferentes, según la especie de sentencia a que se aplican, no es difícil de ver. Supongamos una función $\phi\,\hat{x}$, uno de cuyos valores sea a. Llamemos a la especie *(sort)* de verdad aplicable a $\phi\,a$ "verdad primera". [Lo cual no significa que ésta habría de ser la verdad primera en otro contexto; quiere decir simplemente que es la primera especie de verdad en nuestro contexto.] Consideremos ahora la sentencia $(x)\,.\,\phi\,x$. Si tiene verdad de la especie apropiada para ella, esto significa que todo valor $\phi\,x$ tiene "verdad primera". Así, si llamamos a la especie de verdad apropiada a $(x)\,.\,\phi\,x$ "verdad segunda", podemos definir "$\{(x)\,.\,\phi\,x\}$ tiene verdad segunda" como significando "todo valor de $\phi\,\hat{x}$ tiene verdad primera", e. d., "$(x)\,.\,(\phi\,x$ tiene verdad primera)".

48.14 Se verá que, según la jerarquía anterior, no se puede formar sentencia *(statement)* alguna con sentido sobre "todas las funciones de a", donde a es un objeto dado. Así una noción como "todas las propiedades de a", significando "todas las funciones que son verdaderas con el argumento a", será inadmisible. Tendremos que distinguir el orden de la función correspondiente. Podemos hablar de "todas las propiedades predicativas de a", "todas las propiedades de segundo orden de a", etc. [Si a no es un individuo, sino un objeto de orden n, "propiedades de segundo orden de a" significará "funciones de orden $n+2$ satisfechas por a".] Pero no podemos hablar de "*todas* las propiedades de a". En algunos casos podemos ver que se forma una sentencia sobre "todas las propiedades de a de orden n", sea cual fuere el valor de n. En tales casos no resulta en la práctica perjuicio alguno de considerar la sentencia como relativa a "todas las propiedades de a", con tal que recordemos que en realidad hay un (cierto) número de sentencias, y no una sola, que se pueden considerar que predican de a otra propiedad (que está) más allá y por encima de todas las propiedades. Tales casos encerrarán siempre cierta plurisignificación sistemática, como la contenida en el significado de la palabra "verdad", según hemos explicado más arriba (48.13). Gracias a esta plurisignificación sistemática será posible, a veces, combinar dentro de una única sentencia verbal, lo que en realidad son varias *(a number)* sentencias diferentes correspondientes a diferentes órdenes en la jerarquía. Esto lo ilustra el caso del mentiroso, donde la sentencia "todas las sentencias de A son

falsas" habría de desdoblarse en diversas sentencias referentes a su sentencia (la de *A*) de órdenes distintos, y que asignaran a cada una la especie de falsedad apropiada.

Debería resultar claro que los autores de los *Principia* no iban demasiado lejos cuando afirmaban que en tales casos no se trata más que de una "sentencia verbal" *(verbal statement)*, porque todas las sentencias en cuestión tienen manifiestamente la misma *estructura* formal. Con ello tenemos un caso de isomorfismo (47.39). Es curioso, además, cómo Whitehead y Russell dieron a esta especie de isomorfismo una denominación que es la traducción exacta de la expresión tan corriente en la Escolástica *aequivocatio a consilio*, sinónima de "analogía" (28.18 ss.): el isomorfismo es, precisamente analogía.

F. El axioma de reducción

En íntima relación con la teoría ramificada de los tipos y la plurisignificación sistemática, se encuentra el axioma de reducción de los *Principia*, que definen de la siguiente manera la expresión "función predicativa":

48.15 Definiremos una función de una variable como "predicativa", cuando es del orden inmediato superior al de su argumento, e. d., del orden más bajo compatible con tener este argumento. Si una función tiene varios argumentos, y el orden superior de función que aparece entre los argumentos es el *n*, llamamos a la función predicativa si es del orden $n + 1$, e. d., si es del orden más bajo compatible con tener los argumentos que tiene. Una función de varios argumentos es predicativa si uno de sus argumentos es tal que, cuando los demás argumentos tienen valores asignados, obtenemos una función predicativa de un argumento indeterminado.

Viene luego el texto aducido en 48.14, tras el cual prosiguen los *Principia:*

48.16 Se introduce el axioma de reducción para justificar un gran número de razonamientos en los que *prima facie* nos encontramos con nociones como "todas las propiedades de *a*" o "todas las funciones de *a*", y en los que, sin embargo, parece apenas posible sospechar error substancial alguno. Para establecer este axioma hemos de definir previamente qué entendemos por "equivalencia formal". Se dice que dos funciones $\phi \hat{x}$ y $\psi \hat{x}$ son "formalmente equivalentes" cuando con cualquier argumento posible x, ϕx es equivalente a ψx, e. d., ϕx y ψx son o los dos verdaderos o los dos falsos. Por lo tanto, dos funciones son formalmente equivalentes cuando son satisfechas por el mismo conjunto *(set)* de argumentos. El axioma de reducción es la suposición de que, dada una función cualquiera $\phi \hat{x}$, existe una función *predicativa* formalmente equi-

valente, e. d., existe una función predicativa que es verdadera cuando ϕx es verdadero, y falsa cuando ϕx es falso. En símbolos, el axioma es:

$$\vdash : (\exists \psi) : \phi x . \equiv_x . \psi ! x.$$

Para dos variables necesitamos un axioma semejante, a saber: dada una función cualquiera $\phi (\hat{x}, \hat{y})$, existe una función predicativa formalmente equivalente, e. d.,

$$\vdash : (\exists \psi) : \phi (x, y) . \equiv_{x, y} . \psi ! (x, y).$$

Este texto presenta dos puntos interesantes. En primer lugar, como la definición de identidad de Peirce (44.25) contiene predicados cuantificados (functores), que habían de conducir consecuentemente a la construcción del llamado cálculo superior de predicados. Este no aparece, sin embargo, ni en los *Principia*, ni en mucho tiempo después todavía. En los *Principia*, con pocas excepciones, se cuantifican argumentos únicamente, no functores. Por otro lado, se ve que el axioma de reducción es una aplicación ulterior del isomorfismo. Por lo que se refiere a este axioma —de ordinario se habla, con ambigüedad sistemática, de *un* axioma de reducción— los autores mismos de los *Principia* admiten que no es en absoluto evidente [51]. Y como axioma tampoco está demostrado. No resta pues, sino justificarlo reductivamente por su utilidad, método poco recomendable en Lógica. Por esta razón los Lógicos se han esforzado por eliminarlo.

G. Teoría simple de los tipos

1. *Chwistek*

L. Chwistek fue el primero que propuso prescindir de este axioma (1921) y de las complicaciones de la teoría ramificada de los tipos:

48.17 Así aparece como absolutamente necesaria una teoría de los tipos lógicos, que sirve de base a toda la Lógica formal moderna, y que pretende mantener las operaciones fundamentales del álgebra de la Lógica...

Ahora bien, al preguntarnos si la teoría de los tipos de *Russell* cumple plenamente su cometido, observamos lo siguiente. Según esta teoría, todo objeto tiene un tipo lógico determinado, y todo dominio de validez de un argumento, consta de objetos que pertenecen al mismo tipo lógico.

Mas no vale la conversa, pues un objeto de un tipo dado puede pertenecer al dominio de validez de argumentos de funciones con tipos distintos. A dos funciones con tipos diferentes y el mismo dominio de validez para sus argumentos, las denominaremos con Russell, funciones de distintos rangos (e. d., órdenes; v. 48.11).

[51] *PM* I 59.

Ahora bien, *Russell* supone que hay un rango inferior de funciones caracterizadas por no contener argumentos aparentes, e. d., por poder ser pensadas sin emplear los conceptos "para todo x" y "para algún x"...

Mas para la teoría de los tipos de *Russell* es esencial cierto axioma [el llamado axioma de reducción]...

Yo quisiera mostrar ahora que la adopción de este axioma conduce, sin más, a la reconstrucción de la antinomia de *Richard*.

Viene luego la reconstrucción de la citada antinomia de Richard dentro de un sistema *con* axioma de reducción. A continuación prosigue Chwistek:

48.18 Así pues, el axioma de reducción aparece como una suposición contradictoria, por lo que no podemos estar de acuerdo sin reservas con la teoría de los tipos de *Russell*.

Si prescindimos, en cambio, de las dudas de algunos Lógicos sobre el valor teórico del método de *Richard*, resulta claro que no hay razón alguna real para la distinción entre los rangos de las funciones sentenciales. En este caso, el principio de reducción sería superfluo. La teoría de los tipos de *Russell*, necesita, pues, en cualquier caso, una reelaboración crítica...

48.19 Para terminar, permítanseme unas palabras sobre los resultados a que he llegado en mis largos años de trabajo por reconstruir el sistema de *Whitehead-Russell* sin el axioma de reducción.

Si negamos a la antinomia de *Richard* todo valor teórico, la Lógica formal logra una simplificación esencial al no tener que contar ya con rangos de funciones, aunque sí con tipos; con lo cual nos es posible hablar con brevedad de "todas las propiedades" de una cosa. De esta forma, podemos obtener sencillamente, del sistema de *Whitehead-Russell*, otro distinto con el mismo valor teórico.

Mas siempre quedará cierta duda sobre la no contradicción de este sistema, y a parte de esto, seguirá en pie la siguiente cuestión, de capital importancia:

¿Es posible un sistema de Lógica formal que estuviera fundado en la teoría general de los tipos, sin el axioma de reducción y sin presuponer, por otro lado, otros axiomas distintos?

Por mi parte me encuentro en la posición de responder afirmativamente a esta pregunta, desde el momento en que he conseguido construir tal sistema, y de una manera especial establecer la teoría de los números cardinales e inductivos, sin ninguna hipótesis adicional que no estuviera ya en el sistema de *Whitehead-Russell*.

2. *Ramsey*

Ramsey llegó al mismo resultado en 1926. Con especial penetración ha puesto de relieve la distinción entre antinomias lógicas y semánticas:

48.20 No se ha advertido suficientemente —y el hecho se descuida del todo en los *Principia Mathematica*— que estas contradicciones se dividen en dos grupos fundamentalmente distintos que llamaremos A y B. Las más conocidas se dividen de la siguiente manera:

A. (1) La clase de todas las clases que no son miembros de sí propias.
(2) La relación entre dos relaciones cuando una de ellas no se da entre sí misma y la otra.
(3) La contradicción de Burali-Forti sobre el mayor ordinal.

B. (4) "El mentiroso".
(5) El entero más pequeño no designable con menos de diez y nueve sílabas.
(6) El ordinal más pequeño indefinible.
(7) La contradicción de Richard.
(8) La contradicción de Weyl (propiamente de Grelling) sobre "heterológico".

(*Nota de Ramsey:* Para las siete primeras v. *Principia Mathematica,* 1 (1910), 63. Para la octava v. Weyl, *Das Kontinuum,* 2.)

El principio según el cual las he dividido es de importancia fundamental. El grupo A consta de contradicciones que, mientras no se tomen precauciones en contra, aparecerían en un sistema lógico o matemático mismo. No contienen sino términos lógicos o matemáticos tales como clase y número, y muestran que tiene que haber alguna cosa que no concuerda con nuestra Lógica o Matemática. Las contradicciones del grupo B, en cambio, no son puramente lógicas, ni pueden plantearse en términos lógicos sólo, por contener todas ellas alguna referencia al pensamiento, al lenguaje o al simbolismo, términos no formales sino empíricos. Así, pueden deberse no a una Lógica o Matemática errónea, sino a ideas erróneas acerca del pensamiento y del lenguaje. Siendo esto así, carecerían de importancia para la Matemática o la Lógica, si por "Lógica" entendemos un sistema simbólico, si bien es verdad que la tendrían para la Lógica entendida como análisis del pensamiento.

48.21 La teoría de los tipos nos permitirá evitar las contradicciones. La teoría de Whitehead y Russell constaba de dos partes distintas, unidas únicamente por haber sido ambas deducidas del más bien vago "principio del círculo vicioso". La primera parte distinguía las funciones sentenciales según sus argumentos, e. d., las clases según sus miembros; la segunda parte creó la necesidad del axioma de reducción, al requerir una ulterior distinción entre órdenes de funciones con el mismo tipo de argumentos.

Podemos dividir fácilmente las contradicciones de acuerdo con la parte de la teoría necesaria para su solución. Una vez hecho esto, adver-

timos que estos dos conjuntos de contradicciones se distinguen además por otro criterio. Las unas, resueltas por la primera parte de la teoría, son todas puramente lógicas; no contienen más conceptos que los de clase, relación y número; pueden proponerse en simbolismo lógico, y se presentan de hecho en el desarrollo de las matemáticas cuando éste sigue una dirección recta. Tales son la contradicción del mayor ordinal, y la de la clase de las clases que no son miembros de sí mismas. Para éstas, parece inevitable la solución de Russell.

Por otro lado, en el segundo grupo de contradicciones ninguna de ellas es puramente lógica o matemática, sino que todas incluyen algún término psicológico, como significar, definir, denominar o afirmar. Se presentan no en las matemáticas, sino en el pensamiento sobre las mismas; de forma que es posible que surjan, no de una Lógica o Matemática defectuosas, sino de ambigüedad en las nociones psicológicas o epistemológicas de significación y afirmación. Tal parece ser, en efecto, el caso, pues el examen (de las contradicciones) lleva rápidamente al convencimiento de que en todos los casos el término psicológico es esencial a la contradicción que no podría construirse sin introducir la relación de las palabras con su significado o algo equivalente.

Se ve la clara distinción que aquí establece Ramsey entre lenguaje-objeto y metalenguaje. Pero llama a la vez la atención que ni emplea estas expresiones, ni puede concebir el dominio de relaciones entre los signos y su significado más que psicológica o epistemológicamente. En el curso de la evolución posterior, se separó este dominio (en Leśniewski y sobre todo en A. Tarski), que pasó a considerarse el de la Semántica.

Respecto de la teoría simple de los tipos propuesta en los últimos textos, la cosa no es tan sencilla, ni con mucho, como al lector sin iniciar le podría parecer a primera vista. Se reemplaza el axioma de reducción por las llamadas pseudodefiniciones o por axiomas sobre la existencia de clases cuya no contradicción constituye un problema bastante difícil. La teoría aquí expuesta no deja de encerrar, pues, sus problemas [52].

No nos es posible ya seguir aquí esta cuestión, ni el desarrollo ulterior de toda la problemática expuesta en este párrafo.

§ 49. ALGUNAS DOCTRINAS RECIENTES

A manera de apéndice vamos a presentar en este párrafo algunos problemas y doctrinas surgidas después de los *Principia*. No se trata más que de unos ejemplos del vigoroso desarrollo que caracteriza al cuarto período de la Lógica matemática (v. § 37), y que no cae dentro del marco de esta obra. No obstante, nos ha parecido conveniente presentar, al menos, estos ejemplos para ofrecer unos rasgos característicos de este período.

---

[52] He de agradecer al Prof. E. W. Beth su abundante información sobre este punto.

Hemos de renunciar a referir aquellas doctrinas que representan una ruptura con la tradición, como las "Lógicas naturales" y la Lógica combinatoria, así como los numerosos, y a veces revolucionarios, puntos de vista en el campo de la Semántica. Nada de esto pertenece, en efecto, todavía a la Historia, a parte de no guardar más que una ligera relación con las doctrinas hasta aquí expuestas.

Hasta 1918 la totalidad de los Lógicos matemáticos —al contrario de los Megáricos, Estoicos y Escolásticos— no usaron más que un concepto de implicación, la filónica (20.05) o material (41.13 s.). En consecuencia la Lógica matemática de este tiempo era exclusivamente asertórica, e. d., una Lógica sin modalidades, o en otras palabras, una Lógica bivalente. No suponía más que dos valores, la verdad y la falsedad. La única excepción, que sepamos, la constituye el sistema de McColl, *Symbolic logic and its applications*. En 1918 introdujo C. I. Lewis un nuevo concepto de implicación y con ello una Lógica modal. A partir de entonces se propusieron y elaboraron toda una serie de implicaciones no filónicas, e. d., se construyeron junto a la Lógica bivalente, Lógicas polivalentes. Nosotros vamos a mencionar aquí dos de estos sistemas: la "implicación estricta" de Lewis (1918) y la Lógica trivalente de Łukasiewicz (1920).

A otro campo pertenece el famoso teorema de Gödel, con el cual concluiremos nuestra exposición.

A. Implicación estricta: Lewis

Ya en 1913 había formulado Lewis la idea de una "implicación estricta" [53]; pero es en 1918, como hemos dicho, cuando la expone detalladamente:

49.01 Las nociones fundamentales del sistema son semejantes a las de la *Simbolic Logic and its Applications* de MacColl. Son las siguientes:

1. *Sentencias (propositions)*: p. q, r, etc.
2. *Negación:* $-p$, que significa "p es falso".
3. *Imposibilidad:* $\sim p$, que significa "p es imposible" o "Es imposible que p sea verdad".
4. *Producto lógico:* $p \times q$, o pq, que significa "p y q" o "p es verdadero y q es verdadero".
5. *Equivalencia:* $p = q$, la relación definiente.

Los sistemas desarrollados hasta ahora, exceptuado el de MacColl, no tienen más que dos valores de verdad, "verdadero" y "falso". La adición del concepto de imposibilidad nos da cinco valores de verdad, todos los cuales son conceptos lógicos familiares:

(1) p, "p es verdadero".
(2) $-p$, "p es falso".
(3) $\sim p$, "p es imposible".

---

[53] *Interesting theorems*.

(4) $-\sim p$, “Es falso que p es imposible”, e. d., “p es posible”.
(5) $\sim - p$, “Es imposible que p sea falso”, e. d., “p es necesariamente verdadero”.

49.02 Las relaciones diádicas entre sentencias se pueden definir en términos de estos valores de verdad y del producto lógico pq.
1.01 Consistencia. $p \circ q = - \sim (pq)$. Df.
$\sim (pq)$, “Es imposible que p y q sean ambos verdaderos” sería (lo mismo que) “p y q son *inconsistentes*”. Por lo tanto $- \sim (pq)$, “Es *posible* que p y q sean ambos verdaderos” significa “p y q son consistentes”.

1.02 *Implicación estricta.* $p ⥽ q = \sim (p - q)$. Df.
1.03 *Implicación material.* $p \subset q = - (p - q)$. Df.
1.04 *Suma lógica estricta.* $p \wedge q = \sim (- p - q)$. Df.
1.05 *Suma lógica material.* $p + q = - (- p - q)$. Df.
1.06 *Equivalencia estricta.* $(p = q) = (p ⥽ q)(q ⥽ p)$. Df.
. . . .
1.07 *Equivalencia material.* $(p \equiv q) = (p \subset q)(q \subset p)$. Df.

Lewis pensó que su implicación “estricta” se asemejaba más a la ordinaria “si-entonces”, que la material. Mas no parece ser así. Aunque no incurre en las “paradojas de la implicación” clásicas (31.371-372, 43.20 [01] y [36]), sin embargo, encierra sus propias paradojas (v. 31.14 s.) como los siguientes teoremas de su sistema ponen de manifiesto:

49.03 ...se da una analogía entre la implicación material $p \supset q$, y la estricta $p ⥽ q$.

3.41 $(p \subset q) ⥽ (- q \subset - p)$
Si p implica materialmente a q, entonces “q es falso” implica materialmente a “p es falso”.

2.62 $(p ⥽ q) ⥽ (- q ⥽ - p)$
Si p implica estrictamente a q, entonces “q es falso” implica estrictamente a “p es falso”.

3.42 $- p ⥽ (p \subset q)$
Si p es falso, entonces p implica materialmente a toda sentencia q.

3.52 $\sim p ⥽ (p ⥽ q)$
Si p es imposible [incompatible consigo mismo, absurdo], entonces p implica estrictamente a toda sentencia q.

3.43 $(p \subset - p) ⥽ - p$
Si p implica materialmente a su propia negación, entonces p es falso.

3.53 $(p ⥽ - p) ⥽ \sim p$
Si p implica estrictamente a su propia negación, entonces p es imposible [incompatible consigo mismo, absurdo].

3.44 $[p \subset (q \subset r)] ⥽ [q \subset (p \subset r)]$
. . . .

3.54 $[p ⥽ (q \subset r)] ⥽ [q ⥽ (p \subset r)]$

Podemos añadir algunos otros teoremas que son consecuencia de los anteriores.

3.45 *p* ⥽ (*q* ⊂ *p*)

Si *p* es verdadero, entonces toda sentencia *q*, implica materialmente a *p*.

3.55 ∼ − *p* ⥽ (*q* ⥽ *p*)

Si *p* es verdadero necesariamente, entonces *p* es implicado estrictamente por toda sentencia *q*.

Siguen luego otras leyes más del mismo tipo.

B. Lógica polivalente: Łukasiewicz

El descubrimiento de las Lógicas polivalentes ha sido de enorme importancia. J. Łukasiewicz construyó en 1920 un sistema de este tipo que presentó el mismo año a la Sociedad de Filosofía de Lwów [54]. El mismo año, y con independencia de él, publicó E. L. Post otro sistema del mismo tipo [55]. Vamos a citar aquí un pasaje sobre el tema, tomado de las explicaciones de Łukasiewicz de 1929, de relativamente fácil comprensión.

49.04 Se podría, con todo, adoptar una posición incompatible con el principio de la bivalencia de la Lógica. De acuerdo con esta posición, las sentencias lógicas podrían tener valores distintos de la falsedad y la verdad. Una sentencia de la que no sabemos si es verdadera o falsa, puede carecer en absoluto de un valor determinado respecto de la verdad o la falsedad, pero puede tener otro tercer valor indeterminado. P. e., la sentencia "En el espacio de un año estaré en Varsovia" se puede pensar que ni es verdadera ni falsa, sino que tiene un tercer valor indeterminado que podemos simbolizar por "½". Pero podríamos seguir todavía adelante, y atribuir a las sentencias un número ilimitado de valores situados entre la verdad y la falsedad. En este caso tendríamos una analogía con el cálculo de probabilidades, en el que a diversos sucesos les asignamos un número ilimitado de grados de probabilidad. De esta forma obtendríamos todo un haz (*pęk*) de Lógicas polivalentes: la Lógica trivalente, la tetravalente, etc..., y, en fin, la Lógica de infinitos valores. Símbolos distintos de "0" y "1", como los que se emplean en las demostraciones de independencia (mutua de las sentencias), corresponderían así a sentencias con diferentes grados de verdad, en Lógicas con el correspondiente número de valores. Ha sido precisamente el método de demostración de independencia de las sentencias en la teoría de la deducción, lo que ha dado lugar a nuestras investigaciones sobre Lógicas polivalentes.

---

[54] *O logice trójwartościowej.*

[55] *Introduction to a general theory of elementary propositions.*

En la Lógica trivalente se puede formar un cuadro para la implicación y la negación, análogo al que poseemos para la Lógica bivalente. El que aquí damos, creo es de los más intuitivos. Así, pues, en la Lógica trivalente, serían verdaderas aquellas expresiones con sentido, que en todas las sustituciones de los símbolos "0", "½", "1", por variables, dieran siempre "1", si la reducción se ha verificado de acuerdo con el cuadro adjunto. Fácil es verificar que en una Lógica trivalente así entendida, nuestros axiomas 1 ("*CCpqCCqrCpr*") y 3 ("*CpCNpq*") son verdaderos. En cambio el axioma 2 ("*CCNppp*") no es verdadero, pues la substitución *p*/½ nos da

C	0	½	1	*N*
0	1	1	1	1
½	½	1	1	½
0	0	½	1	0

$$CCN\ ½\ ½\ ½ = CC\ ½\ ½\ ½ = C\ 1\ ½ = ½.$$

Del cuadro dado, resulta que toda proposición de la Lógica trivalente es también una proposición de la Lógica bivalente [pero no a la inversa claro está]. La Lógica trivalente puede proponerse como un sistema axiomático, de la misma forma que hemos presentado el sistema (bivalente) de la teoría de la deducción. Entonces no tendríamos necesidad de acudir al citado cuadro para la demostración de las proposiciones.

En la Lógica de infinitos valores suponemos que las sentencias pueden tomar infinitos valores; según ellos, ordenamos los números racionales x que cumplen la condición $0 \leqslant x \leqslant 1$. Es evidente que no se puede formar un cuadro para una Lógica como ésta, pues habría de tener infinitas filas y columnas. Las propiedades de la implicación y la negación para la Lógica de infinitos valores las determinamos de la siguiente manera, suponiendo que p y q son números racionales del intervalo 0 – 1:

$$\text{si } p \leqslant q, \text{ entonces } Cpq = 1; \text{ si } p > q,$$
$$\text{entonces } Cpq = 1 - p + q; \ Np = 1 - p.$$

De estas ecuaciones resultan las propiedades de la implicación y la negación dadas en la Lógica trivalente. De las mismas ecuaciones, se ve también que cuando los argumentos de la implicación y la negación no rebasan el intervalo de los números racionales (0.1) [56], tampoco los valores de la implicación y la negación los rebasan.

En las Lógicas polivalentes adoptamos las siguientes definiciones:

$$Apq = CCpqq, \ Kpq = NANpNq, \ Epq = KCpqCqp.$$

Hemos hablado ya de las definiciones dadas para la alternación y la equivalencia. La definición de conjunción se basa en las leyes de De Morgan.

---

56 Los paréntesis son de Łukasiewicz.

La Lógica de infinitos valores es una parte real de la Lógica bivalente; en ella son no verdaderas, sobre todo, aquellas proposiciones en las que se apoyan ciertas formas de conclusiones apagógicas.

La relación de las Lógicas polivalentes con la bivalente recuerda la de las geometrías no euclidianas con la euclidiana. Al igual que las geometrías no euclidianas, también las Lógicas polivalentes son consecuentes en sí mismas, si bien constituyen sistemas distintos de la Lógica bivalente. Sin zanjar la cuestión de la verdad de una de estas Lógicas, llamamos la atención sobre el hecho de que la bivalente tiene la superioridad de ser mucho más simple que las polivalentes. (Mas) en todo caso, las Lógicas polivalentes han reportado la ventaja de haber introducido el método de investigación de la independencia (de las sentencias), que nosotros no hemos podido aplicar aquí sino en pequeña medida.

La Lógica trivalente fue axiomatizada por Wajsberg en 1931 [57]. Hasta ahora no parece haberse puesto en claro el problema de la interpretación de estos sistemas. Mientras algunos Lógicos —p. e., Bernays [58]— observan que no admiten interpretación alguna, y por lo tanto, a duras penas se las puede considerar "Lógicas", H. Reichenbach ha mostrado que la teoría de la Mecánica cuántica puede axiomatizarse sobre la base de la Lógica trivalente de Łukasiewicz, cosa que resulta imposible en la Lógica bivalente.

C. El teorema de Gödel

Finalmente, como remate de la exposición, los problemas de la Lógica matemática, vamos a reproducir el famoso trabajo de Gödel de 1931. Más bien que a la Lógica pertenece a la Metodología. Sin embargo, es tan grande su importancia para la Lógica que justifica su inclusión aquí.

49.05 Es bien conocido que el desarrollo de las matemáticas en la dirección de la mayor exactitud, ha conducido a la formalización de extensos dominios de la misma, de tal forma que la demostración puede realizarse de acuerdo con unas pocas reglas mecánicas. Los sistemas formales más amplios hasta ahora construidos, son el de los *Principia Mathematica* [PM] [59] por un lado, y el sistema axiomático de la doctrina de los conjuntos de *Zermelo-Fraenkel* [ulteriormente desarrollado por *J. v. Neumann*], por otro. Son tan amplios ambos sistemas que en ellos se han formalizado todos los métodos de demostración empleados actualmente en matemáticas, e. d., se han reducido a unos pocos axiomas y reglas de inferencia. Esto nos sugiere la sospecha de que estos axiomas y reglas de

[57] *Aksjomatyzacja trójwartościowego rachunku Zdań.*

[58] En: Gonseth, *Les entretiens de Zurich,* 1941, 104 s.

[59] *Philosophic foundations of quantum mechanics,*

inferencia bastan para resolver *todas* las cuestiones matemáticas que puedan expresarse completamente formalizadas en dichos sistemas. En lo que sigue se pone de manifiesto que no es así, sino que en ambos sistemas hay incluso problemas relativamente sencillos de la teoría de los números enteros ordinarios [4], que no se pueden resolver apoyándose en los axiomas. Esta circunstancia no se debe a la naturaleza especial de estos sistemas, sino que es común a una amplia clase de sistemas formales a los que pertenecen, en particular, todos los que se derivan de los dos citados, mediante la adición de un número finito de axiomas [5], suponiendo que los axiomas añadidos no convierten en demostrables, teoremas falsos de la naturaleza de los expuestos en la nota [4].

Antes de entrar en detalles, vamos a esbozar las principales ideas sobre la demostración, sin pretensiones, naturalmente, de exactitud. Las fórmulas de un sistema formal [nos vamos a limitar aquí al sistema de los PM] son, desde el punto de vista externo, series finitas de símbolos básicos [variables, constantes lógicas y paréntesis o signos de puntuación] siendo fácil precisar con exactitud *qué* series de símbolos básicos son fórmulas con sentido y cuáles no [6]. Análogamente, las demostraciones, desde el punto de vista formal, no son más que series finitas de fórmulas [con propiedades concretas determinables]. Para consideraciones metamatemáticas es indiferente, naturalmente, qué objetos se toman como símbolos básicos, y así hemos optado por emplear como tales, números naturales [7]. En consecuencia, una fórmula es una serie finita de números naturales [8], y una figura de demostración es una serie finita de series finitas de números naturales. Los conceptos metamatemáticos [teoremas] se convierten de esta forma en conceptos [teoremas] sobre los números naturales, o en series de tales [9], y se vuelven expresables [al menos en parte] en símbolos del sistema PM mismo. Puede mostrarse en particular, que los conceptos "fórmula", "figura de demostración", "fórmula demostrable" son definibles en el sistema PM, e. d., se puede formar, p. e., una fórmula $F(v)$ en PM, con una variable libre v [del tipo de una serie de números] [10], tal que interpretada con sentido $F(v)$ enuncie: v es una fórmula demostrable. Propongamos ahora una proposición indecidible del sistema PM, e. d., una proposición A tal que ni *A* ni *no-A* es demostrable, de la siguiente manera:

Llamemos *símbolo de clases* a una fórmula de PM precisamente con una variable libre, y ésta del tipo de los números naturales [clase de clases]. De los símbolos de clases ordenados en una sucesión cualquiera [11] pensamos que representan el n^{mo} por medio de $R(n)$, e indican que tanto el concepto de "símbolo de clases" como la relación ordenatriz R, pueden ser definidos en el sistema PM. Sea α un símbolo de clases cualquiera; por $[\alpha; n]$ designamos aquella fórmula que resulta del símbolo de clases α sustituyendo la variable libre por el símbolo del número natural n. Tam-

bién la relación ternaria $x = [y ; z]$ aparece como definible dentro de PM. Ahora definimos una clase K de números naturales, de la siguiente manera:

$$n \in K \equiv \overline{Bew} [R(n) ; n]$$ [11a] [1]

[donde *Bew* x significa: x es una fórmula demostrable]. Puesto que los conceptos que aparecen en el *definiens* son todos definibles en PM, así también el concepto resultante de ellos K, e. d., que hay un símbolo de clases, S[12], tal que la fórmula $[S ; n]$ interpretada con sentido, enuncia que el número natural n pertenece a K. Como símbolo de clases, S es idéntico a un determinado $R(q)$, e. d., que

$$S = R(q)$$

vale para un determinado número natural q. Ahora vamos a mostrar que la proposición $[R(q) ; (q)]$ [13] es indecidible en PM. Suponiendo, en efecto, que la proposición $[R(q) : q]$ fuera demostrable, entonces sería también verdad, e. d., que según lo dicho, q pertenecería a K, y así según [1], resultaría $\overline{Bew} [R(q) ; q]$, en contra de lo supuesto. Si, por el contrario, fuera demostrable la negación de $[R(q) ; q]$, tendríamos entonces $\overline{n \in K}$, e. d., *Bew* $[R(q) ; q]$. Por lo tanto $[R(q) ; q]$ sería demostrable al igual que su negación, lo cual es a su vez imposible.

La analogía de este argumento con la antinomia de *Richard* (48.06) salta a la vista; tiene también un claro parentesco con el "mentiroso" [14] (23.03 ss., 35.04 ss., 48.02), pues la proposición indecidible $[R(q) ; q]$ enuncia que q pertenece a K, e. d., que según [1], $[R(q) ; q]$ no es demostrable. Tenemos, pues, ante nosotros, una proposición que afirma su propia indemostrabilidad [15]. El método de demostración recién expuesto es evidente que se puede aplicar a cualquier sistema formal, primero, cuando interpretado con sentido, dispone de suficientes medios de expresión para definir los conceptos que aparecen en las anteriores consideraciones [en especial, el concepto de "fórmula demostrable"] y, segundo, si en él toda fórmula demostrable es también correcta (interpretada) con sentido. La exposición exacta que sigue de la demostración precedente, tendrá, entre otras, la misión de reemplazar el segundo de los presupuestos recién aducidos, por otro puramente formal y mucho más débil.

De la observación de que $[R(q) ; q]$ afirma su propia indemostrabilidad, se sigue inmediatamente que $[R(q) ; q]$ es verdad, pues $[R(q) ; q]$ *es efectivamente* indemostrable [por indecidible]. La proposición, pues, indecidible en el sistema PM, ha quedado resuelta mediante consideraciones metamatemáticas. El análisis exacto de esta curiosa circunstancia conduce a resultados sorprendentes respecto de las pruebas de no contradicción de sistemas formales. Esto se tratará más detenidamente en la Sección 4, Teorema (XI).

[1] V. el resumen de los resultados de este trabajo en el *Anzeiger der Akad. d. Wiss. in Wien* [math.-naturw. Kl.] 1930, N.° 19...

[4] E. d., más exactamente, hay proposiciones indecidibles en las que fuera de constantes lógicas — [no], v [o], (x) [para todos], = [idéntico a], no aparecen más conceptos que + [adición], . [multiplicación], ambos referidos a los números naturales, siendo también el prefijo (x) sólo aplicable a los números naturales.

[5] En PM se computan como distintos sólo los axiomas que no proceden unos de otros meramente por alteración de tipos.

[6] Tanto aquí como en lo que sigue, entendemos siempre por "fórmula de PM", una fórmula escrita sin abreviaciones, e. d. [sin aplicación de definiciones]. Las definiciones sirven, en efecto, únicamente para abreviar las expresiones, no siendo, por consiguiente, en principio imprescindibles.

[7] E. d., formamos los símbolos básicos sobre los números naturales de manera unívoca [v. el desarrollo de la p. 168].

[8] E. d., una coordinación de una sección de la serie de los números con números naturales. [Los números no pueden colocarse en orden espacial.]

[9] En otras palabras: El proceso antes descrito nos proporciona un modelo isomórfico del sistema PM en el dominio de la aritmética. Todas las consideraciones metamatemáticas se pueden, igualmente, adoptar en este modelo isomórfico. Esto tiene lugar en la demostración esquemática que sigue, e. d., por "fórmula", "proposición", "variable", etc., *hemos de entender siempre, los correspondientes objetos en el modelo isomórfico.*

[10] Sería muy fácil [sólo que un poco prolijo] desarrollar de hecho esta fórmula.

[11] P. e., según la suma creciente de términos, y en sumas iguales, lexicográficamente.

[11a] El guión superpuesto representa la negación.

[12] No constituye la menor dificultad, de nuevo, desarrollar de hecho la fórmula S.

[13] Adviértase que "$[R(q);q]$" o, lo que significa lo mismo, "$[S;q]$", es una *descripción metamatemática* de la proposición indecidible. Pero, una vez constatada la fórmula S, es al punto posible también determinar el número q, y consiguientemente escribir efectivamente la proposición indecidible misma.

[14] Toda antinomia epistemológica puede someterse a una demostración de indecibilidad de esta especie.

[15] Semejante proposición no encierra en sí, contra las apariencias externas, nada circular, pues primero afirma la indemostrabilidad de una fórmula completamente determinada [a saber, la q^{sima} por orden alfabético, en una sustitución concreta], y sólo después [hasta cierto punto

casualmente], resulta que esta fórmula es precisamente aquella en la que ella misma había sido expresada.

Recapitulación

Resumiendo lo expuesto, podemos decir de los resultados del período de la Lógica matemática aquí consignado (hasta los *Principia*):

1. En la Lógica matemática tenemos, otra vez, una *forma sumamente original* de la Lógica formal: Al contrario de las demás formas conocidas de esta ciencia, en ésta se procede *constructivamente*, e. d., se investigan las leyes lógicas mediante un lenguaje creado artificialmente. Tal lenguaje artificial muestra, frente a todos los lenguajes naturales, una sintaxis y unas relaciones semánticas muy simples. Con ello tiene lugar en la Lógica formal una transformación semejante a la que Galileo originó en el dominio de la Física: en lugar de los hechos inmediatos, pero complejos, son ahora las conexiones subyacentes más simples las que pueden investigarse.

2. Comparado con esta innovación fundamental, es menos revolucionario el *método formalístico*, cada vez más depurado, y desde Boole aplicado conscientemente, ya que también los Estoicos y los Escolásticos lo emplearon. Sin embargo, las demás formas de la Lógica desconocen su empleo con la amplitud que alcanza en la Lógica matemática.

3. Con la ayuda del nuevo principio constructivo y del formalismo, *se volvieron a recobrar y se desarrollaron extraordinariamente*, en el decurso de este período, *doctrinas antiguas* perdidas en la barbarie del período "clásico". Citemos, entre otras, el concepto de forma lógica, la distinción entre lenguaje y metalenguaje y entre Lógica sentencial y Lógica de los términos, el problema de las antinomias semánticas y algunos aspectos de otros problemas semánticos.

4. Aparte de esto, encontramos toda una larga serie de *descubrimientos totalmente nuevos*. En primer lugar se plantea y resuelve plenamente el problema de la "*demostración completa*". El análisis de la sentencia se realiza, si bien en el sentido de Aristóteles, con nuevos medios, a saber, aplicando los conceptos de *functor* y *argumento* y el de *cuantificador*. Esto conduce a los problemas tasta entonces desconocidos de los *functores pluriargumentales* y de la *cuantificación múltiple*. La distinción entre *Lógica de los predicados* y *Lógica de las clases* no es, en realidad, nueva (la Escolástica trató de ella en la doctrina de la suposición), pero ahora se lleva con absoluto rigor. Parece ser una creación totalmente nueva, a pesar de la presencia de ciertos elementos en Aristóteles, Galeno y los Escolásticos, la *Lógica de las relaciones*, lo mismo que la teoría de la descripción y la doctrina de las *antinomias lógicas*. Estos no son más que algunos ejemplos.

5. A la vista de todo esto, ha de resultar relativamente llamativo el hecho de que, hasta los *Principia* inclusive, el rigor lógico (especialmente en lo que respecta a la distinción entre lenguaje y metalenguaje) sea *menor* que en los mejores textos de las Lógicas megárico-estoica y escolástica, con la única excepción de Frege. Incluso las exposiciones de Lewis (v. 49.03) son faltas de precisión. Sin

embargo, este fallo fue superado a partir de los *Principia,* volviendo a alcanzar la Lógica un elevado nivel de exactitud.

6. Finalmente, es característico de la Lógica matemática la gran cantidad de fórmulas lógicas planteadas e investigadas. Es verdad que muchas veces no son más que desarrollos mecánicos que no aportan puntos de vista de interés, pero con bastante frecuencia también en este aspecto los Lógicos matemáticos logran contribuciones más positivas que las otras formas de la Lógica, especialmente en la Lógica de los términos.

No cabe, por tanto, duda alguna, de que la Lógica formal ha vuelto a alcanzar en este período una de sus cumbres.

SEXTA PARTE

LA FORMA INDIA DE LA LÓGICA

§ 50. INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA INDIA

A. Panorama histórico

Para que el lector llegue a entender este esbozo de Historia de la Lógica formal en la India, habrá que presentarle antes algunos rasgos fundamentales del desarrollo del pensamiento indio, muy poco conocidos en Occidente.

Los comienzos del pensamiento sistemático en la India se pueden situar, con una cierta simplificación, en las últimas centurias antes de nuestra era. Con anterioridad se conocen ya diversas ideas religiosas, psicológicas y metafísicas, pero no adoptan una forma sistemática hasta la aparición de los textos clásicos, surgidos por aquel tiempo, y denominados por los Brahmanes "sūtra". (El término designa tanto una proposición doctrinal, como una obra compuesta de tales proposiciones.) De estos textos, seis son de orientación brahmánica, a saber la *Sāṃkhya-kārikā*, el *Yoga-sūtra*, el *Pūrva-mīmāṃsā-sūtra*, el *Vedānta-sūtra*, el *Nyāya-sūtra* y el *Vaiśeṣika-sūtra*. El último no parece haber sido redactado hasta aproximadamente el s. I después de Cristo, y el *Nyāya-sūtra* hasta alrededor del 200. Sus contenidos hay que colocarlos, sin embargo, al menos en parte, con anterioridad a esta fecha. Cada uno de estos sūtras ha suscitado multitud de comentarios, comentarios de comentarios, comentarios de tercer orden, etc... (casi la totalidad de la literatura filosófica india consiste en comentarios). Las doctrinas de estas escuelas pueden caracterizarse de esta forma:

Sāṃkhya: Ontología y cosmogonía dualistas.
Yoga: Sistematización de las prácticas ascéticas y míticas.
Pūrva-mīmāṃsā: Hermenéutica del texto sagrado (Veda).
Vedānta: Metafísica monista.
Nyāya: Teoría del conocimiento, Lógica y Metafísica.
Vaiśesika: Ontología y sistemática realistas.

Estas doctrinas se complementan con frecuencia mutuamente, como p. e., las del *Vaiśeṣika* y las del *Nyāya*.

Aparte de los Brahmanes, surgieron en la India, entre otras, dos comunidades religiosas más: el Budismo y el Jinismo[1]. Ambas se formaron en el s. VI a. C., desarrollando luego en las centurias en torno al comienzo de nuestra era, un pensamiento profundamente especulativo, que encontró también expresión primero en algunos textos fundamentales. De extraordinaria importancia es aquí el Budismo, que se dividió en dos grandes direcciones: el Hīnāyāna (el pequeño vehículo), y el Mahāyāna (el gran vehículo). En el seno de ambas surgieron a su vez diversas escuelas. Las principales dentro del Hīnāyāna son el Sarvāstivāda realista-pluralista, y la escuela fenomenística Sautrāntika. En el Mahāyāna surge, en primer lugar, el relativismo negativo del Mādhyamikas. El movimiento culminó en el idealismo de la escuela Vijñānavāda. Entre los representantes de esta última hemos de citar, al menos, a los dos geniales hermanos: Asaṅga, y Vasubandhu, uno de los pensadores más fecundos quizá que la Historia de la Filosofía haya conocido jamás.

La filosofía india se desarrolló rápidamente en un constante enfrentamiento a la vez que fructífero intercambio intelectual entre las diversas escuelas. A partir del s. VIII fue suplantado el Budismo, y en el seno del Brahmanismo se impuso el Vedānta, gracias sobre todo a una serie de relevantes pensadores, de los que Śaṅkara (ss. VIII/IX) es el más importante. El resultado final, que comienza a perfilarse ya en el s. X, es la unificación: el Vedānta toma diversas doctrinas de las otras escuelas, además de algunas piezas de la ideología budista, y a partir de entonces todas las polémicas, p. e., la surgida entre el panteísmo radical *(advaita)* de Śaṅkara y los puntos de vista moderados de Rāmānuja (ss. XI/XII), se desarrollan en el seno de la escuela vedántica.

Podemos hablar, por consiguiente, de tres períodos principales en el pensamiento indio, que se corresponden *grosso modo* con los tres milenios de su historia:

Período antiguo: Hasta los comienzos de nuestra era, aproximadamente. El pensamiento aún no es sistemático.

Época clásica: Primer milenio d. C. Se caracteriza, de un lado por las polémicas entre las diversas escuelas, y de otro por la construcción de sistemas desarrollados.

Período moderno: Segundo milenio d. Cristo. Predomina el Vedānta.

B. Desarrollo de la Lógica formal

La Lógica formal *(nyāya-śāstra)* se desarrolló en la India, lo mismo que en Grecia, a partir de la Metodología de la discusión *(tarka-śāstra)*, sistematizada ya en el s. II d. C. Las primeras ideas que pueden considerarse lógico-formales, aparecen ya en el *Vaiśeṣika-sūtra* (s. I d. C.); pero la historia de la Lógica formal india comienza propiamente con el *Nyāya-sūtra* (redacción del s. II d. C.). Esta sūtra "lógica" (señalada como tal, por su mismo nombre), se convirtió en la base de todo el pensamiento lógico de la India.

[1] Para la transcripción "Jinismo" en vez de "Jainismo", v. C. Regamey, *Die Religionen Indiens*, 211, n. 190.

Durante los cinco o seis siglos siguientes a la redacción definitiva del *Nyāya-sūtra*, se suceden las controversias entre los Lógicos budistas, brahmánicos, e incluso jinistas. En los tres bandos se cultiva con celo la Lógica. Entre los pensadores más importantes se cuentan: entre los Naiyāyikaś [2], Vātsyāyana (ss. V/VI) [3], Uddyotakara (s. VII) [4] y Vācaspati Miśra (s. X) [5]; entre los Vaiśeṣikas, Praśastapāda sobre todo (ss. V/VI) [6]; y entre los Mīmāṃsakas, Kumārila (s. VII) [7]. Más importantes que éstos son, quizá, los budistas Vasubandhu (ss. IV/V) [8] y su genial discípulo, el más grande Lógico de la India sin duda, Dignāga (ss. V/VI) [9] que fundó una escuela Vijñānavāda, idealista, pero no ortodoxa. A esta escuela pertenecen, entre otros, el comentador de Dignāga, Dharmakīrti (s. VII) [10], y el comentador de éste, Dharmottara (ss. VIII/IX) [11]. Por los mismos siglos tiene lugar la concreción de la Lógica formal, que se manifiesta ya en su plenitud en el s. VII: partiendo de la metodología de la discusión pública, ha surgido una Lógica formal auténtica y correcta, si bien en muchos aspectos, todavía elemental.

Al tercer período de la Filosofía india, corresponde una nueva época en Lógica, la del Navya-Nyāya, o nuevo Nyāya.

Puesta en marcha por el *Tattva-cintāmaṇi*, la ingente obra de Gaṅgeśa (s. XIV) [12], esta nueva Lógica sigue desarrollándose con penetración admirable, dentro de un espíritu que choca por su semejanza con el de la Escolástica tardía occidental, si bien sus conceptos y métodos fundamentales son completamente diferentes.

Entre los numerosos Lógicos de este tiempo, los más conocidos son: Jayadeva (s. XV) [13], Raghunātha (s. XVI) [14], Mathurānātha [15] y Jagadīśa (s. XVII) [16], así como

---

2 E. d., entre los seguidores del Nyāya. Las otras denominaciones más importantes de este tipo son: "Mīmāṃsaka", para los seguidores del Mīmāṃsā; "Vedantin", para los del Vedānta; pero "Vaiśeṣika" sin más, para los del Vaiśeṣika.

3 Según Ščerbatskoy (*BL* 49. V. *EIL* 18 ss.), Vātsyāyana podría ser contemporáneo de Dignāga. El Prof. D. Ingalls, en cambio, lo sitúa en el s. IV. (Comunicado por carta, por el Prof. Ingalls.)

4 *EIL* 32 ss. V. *BL* 49.

5 Este pensador, a quien generalmente se sitúa en el s. IX, P. Hacker, a quien sigo, lo coloca en el s. X (*Jayantabhaṭṭa und Vācaspatimiśra, ihre Zeit und ihre Bedeutung für die Chronologie des Vedānta*). La referencia al artículo de Hacker, tengo que agradecérsela al Prof. D. Ingalls.

6 *EIL* 26 s., y *BL* 50.

7 *EIL* 37 s.

8 C. Regamey, *Buddhistische Philosophie*, 41. (Sigo a este autor tanto en este pasaje, como para los demás budistas.) V. *BL* 32, y *EIL* 24.

9 C. Regamey, *o. c.*, 66; *EIL* 27; *BL* 31 s.

10 C. Regamey, *o. c.*, 67; *EIL* 34; *BL* 31 s.

11 C. Regamey, *o. c.*, 68.

12 V. Bhattacaryya, Dineścandra: *Baṅgalir Sarasvat Avadan, pratham bhag. Bange Navyanyayacarcca.* (Este título se lo debo al Prof. D. Ingalls.)

13 *MNN* 6 ss.

14 *MNN* 9 ss.

15 *MNN* 20 ss.

16 *MNN* 20 ss.

el autor de un compendio que no deja de guardar semejanza con las *Summulae Logicales:* Annambhaṭṭa (s. XVII)[17].

En la actualidad se ha vuelto a reanudar en la India el estudio de la Lógica india, con la reanudación del pensamiento especulativo vedántico (Śri Aurobindo). Sin embargo, no es posible todavía formarse un juicio sobre este desarrollo.

Vamos a ofrecer ahora un cuadro sinóptico con los nombres y fechas más importantes:

Metodología pre-lógica de la discusión

LA ESCUELA ANTIGUA

Nyāya-sūtra (redacción definitiva en el s. II d. C.).

NAIYĀYIKAS	BUDISTAS	OTROS
	Vasubandhu (ss. IV/V)	
Vātsyāyana (ss. IV/V)		
	Dignāga (ss. V/VI)	Praśastapāda (ss. V/VI)
Uddyotakara (s. VII)		Kumārila (s. VII)
	Dharmakīrti (s. VII)	
	Dharmottara (ss. VIII/IX)	
	Śāntaraksita (s. VIII)	
		(Prābhākara)
Vācaspati Miśra (s. X)		
Udayana (fines del s. 10)		Śrīdhara (ca. 991)

LA ESCUELA NUEVA

Gaṅgeśa	s. XIV
Jayadeva	1425-1500
Raghunātha	1475? — ca. 1550?
Mathurānātha	1600? — 1675?
Jagadīśa	1600?
Annambhaṭṭa	después de 1600

C. Estado de la investigación

El estado actual (1955) de la investigación en el campo de la Lógica india, guarda cierta semejanza con el de la Lógica escolástica occidental. La mayoría de los textos lógicos no han sido todavía editados, a lo que se añade que muchos, sobre todo budistas, se encuentran sólo en traducción tibetana o china; otros muchos son imposibles de conseguir. Sin embargo, con la mera edición

17 *TS.*

de los textos se habría conseguido muy poco, al contrario de lo que sucede con la Escolástica, pues para poder leer esos textos en la lengua original, sería necesaria una amplia formación filológica, y el que la posee, de ordinario no se dedicará al estudio de la Lógica sistemática. Y con las traducciones sucede todavía algo peor que con las ediciones: sólo muy pocos textos [18] han sido traducidos completamente. De otros no tenemos en las lenguas occidentales más que fragmentos, y de muchos ni siquiera eso.

Por otra parte, hoy poseemos ya un cierto número de exposiciones científicas de conjunto, e incluso una amplia Historia de la Lógica india debida a S. C. Vidyābhūṣaṇa (1921). Pero con esta última sucede lo mismo que con la obra de Prantl: no se puede buscar en ella comprensión de las doctrinas lógicas (aunque en otros aspectos sea realmente notable) debiendo incluso ser rechazadas muchas de las afirmaciones puramente histórico-literarias del autor.

Los trabajos monográficos forman dos grupos. Uno lo constituyen obras de indólogos cuya formación lógica procede de la llamada Lógica "clásica". Los más importantes de estos trabajos son los de A. B. Keith (1921), H. N. Randle (1930) y Th. Ščerbatskoy (1932). Por grandes servicios que presten, contienen (en especial la obra monumental de Ščerbatskoy sobre la Lógica budista) tal cantidad de errores en cuestiones de Lógica sistemática, que sus resultados necesitan una revisión detallada y profunda. El segundo grupo lo constituyen unos cuantos escritos debidos a indólogos formados en la Lógica matemática, como los trabajos de St. Schayer (1932/33), el comentario de A. Kunst (1939) —ambos de la escuela de Łukasiewicz—, y el libro de D. Ingalls (1951), quizá el más importante en este campo.

Este conjunto es del todo insuficiente. Incluso en el aspecto histórico-literario, existe todavía una gran inseguridad. Se está acostumbrado en los estudios de indología, a que las fechas de un pensador oscilen siglos, y esto afecta a las posibilidades de solución de diversos problemas, así como de importantes cuestiones particulares, como p. e., la de las relaciones entre Dignāga y Praśastapāda que no se ha puesto en claro todavía, mientras que un pensador tan importante incluso como Vācaspati Miśra puede colocarse lo mismo en el s. IX que en el X. Está todavía igualmente en gran parte sin investigar la Lógica india, en lo que a su contenido se refiere. La obra de Ingalls ha revelado a los historiadores de la Lógica un nuevo mundo intelectual, el del Navya-Nyāya, del que al menos en Occidente, muy poco se conocía. Es tal la cantidad de problemas lógicos tratados en esta obra, que será necesaria toda una generación de investigadores bien formados, para organizarlos en alguna manera. Lo mismo puede decirse respecto del período clásico.

Resumiendo, podemos decir que si bien hay muchos puntos todavía sin esclarecer, o del todo desconocidos para nosotros, tenemos con todo una cierta visión general sobre la evolución de la Lógica india en los comienzos del período clásico, e incluso nos encontramos ya en situación de formarnos una cierta idea de la *génesis* de la Lógica formal propiamente tal. Poseemos, además, un cierto conocimiento sobre la forma definitiva, por así decirlo, de esta Lógica en el

---

[18] V. Bibliogr. 6.2.

Navya-Nyāya. Pero esto es todo. Hoy no se puede hablar todavía de una Historia de los problemas lógicos en la India.

D. Método

A pesar de lo insatisfactorio del estado de la investigación, resulta indispensable hacer una breve exposición de algunos de los problemas lógicos indios, principalmente de los relativos a la génesis de la Lógica formal que, por incompletos que sean nuestros conocimientos todavía en otros aspectos, se pueden seguir mejor que en Grecia. La evolución, que en uno y otro caso planteamos de forma paralela, se ha prolongado en la India durante un espacio de tiempo mucho más largo, de forma que el proceso evolutivo de los problemas lógicos se nos presenta aquí mucho más detallado que en Occidente.

Quizá pueda resultarnos útil completar esta exposición con algunos otros detalles de Lógica más tardía. No se trata más que de fragmentos tomados fundamentalmente de Ingalls. Pondremos de relieve aquellas doctrinas, que o bien afectan a lo específico de la Lógica india, o bien, por otra parte, pueden ser de interés desde el punto de vista de la Lógica sistemática. De los numerosos puntos particulares que quedarán sin tratar, mencionaremos expresamente la Sofística, que alcanzó un extraordinario desarrollo.

A priori resulta ya evidente que nuestro compendio, demasiado breve y basado únicamente en traducciones, es insuficiente. Gracias a la ayuda de competentes indólogos, que al mismo tiempo son Lógicos, esperamos haber ofrecido lo principal de las doctrinas. Por lo demás, por lo que a la presente obra se refiere, nos ha parecido mejor ofrecer una exposición incompleta de la Lógica india, antes que prescindir por completo de ella: ella, en efecto, y sólo ella, ofrece al historiador una posibilidad de extraordinario interés: la comparación.

Los textos traducidos del inglés y francés, son muchas veces, más que traducciones exactas, reproducciones lo más acordes posible con el sentido del original. Por sistema no indicamos las divergencias respecto de las traducciones inglesas o francesas. Incluimos entre paréntesis las adiciones tanto del primer traductor como las nuestras propias *.

Hemos introducido también ligeras variantes en las mismas traducciones alemanas aquí reproducidas.

§ 51. LOS PRECURSORES

A. Milinda-Pañha

Para caracterizar de alguna manera el espíritu de las discusiones, a partir de cuya metodología había de desarrollarse la Lógica india, vamos a presentar pri-

* N. del T.: Esta advertencia se refiere principalmente a la edición alemana de la obra. Por nuestra parte hemos confeccionado el texto castellano basándonos bien en el inglés, bien en el alemán, según el que fuese la traducción directa del correspondiente texto indio. Dentro de ciertos límites prudenciales, nos hemos permitido también la misma libertad en la versión.

meramente un pasaje de la obra budista *Milinda-pañha.* Se trata de un diálogo entre el rey griego Menandro que dominó en la india (Panjab y parte de las actuales United Provinces) alrededor del 150 a. C., y el sabio Nāgasena. La obra en sí data de mucho más tarde. Las sentencias de Nāgasena nos revelan un mundo que no deja de guardar cierta semejanza con el platónico, en la técnica de la discusión:

51.01 Dijo el rey: "Excelente Nāgasena, ¿querrías seguir discutiendo conmigo?"

"Si estás dispuesto a discutir, oh rey, a la manera de un sabio, entonces sí; mas si vas a discutir a la manera de un rey, entonces no".

"¿Cómo discuten entonces los sabios, excelente Nāgasena?"

En las discusiones de los sabios, oh rey, tiene lugar (un proceso de) bobinado y devanado, de asentimiento y disentimiento; (en ellas) se llevan a efecto cotejos y afrontamientos. Y en todo ello los sabios no salen fuera de sí. Así discuten, oh rey, los sabios.

B. KATHĀVATTHU

En otra obra budista quizá contemporánea de la anterior, el *Kathāvatthu,* podemos apreciar cómo se desarrollaba una de esas discusiones, y cómo se hallaba sometida ya a reglas estrictamente determinadas. El pasaje que vamos a reproducir expone una discusión entre dos adversarios sobre la cognoscibilidad del alma humana.

51.02 *Anuloma* ("Ida").

Theravādin: ¿Se conoce el alma en el sentido de una cosa verdaderamente real?

Puggalavādin: Sí.

Theravādin: ¿Se conoce el alma de la *misma* manera que una cosa verdaderamente real?

Puggalavādin: No, esto no puede decirse con verdad.

Theravādin: Reconoce que estás refutado. (Pues):

(1) Si se conoce el alma en el sentido de una cosa verdaderamente real, entonces realmente debieras decir también, mi Señor, que el alma (se conoce) de la misma manera que (cualquier otra) cosa verdaderamente real.

(2) Lo que aquí dices es falso, a saber, que tenemos que decir: (*a*) "El alma se conoce en el sentido de una cosa verdaderamente real", pero no tenemos que decir: (*b*) "El alma se conoce de la misma manera que (cualquier otra) cosa verdaderamente real".

(3) Si no puede aceptarse la última afirmación (*b*), entonces, en realidad, tampoco debería aceptarse la primera afirmación (*a*).

(4) Al afirmar la primera afirmación (*a*), negando la otra (*b*), no tienes razón.

51.03 *Paṭikamma* ("Vuelta").

Puggalavādin: ¿No se conoce el alma en el sentido de una cosa verdaderamente real?

Theravādin: No, no se conoce (en este sentido).

Puggalavādin: ¿No se la conoce de la misma manera que cualquier cosa verdaderamente real?

Theravādin: No, en verdad esto no puede decirse.

Puggalavādin: Reconoce que estás refutado. (Pues):

(1) Si el alma no es conocida en el sentido de una cosa verdaderamente real, entonces realmente debieras decir también, mi Señor: no se conoce de la misma manera que cualquier cosa verdaderamente real.

(2) Lo que aquí dices es falso, a saber, que hemos de decir: (*a*) "El alma no se conoce en el sentido de una cosa verdaderamente real", y no hemos de decir: (*b*) "No se conoce de la misma manera que cualquier (otra) cosa verdaderamente real".

(3) Si no puede aceptarse la última afirmación (*b*), entonces, en realidad, tampoco debería aceptarse la primera afirmación (*a*).

(4) Al afirmar la (negación de la) segunda (*b*), negando la (negación de la) primera (*a*), no tienes razón.

Anuloma y *Paṭikamma* no son más que dos de las cinco fases de la "primera refutación" *(paṭhama niggaha)*, a la que siguen la segunda, tercera, cuarta y quinta que se diferencian entre sí sólo por pequeñas adiciones, como "en todas partes", "siempre", y "en todas las cosas". Siguen, luego, otras cuatro más todavía, en las que "conocido" y "no conocido" cambian de lugar entre sí.

Difícilmente se podría negar que este procedimiento, que se atiene, desde luego, a unas reglas dialécticas fijas, nos resulta más bien, demasiado largo y complicado. Pero lo que no se comprende fácilmente es cómo Randle [19] pudo concluir de él, que el autor del *Kathāvatthu* no tenía idea de Lógica. En efecto, en nuestro texto se ve con toda claridad que los dos personajes, no solamente aplican conscientemente reglas de Lógica formal, sino que casi las formulan explícitamente.

Esto mismo descubrió también St. Schayer [20]. Mas hablar, como él hace, de "anticipaciones de la Lógica sentencial" en el *Kathāvatthu*, parece ir demasiado lejos. Las sentencias expuestas, podrían concebirse, sí, como sustituciones en las siguientes funciones sentenciales:

51.021 (1) Si p, entonces q;
luego (2) no: p y no q;
luego (3) si no q, entonces no p.

---

19 *EIL* 14.

20 *Studien zur indischen Logik*, II 90 ss.

51.031 (1) Si no *p*, entonces no *q*;
luego (2) no: no *p* y no no *q*;
luego (3) si no no *q*, entonces no no *p*.

Mas esto sería atribuir a los pensadores indios del s. II a. C., una capacidad de abstracción de la que, al igual que los prearistotélicos, carecían. Las reglas aplicadas por nuestro autor, se han de interpretar, más bien, a la manera de las que encontramos en los prearistotélicos (v. § 7, D). Se trataría, por consiguiente, de reglas que corresponden, más bien, a las siguientes fórmulas no cuantificadas de la Lógica de los términos:

51.022 (1) Si *A* es *B*, entonces *A* es *C*;
luego (2) no: (*A* es *B*) y no (*A* es *C*);
luego (3) si no (*A* es *C*), entonces no (*A* es *B*).

51.032 (1) Si *B* no es *A*, entonces *C* no es *A*;
luego (2) no: (*B* no es *A*) y no (*C* no es *A*);
luego (3) si no (*C* no es *A*), entonces no (*B* no es *A*).

Hemos de observar aquí, que 51.03 resulta de 51.02 por sustitución de "*B* no es *A*" por "*A* es *B*", y "*C* no es *A*" por "*A* es *C*", lo cual podría dar pie para sospechar que existían ya algunas reglas de la Lógica sentencial, que se aplicaban conscientemente. Pero en este pasaje no encontramos, en modo alguno, una formulación abstracta de tales reglas, y las sustituciones muestran que el pensamiento está ligado al sujeto concreto (*A*).

Es de advertir además, que el paso de (1) a (2), es un análogo de Lógica de los términos, de una definición bien conocida de implicación (v. 31.13; 49.02 [1.03]), y que (2) y (3) juntos constituyen algo así como una ley de la contraposición (31.20, 43.20 [28]), o un *modus tollendo tollens* referido a la Lógica de los términos (v. 16.16).

Sin embargo, desde el punto de vista de la historia de los problemas, lo más interesante es, que el comienzo de la Lógica india se corresponde, con toda precisión, con el de la griega.

C. La fórmula decamembre

Quizá el *Kathāvatthu* suponga, en la metodología de su tiempo, un nivel no alcanzado muchas veces. Lo cierto es que, mucho después, encontramos otros textos que están más lejos que él de la Lógica formal. Puede servirnos de ejemplo un compendio del *Desavaikālika-niryukti*, del joven jinista Bhadrabāhu, anterior al 500 p. C., quizá de hacia el 375 [21]. La importancia de este texto radica en que desarrolla un procedimiento del que quizá se derivó el posterior silogismo pentamembre.

[21] *HIL* 165.

51.04 (1) Tesis (*pratijñā*): El contenerse de quitar la vida, es la mayor virtud.

(2) Limitación de la tesis (*pratijñā-vibhakti*): El contenerse de quitar la vida, es la mayor virtud según los Tīrthaṅkaras jinistas.

(3) Razón (*hetu*): El contenerse de quitar la vida es la mayor virtud, porque quienes se contienen de ello, son amados de los dioses, y honrarlos es una acción meritoria para el hombre.

(4) Limitación de la razón (*hetu-vibhakti*): Sólo a quienes se contienen de quitar la vida, les está permitido ocupar el lugar más elevado de la virtud.

(5) Contratesis (*vipakṣa*): Mas se dice que quienes desprecian los Tīrthaṅkaras jinistas y quitan la vida, son amados de los dioses y que honrarlos lo consideran los hombres una acción meritoria. Se dice además que quienes quitan la vida en sacrificios, ocupan el lugar más elevado de la virtud. Los hombres saludan, p. e., a sus suegros, como un acto de virtud, aunque éstos desprecien los Tīrthaṅkaras jinistas, y quiten habitualmente la vida. Y lo que es más, se dice que quienes ofrecen sacrificios de animales, son amados de los dioses.

(6) Oposición de la contratesis (*vipakṣa-pratiṣedha*): Quienes quitan la vida, cosa prohibida por los Tīrthaṅkaras jinistas, no merecen respeto, y no son ciertamente amados de los dioses. Es tan verosímil que el fuego esté frío, como que sean amados de los dioses, o que los hombres tengan por una acción meritoria el honrarlos. Buda, Kapila y otros, aunque en realidad no son dignos de respeto, fueron honrados por sus admirables sentencias, mientras los Tīrthaṅkaras jinistas son honrados porque dicen la verdad absoluta.

(7) Confirmación o ejemplo (*dṛṣṭānta*): Los Arhats y Sādhus incluso ni cuecen los alimentos para no quitar la vida, al hacerlo. Para sus comidas dependen de sus patronas.

(8) Objeción a la validez de la confirmación o ejemplo (*āśaṅkā*): Los alimentos que cuecen las patronas son, tanto para los Arhats y Sādhus como para ellas mismas. Por lo tanto, si al fuego se aniquilan insectos, los Arhats y Sādhus han de participar en el pecado de las patronas. Por lo cual el ejemplo aducido no es convincente.

(9) Respuesta a la objeción (*āśaṅkā-pratiṣedha*): Los Arhats y Sādhus acuden a sus patronas en busca de alimento sin anunciarse y no a horas fijas. ¿Cómo se puede decir, por consiguiente, que las patronas han cocido (los alimentos) para los Arhats y Sādhus? Por lo tanto, si se ha cometido pecado, ni los Arhats ni los Sādhus tienen parte en él.

(10) Conclusión (*nigamana*): Por lo tanto, el contenerse de quitar la vida es la mejor de las virtudes, porque quienes se contienen son amados de los dioses y honrarlos es una acción meritoria para los hombres.

§ 52. VAIŚEṢIKA-SŪTRA Y NYĀYA-SŪTRA

Hasta aquí hemos tratado de los precursores de la Lógica formal india. Vamos a considerar ahora el primer paso hacia la formación de esta Lógica, cosa que tiene lugar en los dos sūtras hermanos, el *Vaiśeṣika-sūtra* y el *Nyāya-sūtra*. El *Vaiśeṣika-sūtra* es más antiguo, y de menor importancia para la Lógica en la mayoría de los aspectos; el *Nyāya-sūtra*, por el contrario, constituye la base de toda la evolución de la Lógica india posterior: podría ser algo así como su *Organon*.

Vamos a presentar en primer lugar la doctrina de las categorías, contenida en el *Vaiśeṣika-sūtra*, luego un corto pasaje del mismo sūtra sobre la inferencia, para pasar finalmente al *Nyāya-sūtra* y su silogismo pentamembre.

A. VAIŚEṢIKA-SŪTRA

1. *Doctrina de las categorías*

52.01 El bien supremo (depende) del conocimiento de la verdad, producida por un merecimiento especial mediante (el conocimiento) de las semejanzas y diferencias de las seis categorías (*padārthāḥ*) de substancia, propiedad, movimiento, universalidad, particularidad e inherencia.

Tierra, agua, fuego, aire, éter, tiempo, espacio, alma, sentido interior —son las substancias.

Color, gusto, olor y condición táctil, números, extensiones, unicidad, composición y división, lejanía y proximidad, conocimientos, placer y dolor, deseo, aversión y voliciones, son propiedades.

Levantar, derribar, contracción, expansión, moción y marchar, estos son movimientos.

Ser, transitoriedad, inherencia en la substancia, acción, causa, el tener lo universal y lo particular, es lo no-particular (común) de las substancias, propiedades y movimientos.

Lo común de substancia y propiedad es ser lo que da origen a lo que está incluido bajo la misma clase.

52.02 Los conceptos de substancia, propiedad y movimientos son universal y particular.

Con excepción de lo particular final.

De donde (tomamos) en las substancias, propiedades y movimientos (el concepto de) "existente" es el ser [22].

---

[22] Al Prof. D. Ingalls debo mejoras substanciales en el texto.

El ser es algo distinto de las substancias, las propiedades y los movimientos.

(El ser), por existir en propiedades y movimientos, no es ni un movimiento ni una propiedad.

(Esto se deduce también) de la no existencia de lo universal y particular (en el ser).

2. *La inferencia*

Junto a la doctrina de las categorías, contiene el *Vaiśeṣika-sūtra* la primera doctrina india que conocemos sobre la inferencia.

52.03 (Un conocimiento como): Esto es el efecto o la causa de esto, esto se halla unido a esto, esto es opuesto a esto, tal es el (conocimiento) producido por la marca de la inferencia.

(De la constatación): "Este es (el fundamento) de esto (que se va a inferir", surge la ciencia de la argumentación); la relación de efecto y causa surge de la parte.

Con esto se ha explicado el conocimiento verbal.

Razón *(hetu)*, sentencia *(apadeśa)*, argumento *(liṅga)*, demostración *(pramāṇa)* e instrumento *(karaṇa)* tienen el mismo significado[23].

(Las demás llamadas demostraciones, son igualmente deducciones), pues dependen del conocimiento de que: "éste es (el fundamento) de esto (que se va a inferir)".

B. Niāya-sūtra

1. *Texto*

El *Nyāya-sūtra*, el sūtra "lógico", constituye, como se ha dicho, el texto fundamental de toda la Lógica india. Vamos a presentar algunos pasajes del mismo, que pueden calificarse de revolucionarios:

52.04 1. La suprema felicidad se consigue por el recto conocimiento de las (diez y seis categorías): medio de conocimiento, objeto del conocimiento, duda, objetivo, ejemplo, proposición, miembro, confutación, decisión, conversación, contienda verbal, disputa, razones aparentes, falseamientos, falsas objeciones y lugares de reproche.

2. Dolor, actividad, nacimiento, errores y falso conocimiento: de la aniquilación de esto en orden inverso, se sigue la liberación.

3. Percepción, inferencia, comparación y palabra (testimonio verbal), son los cuatro medios de conocimiento.

---

23 Los términos sánscritos entre paréntesis los doy siguiendo las indicaciones del Prof. C. Regamey, con una ortografía más reciente que la de Röer.

4. Percepción es el conocimiento que (*a*) resulta del contacto del órgano del sentido con el objeto, (*b*) no puede expresarse en palabras, (*c*) no yerra, y (*d*) obtiene certeza inmediata.

5. De aquí se sigue la triple inferencia que reposa sobre la (percepción): la (correspondiente) al precedente, la correspondiente al consiguiente, y la que reposa sobre la consideración de la comunidad.

6. Comparación es la demostración de lo que hay que demostrar, apoyándose en una semejanza bien establecida (con lo que se va a demostrar).

7. Palabra (testimonio verbal) es la recepción (de algo) de quien lo conoce.

8. Esta es doble, según que su objeto sea visible o invisible.

52.05 25. El objeto en que profanos y filósofos coinciden, es el ejemplo.

26. Proposición doctrinal es un dogma que reposa sobre la autoridad de una escuela, sobre una hipótesis o sobre una implicación.

27. Es de cuatro clases, correspondiendo a la distinción entre un dogma de todas las escuelas, un dogma privativo de una escuela, un dogma hipotético, y un dogma implicado.

32. Los "miembros" (*avayavāḥ*) son: Tesis (*pratijñā*), razón (*hetu*), confirmación (ejemplo, *udāharaṇa*), aplicación (*upanaya*) y conclusión (*nigamana*)[24].

33. La tesis es la declaración de lo que hay que demostrar.

34. La razón es la demostración de lo que hay que demostrar, mediante el carácter homogéneo o afirmativo de la confirmación.

35. Igualmente, mediante el carácter heterogéneo o negativo (de la confirmación).

36. Ejemplo (*dṛṣṭānta*) homogéneo (o afirmativo es una confirmación que se sabe posee la propiedad (*dharma*) que hay que demostrar, y que implica que esta propiedad se encuentra invariablemente en la razón.

37. Ejemplo heterogéneo (o negativo) es una confirmación que se sabe carece de la propiedad que hay que demostrar, y que implica que la ausencia de esta propiedad se rechaza invariablemente en la razón dada.

38. Aplicación es la determinación, respecto de la confirmación, de lo que se va a demostrar que "es así" o "no es así".

39. Conclusión es la repetición de la proposición una vez aducida la razón.

---

24 Ruben traduce "inferencia" (*Folgerung*); Randle (V., p. e., *EIL* 174, n. 3) "conclusión" (*conclusion*). En realidad, lo mejor sería traducir por verbos activos, como: "afirmar", "fundamentar", "ofrecer comprobación", "aplicar", "concluir".

En este texto son de especial interés los sūtras 32-39, que contienen la primera descripción conocida del silogismo pentamembre indio. El ejemplo clásico, y repetido constantemente —tan clásico como en Occidente el silogismo: "Todo hombre es mortal; Sócrates es hombre, etc."—, es el siguiente:

Tesis: En la montaña hay fuego;
Fundamentación: porque hay humo en la montaña;
Confirmación: como en el hogar, no como en un estanque;
Aplicación: es así;
Conclusión: luego es así.

Antes de aventurar una interpretación de esta fórmula, vamos a escuchar al primer comentador del *Nyāya-sūtra.*

2. *Comentario de Vātsyāyana*

Citamos, siguiendo con pequeñas modificaciones la traducción de Jhā [25], las observaciones de Vātsyāyana sobre algunos de los "miembros":

52.06 Tesis es aquella aserción que habla del sujeto que ha de determinarse mediante la propiedad que se va a manifestar o demostrar.

52.07 Aquello que lo que se va a demostrar —e. d., la propiedad que se va a demostrar (que conviene al sujeto)— demuestra —e. d., manifiesta o prueba— por medio de una propiedad común (al sujeto y) al ejemplo, es la fundamentación. E. d., si en el sujeto (del cual hay que demostrar la conclusión) se observa una cierta propiedad, y se observa la misma propiedad en el ejemplo, y se toma dicha propiedad como lo que se va a demostrar: este tomar dicha propiedad constituye la fundamentación. Como ejemplo (respecto de la conclusión "El sonido no es eterno"), tenemos la sentencia, "porque el sonido tiene la propiedad de ser producido"; y en realidad todo lo que es producido no es eterno.

Jhā, el traductor, observa en este texto, que "el término *sādhya* se emplea en él equívocamente *(promiscuously)*. Se emplea para *lo que se va a demostrar* (e. d.), el predicado de la conclusión, y para el *sujeto* (e. d.), el objeto del cual se ha de demostrar la propiedad". (Para el término *sādhya,* v. el cuadro del § 53, B.)

52.08 Fundamentación es también lo que el demostrando demuestra por la desemejanza (entre el sujeto y) el ejemplo (e. d., por medio de una propiedad que conviene al ejemplo y no al demostrando). "¿Cómo?" Por ejemplo: "El sonido no es eterno porque tiene la propiedad de ser producido"; (pues) lo que *no* tiene la propiedad de ser producido, es siempre eterno...

52.09 Por ejemplo en la conclusión "El sonido no es eterno porque tiene la propiedad de ser producido" lo que la razón "ser producido"

[25] *NS* (Jhā).

significa, es que al ser producido habrá de cesar, e. d., se perderá, e. d., se destruirá. Encontramos aquí que "el ser producido" ha de ser el medio de demostración (e. d., la razón), y "el no ser eterno" lo que se demuestra (e. d., el demostrando). La percepción de que entre ambas propiedades se da la relación de medio y fin, surge sólo cuando ambas se encuentran coexistiendo en una cosa cualquiera. Y surge solamente en fuerza de la semejanza (de un conjunto de cosas, en todas las cuales se encuentran coexistiendo ambas propiedades), de forma que si alguien percibe la existencia de tal relación en el ejemplo conocido, concluye también de forma natural lo mismo para el sonido, siendo la forma de esta inferencia: "El sonido tampoco es eterno, pues tiene la propiedad de ser producido, exactamente igual que las cosas tales como los platos, tazas y semejantes". Y esto se llama "confirmación" (*udāharaṇa)*, pues es el medio de establecer la relación de medio y fin entre ambas propiedades.

52.10 Cuando el ejemplo aducido es lo mismo que es semejante al sujeto —p. e., si se aduce el plato como ejemplo para mostrar que (el sonido) es una cosa producida y no eterna— (entonces) tenemos la "reafirmación" o "aplicación", expresada en la forma "El sonido es así", e. d., "El sonido es producido"; donde la propiedad "ser producido" se aplica al sujeto "sonido". Cuando el ejemplo aducido es de otra manera que semejante al sujeto —p. e., si se aduce el alma como ejemplo de substancia, que al no ser una cosa producida es eterna— (entonces) la "reafirmación" o "aplicación" se expresa en forma de "El sonido no es así"; donde la propiedad "ser producido", se reafirma del sujeto "sonido" negando la aplicación de la propiedad "no ser producido". Así, pues, hay dos clases de reafirmación, fundadas en las dos clases de ejemplos.

3. *Interpretación*

Combinando todas estas exposiciones, obtenemos el siguiente esquema:

(1) Vamos a demostrar de un sujeto —el sonido—, una propiedad —la no-eternidad—. Tal propósito lo expresamos en la tesis.

(2) Para ello, nos valemos de la razón que consiste en otra propiedad —la de ser producido—, que descubrimos en el sonido. Este segundo paso se expresa en la fundamentación.

(3) En este momento aducimos que un plato, p. e., que es algo producido, no es eterno: luego estas dos propiedades guardan relación entre sí en el plato y en otras cosas semejantes. Esta es la "confirmación", que puede formularse también negativamente, aduciendo una cosa —en el ejemplo clásico el estanque— en la que, al faltar la razón, falta también la propiedad que se trata de demostrar.

(4) Una vez hecho esto, verificamos que en el sonido aparece la misma relación entre ser producido y no ser eterno. Esto es la aplicación.

(5) Y de esta forma concluimos que en el sonido debe darse también la no-eternidad. Esta es la conclusión.

El lector acostumbrado a la Lógica occidental, puede encontrar a primera vista este proceso extraño; pero la fórmula india pierde este carácter llamativo, e incluso resulta del todo natural, si se tiene presente que no es el resultado de la meditación sobre la διαίρεσις platónica, sino simplemente la fijación de un método de discusión. Y en una discusión, el siguiente proceso es completamente natural:

A: Afirmo que *P* conviene a *S* (1).
B: ¿Por qué?
A: Porque *M* conviene a *S* (2).
B: ¿Y qué?
A: Pues verá Ud.: a *X* le convienen *M* y *P* a la vez; a *Y* no le convienen ni *M* ni *P* (3). Ahora bien, así es también en nuestro caso (4). Luego *P* conviene a *S* (5).

Nuestro "silogismo" tiene justamente esta misma forma.

¿Y sobre qué fórmula lógica se funda? Sobre esta cuestión se entabló en la India una intensa polémica que duró siglos, y que sólo parcialmente conocemos y estamos en disposición de comprender. En el capítulo siguiente daremos algunos detalles sobre el particular. Entre tanto del *Nyāya-sūtra* y Vātsyāyana se desprende claramente que no es posible buscar ninguna premisa universal, ni silogismo alguno, por consiguiente, del tipo del usual en Occidente. De todas formas, el Vātsyāyana dice una vez "todo" (52.07). Pero que esto no es más que algo accidental, lo testimonia el hecho de que en el *Nyāya-vārttika* de Uddyotakara no se encuentra nada igual. Por lo demás, conocemos por la historia posterior, lo difícil que les resultó a los Lógicos indios avanzar hasta la concepción de la universalidad. La fórmula originaria del Sūtra es simplemente una deducción por analogía de algunos individuos a otros, de carácter retórico más bien que lógico. En tiempo del Sūtra no existía todavía en la India una Lógica formal, así como tampoco en el del Vātsyāyana.

Contra esta concepción de la fórmula del Nyāya, se ha propuesto la siguiente objeción: En el Sūtra, junto al "silogismo" existe otro medio de conocimiento del mismo orden, la "comparación" (v. 52.04, 3-7). Ahora bien, éste último hay que interpretarlo como una deducción analógica, con lo cual habría que suponer en el Sūtra dos deducciones de este tipo.

Sin embargo, la objección apenas tiene peso, pues la "comparación" (*upamāna*) es considerada en la tradición del Nyāya, no como una deducción analógica en el sentido ordinario, sino como una especie particular (en el nivel del metalenguaje) de la misma, como un argumento sobre un nombre. Donde mejor se aprecia esto, es en un texto tardío, pero fiel a la tradición del Nyāya, el *Tarka-Saṃgraha:*

52.11 La comparación (*upamāna*) es la causa eficiente del conocimiento por semejanza. Este es el conocimiento de la relación entre un nombre y la cosa que denomina... Ejemplo: Quien no conoce el toro salvaje (*Gayal*), oye decir al guarda forestal que "se parece al toro doméstico"; luego yendo por el bosque, y recordando lo que le han dicho

contempla un objeto parecido al toro doméstico: inmediatamente surge en él el conocimiento por semejanza: "Esto es lo que llaman 'toro salvaje' ".

Nada nos impide, por tanto, siguiendo el simple texto del Sūtra y de Vātsyāyana, considerar el supuesto "silogismo" no como tal silogismo, sino como una fórmula de inferencia por analogía, de carácter retórico. A continuación vamos a ver cómo llegó a convertirse en una auténtica ley o regla lógico-formal.

§ 53. GÉNESIS DE LA LÓGICA FORMAL

A. Etapas más importantes de su desarrollo

La significación del Nyāya-sūtra respecto de la Lógica formal posterior, la de Dharmakīrti p. e., es la misma que la de Platón respecto de Aristóteles, con la diferencia de que Platón abrió el camino a la Lógica occidental con el concepto de ley de validez universal, circunstancia que no concurre en el Nyāya-sūtra. Introducido por el genio platónico en la Lógica occidental, este concepto hizo posible el rápido desarrollo de la forma lógica, cuyo presupuesto es. En la India, por el contrario, la Lógica fue emergiendo muy lentamente a lo largo de siglos, a partir del estadio metodológico. Pero es justamente este desarrollo paso a paso, "natural" por así decirlo, que aquí vamos a considerar, lo que presta a la Historia de la Lógica india su gran interés desde el punto de vista de la historia de los problemas.

Es verdad que este desarrollo no lo conocemos más que parcialmente, pero esto es lo suficiente para poder fijar algunas de sus fases. Y aunque la progresiva sucesión de las mismas no sea una cosa del todo clara, sabemos con toda seguridad que la evolución se ha ido desarrollando a través de todas ellas, e incluso en algunos casos, hasta podemos determinar su secuencia cronológica. He aquí su esquema:

Primer paso: Establecimiento de una regla formal del silogismo (el *trairūpya)* basada en ejemplos. Este debió ser conocido ya de Vasubandhu (según Tucci)[26].

Segundo paso: El *trairūpya* se estructura, por obra de Dignāga, en una Silogística formal —la "rueda de las razones"—. Uddyotakara desarrolla ulteriormente esta Silogística.

Tercer paso: Los miembros del silogismo se reducen a tres, con la supresión de la repetición de la tesis (conclusión), y de la aplicación. Al mismo tiempo se distingue entre silogismo para sí *(sva-artham)* y silogismo para otros *(para-artham):* el primero es trimembre, el segundo conserva los cinco miembros clá-

26 *Pre-Diṅnāga* X, n. 3.

sicos. Dharmottara dice[27] que Dignāga fue el primero en hacer esta distinción, y Ščerbatskoy es de la misma opinión[28].

Cuarto paso: Se introduce en el *trairūpya* la palabra "*eva*" ("sólo"), con lo que la confirmación se convierte en una cosa completamente distinta de lo que había sido hasta este momento: de mera aducción de ejemplos se convierte en una premisa universal. Esta adición no se encuentra todavía en el s. V; en el VII parece ya generalmente admitida, p. e., en Dharmakīrti[29].

Quinto paso: Surge el concepto de ley universal, para el que encontramos dos términos técnicos: "no aparición en otra forma" (*anyathānupapannatva*) de los Jinistas, e "Implicación" (*vyāpti*), ambos atestiguados por primera vez en el s. VII. Naturalmente que ya con anterioridad habían aparecido elementos para su formación. Así, p. e., en Vātsyāyana aparecen ya con frecuencia la palabra "*vyāpaka*" y sus derivados, pero en sentido físico. En un texto del mismo autor se encuentra la palabra "*vyāpakatvam*" en sentido lógico[30]: mas esto puede ser una adición posterior, pues el término falta en varios manuscritos[31]. En todo caso, contra la opinión de Ščerbatskoy[32] hay que admitir con seguridad, que Vasubandhu no conocía la "implicación universal" lo mismo que Dignāga; todavía Šāntaraksiṭa (s. VIII) y Kamalaśīla (mediados del s. VIII) la rechazaron como fundamento del silogismo.

Con la formación del concepto de ley universal se elevó el pensamiento indio a la altura de la Lógica formal. El que todavía se siga hablando de ejemplos no significa más que una concesión a la tradición: la fórmula silogística, claramente estructurada, no necesita ya de ejemplos. De hecho bajo el nombre de "ejemplo" encontramos con frecuencia propuesta, sencillamente, la implicación universal (v. 53.16).

B. Terminología

Antes de presentar algunos textos que ilustren el proceso evolutivo que acabamos de bosquejar, vamos a explicar los principales tecnicismos de la Lógica india en el cuadro sinóptico adjunto[33]. No admiten una simple traducción al lenguaje occidental, ya que los conceptos que expresan no se corresponden con los griegos, y además son casi todos ambiguos.

---

27 *Nyāyabinduṭīkā* 42. Cit. en: *BL* 290; Keith, *Indian logic*, 106; *EIL* 160.

28 *BL* 291.

29 *BL* 244.

30 *NS* (Jhā) I 497.

31 La referencia a estos manuscritos se la debo al Prof. D. Ingalls.

32 *BL* 236.

33 Estoy especialmente obligado al Prof. C. Regamey por la ayuda prestada en la confección de este cuadro sinóptico. Un examen detallado de las diversas significaciones de estos términos se encontrará sobre todo en Randle, en su disquisición sobre el *trairūpya* (*EIL* 180-189).

TÉRMINOS TÉCNICOS

Tecnicismo sánscrito	Palabra en el ejemplo clásico	Significado(s)	Traducción ordinaria	Símbolo
pakṣa	Montaña	Objeto de la discusión	Sujeto	*S*
liṅga *lakṣaṇa*	Humo	Signo, marca, característica	Marca	*M*
hetu	1) Humo 2) por el humo	1) Razón, causa 2) Fundamentación	1) Marca 2) Fundamentación	*M*
dṛṣṭānta	Hogar Estanque	Ejemplo	Ejemplo	
sapakṣa	Hogar	Ejemplo como el *pakṣa*	*sapakṣa*	*X P*
vipakṣa	Estanque	Ejemplo distinto del *pakṣa*	*vipakṣa*	*X*-no-*P*
sādhya	1) Fuego; a veces también: 2) Montaña	1) El predicado a demostrar; a veces también: 2) = *pakṣa*	Demostrando	1) *P* 2) *S*
dharma	Ser ígneo, ser humeante	Cualidad, forma (en sentido aristotélico)	Cualidad	
dharmin	La montaña es *dharmin* respecto de ser ígneo y humeante	Sujeto de la cualidad, ὑποκείμενον	Portador de la cualidad	
pakṣadharma	El ser humeante de la montaña	La conveniencia del *dharma* al *pakṣa*	El sujeto cualificado por la marca	*S*-como-*M*
anumeya		1) = *pakṣa* 2) = *sādhya* 1 3) = *pakṣadharma*	Demostrando	1) *S* 2) *P* 3) *S* en cuanto poseyendo a *M*

C. El silogismo trimembre

Vamos a presentar en primer lugar un notable texto metodológico de Dignāga, dirigido contra el Nyāya, y que produce una impresión de extraordinaria modernidad:

53.01 No hay más que dos medios de conocimiento *(pramāṇas)*, me refiero a la deducción y a la percepción directa, pues los (demás medios de conocimiento) como la transmisión, la analogía *(upamāna)*, etc., quedan contenidos en estos dos. No hay más que dos medios de conocimiento por los cuales podemos captar una cosa en sí misma *(svalakṣaṇa)*, y su universalidad *(sāmānyalakṣaṇa)*; (y) no hay objeto de conocimiento, distinto de estos dos y que pueda ser captado por un medio de conocimiento, distinto de los (dos citados).

Además de esto, afirma el gran Lógico indio que el Silogismo —y cualquier silogismo— no necesita más que tres miembros:

53.02 Nosotros consideramos que, exactamente igual que puede alcanzarse sin ninguna duda una deducción válida para sí mismo por medio de alguien, (así también) puede hacerse una deducción indudablemente válida en la mente de otro. (Este proceso) muestra la conexión (del demostrando) con el *pakṣadharma* (e. d., el sujeto, en cuanto cualificado por el motivo) y la exclusión de todo aquello de lo cual es distinto el demostrando.

La razón *(hetu)* se formula para mostrar que el *pakṣadharma* se halla en el demostrando; el ejemplo se formula para mostrar que se halla unido inseparablemente a él; la tesis se formula para mostrar el demostrando.

Por lo cual, para la formulación de un silogismo no es necesario ningún otro miembro fuera de los (tres) ya aludidos. De esta forma, me opongo a la opinión de aquellos Lógicos que consideran miembros del silogismo el deseo de conocimiento *(jijñāsā)*, la aplicación, y la conclusión.

Aquí podría objetar alguien que si es así, la presentación del ejemplo no es un miembro especial (del silogismo), ya que sólo aclara el sentido del motivo. (A esto respondo que), si bien en lo fundamental así es, que la aducción del motivo no ha de indicar más que éste tiene la naturaleza del *paksadharma,* no puede, en cambio, mostrar que en los casos de presencia (del demostrando) se halla presente, y en los casos de ausencia (del demostrando) se halla ausente. Por eso es necesario (aducir) por separado los ejemplos positivos *(sapakṣa)* y los negativos *(vipakṣa)*.

El silogismo trimembre de Dignāga consta, por consiguiente, de fundamentación, ejemplos y tesis, e. d., del segundo, tercero y primer miembro del silogismo pentamembre clásico, y precisamente por este mismo orden; quedan excluidos la aplicación (4) y la conclusión (5). El ejemplo clásico quedaría, por lo tanto, después de la reducción, así:

Fundamentación: En la montaña hay humo,
Confirmación: Como en la cocina en la cual hay fuego, no como en el estanque, en el que no lo hay.
Tesis: Luego en la montaña hay fuego.

Pero tras esta fórmula se oculta algo más importante, a saber, la idea de la conexión inseparable de *M* con *P*. Es ésta una idea que sólo de pasada llega a expresarse, pero está ahí. La intuición de esta conexión no puede verificarse, ciertamente, sino a través de los ejemplos, y la Lógica de Dignāga no puede prescindir de ellos, como lo muestra el último párrafo del texto. Esto resalta con más claridad aún, en el *trairūpya* y en la "rueda de las razones".

D. La regla trimembre: Trairūpya

Esta regla, cuyo nombre literalmente significa "las tres características (de la razón)", tiene en Praśastapāda la siguiente forma:

53.03 Lo que (1) está unido con el demostrando *(anumeya)*, y (2) se ha encontrado en aquello que contiene el demostrando, y (3) en su ausencia es siempre ausente, (esto) es la marca *(liṅga)* que da lugar a la inferencia.

Dignāga escribe:

53.04 Es evidente que sólo es correcta esta regla deductiva: si (1) la presencia de esta determinada marca *(liṅga)* en el sujeto se ha constatado, y (si) recordamos que (2) la misma marca se encuentra con seguridad en todos los *spakṣas*, hallándose (3), en cambio, en absoluto ausente en todos los *vipakṣas*, entonces el resultado de la inferencia es válido sin duda alguna.

No se puede negar que estos textos no son muy claros: tanto los investigadores indios antiguos, como los europeos modernos (Keith, Randle) han tenido que poner a contribución una gran agudeza para explicarnos qué quieren decir en realidad. Mas si se examina la praxis de Dignāga, e. d., su "rueda de las razones" *(hetu-cakra)*, resalta con claridad que de lo que se trata es de la siguiente regla formal trimembre:

(1) *M* está presente en *S* (el humo en la montaña);
(2) *M* está presente en *X P* (el humo en la cocina que tiene fuego);
(3) *M* no está presente en *X*-no-*P* (no hay humo en el estanque, el cual no tiene fuego);
luego *P* está presente en *S*.

E. La rueda de las razones: *Hetu-cakra*

Dignāga estructuró el *trairūpya* en un cuadro llamado "rueda de las razones" *(hetu-cakra)*, que constituye el primer ensayo indio de Lógica formal. Vamos a ofrecer aquí una formulación metalógica de la "rueda":

53.05 Una cualidad del sujeto *(pakṣadharma)* adopta en primer lugar tres formas, según que sea o no inherente a los *sapakṣas*, de (una de las) dos maneras posibles. Y en cada uno de estos tres casos posibles, es inherente a los *vipakṣas* o deja de serlo, de (una de) dos maneras. Entre éstos, el caso en que la cualidad (correspondiente) se halla de (una de las) dos maneras presente en los *sapakṣas*, y ausente en los *vipakṣas*, es una razón válida (de inferencia). Lo que difiere de él, o es contradictorio o no es concluyente.

Los "dos modos posibles" de inherencia de la marca en los *sapakṣas* son: (1) que *M* sea inherente a todos, (2) que *M* sea inherente a algunos; a los que hay que añadir todavía la tercera posibilidad no citada aquí, a saber (3) que la marca no sea inherente a ningún *sapakṣa*. Por ello, habla Dignāga de "tres casos posibles". Respecto de los *vipakṣas* hay igualmente tres casos, en cuanto que la marca puede ser inherente a todos ellos, a algunos o a ninguno. Con lo cual, resultan nueve casos posibles. Representando estos tres casos por "*A*", "*I*", "*E*", se obtiene el siguiente cuadro en el que la primera letra se refiere a los *sapakṣas* y la segunda a los *vipakṣas:*

1. *A A*	2. *A E*	3. *A I*
4. *E A*	5. *E E*	6. *E I*
7. *I A*	8. *I E*	9. *I I*

De estos modos, solamente dos, el 2 y el 8, son válidos. De hecho, Dignāga desarrolló este cuadro por medio de sustituciones. Su texto no lo poseemos, sin embargo, más que en una traducción del tibetano de Vidyābhūṣaṇa que no parece de confianza [34], razón por la que no lo aducimos aquí.

En su lugar ofrecemos un breve resumen de Vācaspati Miśra en su *Nyāya-varttika-tātparya-ṭīkā*, en traducción de Randle:

53.06 Las nueve marcas empleadas para demostrar la eternidad y los demás demostrandos, son: cognoscible, producido, no eterno; producido, audible, producto de la voluntad; no eterno, producto del querer, intangible.

Uddyotakara completó este cuadro de la siguiente forma: tiene en cuenta, primeramente los casos en los que no hay o *sapakṣas* o *vipakṣas*, con lo que re-

[34] *HIL* pág. 298.

sultan siete modos más. Representando por "Λ" estos casos, tenemos los siete nuevos:

10. *A*Λ	11. *I*Λ	12. *E*Λ
13. Λ*A*	14. Λ*I*	15. Λ*E*
	16. ΛΛ	

De ellos son válidos el 10, 11 y 15, de forma que en total resultan cinco modos válidos[35].

Aparte de esto, considera todavía Uddyotakara la presencia o no presencia de la marca en el sujeto, así como otras circunstancias, de forma que en total obtiene no menos de 176 modos entre válidos y no válidos. De ellos merecen especial mención aquellos en los que está combinada la *hetu*. He aquí un ejemplo: "la palabra no es eterna porque se la puede dar un nombre, y es objeto del conocimiento"[36].

Por más a primitivo y pre-lógico que todo esto pueda sonar, no se puede desestimar el hecho de que la *hetu-cakra* contiene una serie de detalles interesantes desde el punto de vista histórico. Es digno de notarse, en primer lugar, que los Indios no conocen, como Aristóteles[37] y los Escolásticos, cuatro tipos de sentencias, sino sólo tres, y esto porque para ellos "Algunos *S* son *P*" no significa "al menos algunos" como en Occidente, sino "al menos algunos y no todos". La "*I*" del cuadro anterior, corresponde, por tanto, al producto lógico de *I* y *O* en sentido escolástico. De aquí resultaría, en lugar del cuadrado lógico occidental, un triángulo lógico.

Es digno de notarse además en la *hetu-cakra*, la tendencia manifiesta a la concepción extensional: en ella tenemos, de hecho, cuantificadores —*sapakṣa* y *vipakṣa* se conciben como clases—, y para Uddyotakara y Dharmakīrti incluso el sujeto —*pakṣa*— se ha de considerar como una clase. Con ello, se encontraba la Lógica india en la mejor de las rutas para el pensamiento extensional.

Hemos de recalcar, finalmente, que nos encontramos ante una Lógica defectuosa sí, pero en definitiva formal: estos pensadores buscan construir su silogística, no sobre sustituciones concretas, sino sobre relaciones abstractas entre clases, como Aristóteles.

F. "EVA"

Dharmakīrti completa el *trairūpya* con "*eva*", que en sánscrito puede referirse tanto al sujeto como al predicado. La fórmula se presenta ahora:

En el sujeto *eva*
En los *sapakṣas eva*
En los *vipakṣas* no *eva*

35 *EIL* 233 ss.
36 Ha sido el Prof. D. Ingalls quien llamó la atención del autor sobre estos modos.
37 V, sin embargo: Sugihara, *Particular and indefinite propositions*.

que significa:

En el sujeto siempre
En los *sapakṣas* siempre
En los *vipaksas* nunca [38].

G. Implicación universal

Como se ve, la Silogística de Dignāga se encuentra todavía totalmente determinada por los ejemplos: tampoco él fue capaz de liberarse del todo de la presión ejercida por la tradición metodológica. Esta liberación sobrevino por primera vez, a lo que parece, fuera de la escuela budista, bajo la forma precisamente de una doctrina sobre la implicación universal entre la razón (*hetu*) y el demostrando (*sādhya*), o entre el sujeto (*pakṣa*) y la razón (*hetu*). Dos modalidades conocemos de esta doctrina, una intensional representada por un jinista, Pātraṣvāmin (probablemente s. VII), y otra extensional que aparece por primera vez en Kumārila, un Mīmāṃsaka (s. VII). Ofrecemos, en primer lugar, los correspondientes textos de Pātrasvāmin y del comentario de Kamalaśīla (budista).

53.07 (Texto). ¿No se puede constatar ya, en efecto, la validez de una argumentación respecto del no-darse-de otra forma (*anyathānupapannatva*)? Por eso son impotentes las razones de tres marcas (*trirūpahetus*) incluso en el silogismo que cumple las condiciones, si falta el no-darse-de otra forma.

53.08 (Comentario). Explicación de la expresión "no-darse-de otra forma" (*anyathānupapannatva*): la expresión "no-darse-de otra forma" consta de dos partes y significa que (de otra forma: *anyathā*, e. d.), sin el demostrando (*sādhya*), no hay darse (*anupapannatva*) (de la razón): (con otras palabras), que la razón se da solamente en el demostrando (*sādhya*).

53.09 (Texto). Como razón (del silogismo) se postula una razón tal que le convenga el no-darse-de otra forma. Esta razón se caracteriza bien (*a*) por *una* marca, bien (*b*) por *cuatro*, bien por *no cuatro* marcas.

Una marca es aquí, el no-darse-de otra forma; las otras tres son las postuladas por el *trairūpya*.

53.10 (Texto). Así como en el mundo se suele decir de un padre que tiene *un* hijo, aunque tenga tres, precisamente porque sólo éste es un buen hijo, de la misma manera se han de entender aquí las cosas.

El buen hijo es, evidentemente, el no-darse-de otra forma. Por tanto:

---

38 *BL* 244 s.

53.11 (Texto). La relación de concomitancia necesaria, no aparece en las razones de tres marcas (*trirūpahetus*)... Sólo tienen validez aquellas deducciones que poseen el no-darse-de otra forma. Ambos ejemplos (*dṛṣṭāntas*) pueden existir o no existir, pues no son ellas la causa eficiente (de la conclusión). Donde falta el no-darse-de otra forma, ¿de qué sirven las tres (marcas del *trairūpya*)? Si hay el no-darse-de otra forma, ¿de qué sirven entonces las tres?

Esta doctrina radical, no logró imponerse; por el contrario, otra teoría parecida pero más extensional, la del *vyāpti*, fue con posterioridad universalmente aceptada. No es fácil traducir el término "*vyāpti*"; quizá la expresión inglesa "*pervasion*" sea la que mejor dé el sentido primitivo de la palabra. Nosotros nos serviremos, con A. Kunst, del término "implicación", con la salvedad de que no se trata de una relación entre dos sentencias (como en la Lógica moderna), sino de una relación, bien entre dos clases o entre una clase y su elemento (así, p. e., en Kumarīla), bien —en la mayor parte de los Naiyāyikas— de una relación entre dos propiedades (esencias) de acuerdo con la posición intensional de la escuela. El siguiente texto de Kumārila (el primero en el que aparece una definición del *vyāpti*) representa claramente la primera de estas concepciones:

53.12 Implicado (*vyāpya*), es lo que tiene igual o menor extensión en el espacio y en el tiempo; implicante (*vyāpaka*) es lo que tiene igual o mayor extensión (que lo implicado). Esto quiere decir, que si se capta la cosa implicada, se capta (también) su implicante; pues de otra forma no podría existir la relación de implicado e implicante entre ambos.

H. Forma definitiva de la doctrina

1. *Texto*

Prescindimos ahora de toda la violenta discusión en torno al concepto de *vyāpti*, que tuvo lugar desde la época de Gaṅgeśa (s. XIV) en el Navya-Nyāya, para presentar únicamente un texto del *Tarkasaṃgraha* de Annambhaṭṭa (s. XVII). Este librito representa la contrapartida, casi exacta, de las *Summulae Logicales*, con la diferencia, sin embargo, de que se halla situado, no al principio, sino al fin de la evolución. En él están contenidas las doctrinas fundamentales y universalmente admitidas de la Lógica de la "nueva" escuela Nyāya:

53.13 Consideración (*parāmarśa*) es el conocimiento del hecho de que el sujeto (*pakṣa*) posee una determinada propiedad (*dharma*), (conocimiento) que viene determinado por una implicación (*vyāpti*). Ejemplo: El conocimiento "Esta montaña tiene humo, que no puede darse sin fuego", es la consideración; el conocimiento que de aquí surge, (a saber) "La montaña tiene fuego", es la conclusión.

La implicación es una ley de concomitancia (del tipo siguiente): "En todas partes donde hay humo, hay fuego".

La propiedad-de-ser-sujeto (*pakṣa-dharmatā*) es el encontrarse-en-la-montaña del contenido (e. d., de la razón: el humo).

53.14 La inferencia (*anumāna*) es doble: la inferencia para sí mismo y la inferencia para otros; la (inferencia) para sí mismo es la razón de la conclusión para sí mismo. Ejemplo: Tras la observación reiterada de la cocina y de otros lugares se adquiere el (conocimiento de esta) implicación para sí mismo: "En todas partes donde hay humo, hay (también) fuego". Si se sube a la montaña y se es presa de la duda de si hay fuego en esta montaña, se acuerda uno, al apreciar humo en ella, de la implicación "En todas partes donde hay humo, hay (también) fuego". De aquí surge inmediatamente este conocimiento: "En esta montaña hay humo que se encuentra inseparablemente asociado al fuego"; esto es lo que llama "inferencia". De ésta resulta la conclusión "En esta montaña hay fuego". Este es (el proceso de la) inferencia para sí mismo.

53.15 Una vez concluida la existencia del fuego (para uno mismo) por el humo, para instruir a otro se utiliza una expresión pentamembre que constituye la inferencia para otros. Ejemplo: "La montaña está ardiendo, porque está humeando; todo lo que está humeando está ardiendo, como el hogar; así es aquí; luego es así". Por medio de esta exposición llegan también los otros al conocimiento de (que allí hay) fuego.

53.16 Los cinco miembros son: tesis, fundamentación, ejemplo, aplicación y conclusión. "La montaña está ardiendo", es la tesis. "Porque está humeando", es la fundamentación. "Todo lo que está humeando está ardiendo", es el ejemplo. "Así es aquí", es la aplicación. "Luego es así", es la conclusión.

2. *Interpretación*

Prescindiendo del aspecto psicológico (que, dicho sea de paso, juega aquí un papel importante), de lo dicho resulta lo siguiente:

(1) El silogismo indio no es una sentencia, sino una regla a la manera del silogismo estoico y escolástico.

(2) Es parecido en su estructura al silogismo ockhamiano, más bien que al aristotélico, pues la "fundamentación" corresponde siempre a una sentencia singular.

(3) Su formulación, sin embargo, recuerda más bien una fórmula de la Lógica matemática moderna que el silogismo ockhamiano:

Para todo x: si x es A, entonces x es B;
ahora bien a es A;
luego a es B.

(4) Además del silogismo, la fórmula india contiene una justificación expresa de la premisa mayor. A este respecto, parece existir una diferencia entre el Nyāya clásico y el *Tarkasamgraha*; mientras en este último texto, de época más reciente,

es relativamente claro que se trata de una demostración inductiva, en el antiguo Nyāya (el clásico) la justificación consiste en descubrir en un individuo la conexión entre dos esencias, no siendo, por tanto, una inducción.

(5) Debería ser claro que nos mantenemos todavía dentro de la Lógica de los términos.

Por más que estos resultados puedan parecerle modestos a un Lógico occidental, no puede ignorarse el hecho de que con el texto citado, la Lógica india se ha elevado a la altura de una auténtica Lógica formal, si bien todavía muy lejos de ser formalística.

§ 54. ALGUNAS OTRAS DOCTRINAS LÓGICAS

Ya Ščerbatskoy, a pesar de su indiferencia por la Lógica, pudo mostrar con suficiente claridad que la Lógica india tardía, contenía una multitud de interesantes doctrinas lógico-formales. Gracias al excelente estudio de D. Ingalls sobre una selección de textos del Navya-Naiyāyika, conocemos hoy algunas de ellas. Con todo, el libro de Ingalls es el primero de su género, y no nos permite todavía obtener una visión de conjunto de la totalidad de los problemas de la Lógica india tardía. Por ello, nos vamos a limitar a una breve reseña de las doctrinas lógico-formales más importantes tratatadas por el investigador americano, documentando con textos algunas de ellas.

Ante todo, vamos a intentar aclarar el extraño aspecto de los textos lógicos indios tardíos. Lo primero que a un lector occidental le llama la atención, es la forma constantemente negativa de casi todas las sentencias. En el caso más simple, los Navya-Naiyāyikas en lugar de "la montaña está humeando", escriben, p. e., "El ser-no-montaña determina el lugar del ser-no-humeante". Esta forma parece fundarse en la doctrina budista de la *apoha* (exclusión), cuyas consecuencias fueron adoptadas por el Navya-Nyāya.

A. La apoha

Leemos en Dignāga:

54.01 Por lo cual la significación de una palabra consiste en la repulsa de la significación discrepante (de ella).

A propósito de esto, dice un comentador budista, Jinendrabuddhi:

54.02 ¿Es... la doctrina de la doble significación distinta realmente (de la nuestra)? ¿No aparece también en esta sentencia (la nuestra) el error descubierto en esta doctrina (a saber la contradicción con el texto de Dignāga)? ¡No! Pues la repulsa del opuesto, es el significado exclusivo (de toda palabra). Y (aquí) no hay ninguna contradicción (con el tex-

to de Dignāga), pues el significado "propio" de la palabra es justamente la repulsa del opuesto (y ninguna otra cosa).

Una cosa está suficientemente clara: una palabra no significa lo que es, sino lo que no es. Claro que esta doctrina no se defendió siempre en su sentido más radical. Kamalaśīla, p. e., distingue tres clases de negación. Una de ellas se define:

54.03 La negación simple significa, p. e., que una vaca no es una no-vaca.

Aparte de esto, en el significado o designación de la palabra, debe haber también elementos positivos. Kamalaśīla dice expresamente:

54.04 Nosotros no hemos supuesto que el significado de una palabra sea una pura negación.

Y sin embargo, este "no ser-no-vaca" se convirtió en el modelo de todo el lenguaje lógico posterior.

B. Definiciones de la *vyāpti*

El primer ejemplo de la problemática del Navya-Nyāya, es un texto del *Tattva-cintāmaṇi* en el que se dan cinco definiciones de *vyāpti*, que Gaṅgeśa rechaza. Hemos de advertir que este texto es uno de los más sencillos, y que se entiende mejor que los comentarios que pretendían "explicarlo".

54.05 ¿Qué es implicación *(vyāpti)*? No es simplemente la no-divergencia (de la razón del *sādhya)*, pues ella no es esto (e. d., la no-divergencia, definida, como):

(1) "El no-darse (la razón) en el lugar de la ausencia del *sādhya*"; ni

(2) "El no-darse (la razón) en el lugar de esta ausencia del *sādhya* (la cual ausencia se da) en lo que es diverso del lugar del *sādhya*"; ni

(3) "La posesión (mediante la razón) de un lugar distinto del de la ausencia recíproca, cuyo contrario es un lugar del *sādhya*"; ni

(4) "El contrario de una ausencia inherente a todos los lugares de la ausencia del *sādhya*"; ni

(5) "El no-darse (de la razón) en lo que es una cosa distinta del lugar del *sādhya*";

pues, caso de que el *sādhya* sea algo completamente positivo, (la implicación) no será ninguna de las clases de no-divergencia antes definidas.

Para entender de alguna manera este texto —que he de advertir al lector es relativamente fácil—, es indispensable echar mano de los instrumentos de la Lógica matemática. Fundamentalmente vamos a usar los símbolos de la Lógica de

las relaciones de los *Principia* (46.12 ss.), a los que añadimos como símbolo de la *vyāpti*, e. d., de la inclusión entre predicados, "*C*"; por tanto "*g C s*" se leerá: "Entre *g* y *s* se da la relación de *vyāpti*". Para los nombres de las relaciones que aparecen en nuestro texto: presencia en, ausencia de, inherencia en, ser contrario de, lugar de, diferencia de, emplearemos las siguientes abreviaciones: "*V*", "*A*", "*I*", "*G*", "*O*", "*D*". Podemos, pues, expresar ya las definiciones anteriores, prescindiendo de la cuantificación [39]:

1. $g\,C\,s \equiv g\,(\dot{-}\, V \mid O \mid A)\,s$
1. $g\,C\,s \equiv g\,(\dot{-}\, V \mid O \mid A)\,s$

que significa

$$\equiv g\,(\dot{-}\, V \mid O \mid V \mid O \mid D)\,s$$

3. $g\,C\,s \equiv g\,(\breve{O} \mid D \mid G \mid O)\,s$
4. $g\,C\,s \equiv g\,(G \mid A \mid I \mid O \mid A)\,s$
5. $g\,C\,s \equiv g\,(\dot{-}\, V \mid D \mid O)\,s$

Pero la *vyāpti* es, a ciencia cierta, una conexión universal. Podemos, por tanto, añadir cuantificadores universales, con lo que obtenemos las siguientes fórmulas abreviadas:

1. $C = \dot{-}\, V \mid O \mid A$
2. $C = \dot{-}\, V \mid O \mid V \mid O \mid D$
3. $C = \breve{O} \mid D \mid G \mid O$
4. $C = G \mid A \mid I \mid O \mid A$
5. $C = \dot{-}\, V \mid D \mid O$

Como se ve, el grado de abstracción alcanzado es realmente elevado. Las fórmulas anteriores se pueden simplificar todavía más interpretando *I*, $\breve{O}$ y *V* como simple inherencia, *D* y *G* como no-identidad y *A* como negación de la inherencia; entonces la primera definición, p. e., se podría formular así:

1. $gCs \equiv .\,(x) \sim (gx\,.\sim sx).$

Pero esto, en virtud de una ley conocida (v. 31.13) se convierte en:

$$\equiv .\,(x)\,.\,gx \supset sx$$

es decir, una implicación formal (v. 44.10-12). Pero una simplificación así, sería forzar el texto, pues los lógicos del Navya-Nyāya distinguen agudamente todas estas relaciones; con todo, la reducción anterior nos muestra que en lo fundamental nos hallamos ante el mismo problema que preocupó a los Megáricos (20.03 ss.) y a los Escolásticos (30.03 ss.), y que en época moderna volvió a actualizarse de nuevo (49.01 ss.). Es el problema de la definición del "si — entonces".

No vamos a seguir las grandes polémicas en torno a esta cuestión. Nótese de todos modos, que Gaṅgeśa, en el texto recién aducido, no formula más que una reducida selección de las definiciones de la *vyāpti* que circulaban en la India; según el *Nyāya-kośa*, debió haber unas 21 incorrectas y 13 correctas [40].

[39] No estoy seguro de haber entendido bien el número 4.

[40] *MNN* 29.

C. Algunos conceptos fundamentales

Vamos a limitarnos ahora a la enumeración de algunos conceptos fundamentales del Navya-Nyāya siguiendo a Ingalls, los siguientes:

El Navya-Nyāya opera constantemente con una doble abstracción: en primer lugar, de un objeto concreto, como el hombre, *devadatta*, abstrae la devadatteidad; luego se abstrae de nuevo de ésta, obteniéndose algo así como el ser-devadatteidad. Las mismas abstracciones se aplican corrientemente a las relaciones. Con la ayuda de tales conceptos, entienden los Lógicos indios representar contenidos extraordinariamente complicados, de forma puramente intensional, sin el uso de cuantificadores.

A los conceptos occidentales de sujeto y predicado, o de argumento y functor, corresponden en el Navya-Nyāya toda una serie de conceptos. Es fundamental el par: lugar *(adhikaraṇa)* y superestrato *(ādheya)*; mas el superestrato puede guardar una triple relación con el lugar: está en él por inherencia, por contacto o por determinación particular [41].

Otro par es el de determinando *(viśeṣya)* y determinante *(viśeṣaṇa)*. El determinando parece ser un objeto concreto, el determinante, por el contrario, una propiedad que puede ser o propiedad específica *(jāti)* o "impuesta" *(upādhi)*, de manera parecida a los conceptos aristotélicos de especie y accidente (11.09 s.) [42].

Tenemos todavía otro tercer par: delimitante *(avacchedaka)* y delimitado *(avacchinna)* (inglés: *"limitor"* y *"limited"*). Entre sus diversos sentidos, es fundamental el siguiente: si un concreto *A* es determinado por una propiedad *B*, entonces el abstracto de *B* es delimitado por el abstracto de *A*. Por ej., en la sentencia "La montaña tiene fuego", la montaña es determinada tanto por "montaneidad" como por "igneidad"; y se dice entonces que es determinada por la "igneidad", y delimitada por la "montaneidad" [43].

Por lo que se refiere a la identidad, parece que los Lógicos del Navya no tienen término técnico alguno para nuestra identidad *numérica* en el sentido aristotélico (11.11, v. 44.24); por el contrario, operan siempre con la identidad específica (11.11) para la que tienen tres sinónimos por lo menos:

(1) *A* tiene la misma naturaleza que *B* *(A B-svarūpa)*; ésta se denomina "identidad esencial" *(tat-svarūpatā)*;

(2) *A* tiene autoidentidad con *B* *(A B-tādātmya)*;

(3) *A* es precisamente *B* *(A B eva)* [44].

Respecto de la negación, hemos encontrado ya en Gaṅgeśa toda una serie de conceptos. En los Lógicos posteriores pueden distinguirse dos clases de tales conceptos: (1) ausencia recíproca *(anyonyābhāva)*; consiste ésta en la negación de la identidad, p. e., "fuego es el lugar de la ausencia del agua"; se formula también por medio de "es distinto de" *(bhinna)*. (2) Ausencia relativa *(saṃsargābhāva)*;

---

41 *MNN* 43.

42 *MNN* 40.

43 *MNN* 49.

44 *MNN* 67 ss.

negación de una relación distinta de la identidad, p. e., "El estanque tiene ausencia de fuego", donde la relación negada es la de contacto. Luego hay todavía diversas subclases de ausencia de relación, entre las que la más importante es la ausencia permanente (*atyantābhāva*)[45].

Este proceso se complica todavía más, por hablar nuestros Lógicos constantemente de un opuesto (*abhāvīya-pratiyogi*) que parecen concebir como un objeto concreto, del que pueden formar un abstracto, delimitarlo, etc.

Ahora bien, si la "opositibilidad" (e. d., el abstracto de opuesto) de la ausencia, se delimita mediante una propiedad específica, la ausencia en cuestión se denomina ausencia específica (*sāmānyābhāva*); si, por el contrario, está delimitada por una propiedad individual, se tratará de una ausencia individual (*viśeṣābhāva*). La siguiente sentencia nos ofrece un ejemplo de ausencia específica:

54.06 Un estanque es un lugar de ausencia permanente de fuego, cuya "opositibilidad" está delimitada por la "igneidad" y el contacto.

Esto significa que la relación de contacto no existe entre el estanque y la "igneidad".

Al hablar, no del fuego, sino de la "igneidad", mediante tales fórmulas el Navya-Nyāya puede expresar lo que la Lógica occidental intenta expresar mediante una fórmula cuantificada. En nuestro caso, ésta diría: "No hay *ningún* fuego en el estanque". La Lógica del Navya-Nyāya es una Lógica intensional en toda su dimensión, como frecuentemente se ha intentado en Occidente, sin haberlo logrado nunca.

En conexión con las diversas especies de negación se desarrolló una discusión —bien se la puede llamar colosal— en torno a lo que equivale a la ley occidental de la doble negación (20.02; 43.20 [33]; v. tb. 54.03). Vamos a presentar un ejemplo de esta discusión.

D. La ley de la doble negación

Por lo que precede se puede, si no entender del todo, al menos entrever, cuál es el significado del siguiente texto.

Leemos en Mathurānātha:

54.07 (No se debe proponer esta objeción) por la siguiente razón: ausencia de una ausencia permanente, es esencialmente idéntico al opuesto (de la ausencia permanente). Por lo tanto, la diferencia de pote, es esencialmente idéntica a una ausencia cuya "opositibilidad" está limitada por la "absentidad" permanente de la diferencia de pote. Por lo cual, incluso la "poteidad", si bien es el limitante de la "opositibilidad" de la diferencia de pote —en cuanto es esencialmente idéntico a la ausencia permanente de la diferencia de pote—, es el opuesto de la diferencia de pote, y subsiste por inherencia.

---

45 *MNN* 54 ss.

54.08 La siguiente teoría, no debería sostenerse: Si bien en otros casos la ausencia de ausencia permanente es esencialmente idéntica al opuesto (de la ausencia permanente), sin embargo, una ausencia limitada por la "absentidad" permanente de la diferencia de pote, etc., no es esencialmente idéntica a la diferencia de pote, etc., sino que es esencialmente idéntica a la ausencia permanente sólo de "poteidad"...

Frente a esto, toma posición nuestro Lógico, en el texto que sigue a continuación:

54.09 Exactamente de la misma manera que siempre que se percibe diferencia de pote, no se percibe ausencia permanente de diferencia de pote, y se puede decir que allí hay ausencia de ausencia permanente de diferencia de pote. De acuerdo con esto, la ausencia cuya "opositibilidad" está limitada por la "absentidad" permanente de la diferencia de pote, es simplemente la diferencia de pote.

Esto es: no de la "poteidad". Tenemos aquí, incluso, algo así como una ley de la triple negación. Se ha de tener en cuenta, sin embargo, que no todas las negaciones que aquí aparecen son de la misma especie.

E. Lógica de las relaciones; definición de número

Hemos aducido lo que precede, sólo a título de ejemplo de la problemática del Navya-Nyāya. Este encierra también diversas cuestiones sobre la suma y el producto, sintácticamente oscuras, por no ser seguro en sánscrito si las expresiones deben interpretarse como sentencias o como términos. Pero no vamos a seguir ya su marcha. También está ampliamente elaborada la Lógica de las relaciones, o más bien una doctrina sobre las especies de relaciones y sus abstractos. Resulta de especial interés una relación, denominada "*paryāpti*" (*paryāpti-sambandha*). De ella escribe Mathurānātha:

54.10 Con todo, aunque se acepte la teoría de que la dualidad se halla ligada por la (relación de la) *paryāpti* a dos y no a cada uno (de estos dos), la definición (antes dada) se extenderá hasta ser aplicable a inferencias falsas en las que la razón aparece en virtud de la *paryāpti*, p. e., "Es un pote, porque es al tiempo pote y paño". Aquí la razón "pote-y-paneidad", no aparece en lugar de la "no-poteidad", no en virtud de la *paryāpti*, que es la relación limitante del ser-razón, pues la sana razón del hombre nos dice de la misma manera que pote (e. d., el lugar de "poteidad") no es (ambas cosas), pote y paño, así el lugar de "no-poteidad", no es (ambas cosas), pote y paño.

Lo esencial para nosotros en este texto, no es la discusión sobre la corrección de la correspondiente inferencia, sino la descripción de la *paryāpti*, que es una

relación entre el número dos y una clase de dos elementos, no entre él y los individuos mismos. Se trata, por consiguiente, de una definición de número semejante a la de Frege (39.09 ss.).

RECAPITULACIÓN

A pesar de lo insuficiente de nuestros conocimientos sobre la Lógica india, podemos decir sumariamente de ella lo siguiente:

1. También en la India se desarrolló una *Lógica formal*, sin influjo alguno, a lo que sabemos de la Lógica griega. Que se trata de una Lógica formal, se desprende del hecho de que los pensadores indios proponen fórmulas que se refieren a la cuestión fundamental de la Lógica, a saber, si una cosa se sigue de otra o no. Además estas fórmulas se consideran de validez universal.

2. Pero se trata de una *forma de la Lógica totalmente distinta* de la que hemos conocido en Occidente. Las diferencias son, sobre todo, dos: en primer lugar, la Lógica india no conoce *variable alguna;* en segundo lugar, manifiesta una *tendencia intensional* expresa (mientras la occidental se orienta predominantemente en dirección extensional).

3. Esta tendencia intensional condujo al planteamiento de una problemática extraordinariamente interesante, aún no bien conocida para nosotros, y a un análisis lógico completamente distinto del occidental. Esto se advierte sobre todo en la *falta de cuantificadores al formular complicadísimos contenidos,* además de las curiosas doctrinas de los *abstractos repetidos,* etc.

4. La Lógica india parece carecer casi por completo de Lógica sentencial. Su Lógica de clases y de predicados, corresponde, más o menos, a la Silogística, pero comparada con ésta, se queda muy rudimentaria. Posee, por el contrario, una *doctrina de la implicación (formal)* de gran agudeza e interés, una *teoría de la negación* de admirable complejidad y nivel abstracto, y algunos teoremas de la *Lógica de las relaciones* que no tienen equivalente en la Lógica occidental hasta Frege y Russell.

5. Parece atrevido intentar, en el estado actual de la investigación, una comparación con la forma occidental de la Lógica. La impresión general es que *los Indios desconocieron importantes problemas de Lógica formal,* como p. e., las antinomias o las tablas de verdad. Por otra parte dan la impresión de haber alcanzado una *gran penetración* y nivel de abstracción en otros problemas, hasta el extremo de que el mismo Occidente podría aprender de ellos, a condición de que se emprendieran una investigación e interpretación más adecuadas de esta Lógica.

6. Pero lo más interesante de esta forma de la Lógica, es que habiendo surgido en condiciones totalmente distintas, y sin el influjo de la occidental, *se ha planteado,* en cierta medida, los *mismos problemas* que ésta, e incluso ha llegado a las *mismas soluciones.* Pueden servir de ejemplo el silogismo del *Tarka-Saṃgraha,* y la definición de número de Mathurānātha.

Se puede, por consiguiente, volver a decir una vez más, que nos encontramos ante una forma de la Lógica formal genuina, original e interesante.

ABREVIACIONES

Relacionamos aquí, divididas en dos grupos, las principales abreviaciones usadas en la presente edición castellana. Son de especial aplicación en el ÍNDICE DE TEXTOS CITADOS (p. 467) y en la BIBLIOGRAFÍA. Las no consignadas en estos dos grupos, es que son fácilmente comprensibles.

I. PALABRAS

c	=	Indica la edición por la que se cita.
Com.	=	Comentario.
Correg. y aum.	=	Corregida y aumentada.
Ed.	=	Edición, editor(-es), editado por.
Ibíd.	=	Ibídem.
Impr.	=	Impresión.
Ms.	=	Manuscrito.
N.	=	Nota.
N.º	=	Número.
P., pp.	=	Página, páginas.
Public.	=	Publicado(-a), aparecido(-a).
Reed.	=	Reedición, reeditado.
Refund.	=	Refundición.
Reimpr.	=	Reimpresión.
Repr.	=	Reproducción, reproducido(-a).
S. a.	=	Sin año de impresión.
S. l.	=	Sin lugar de publicación.
Tb.	=	También.
Trad. de	=	Traducción de.
V.	=	Véa(n)se.
V. tb.	=	Véa(n)se también.
Y o.	=	Y otros(-as).

2. COLECCIONES, OBRAS, REVISTAS Y AUTORES

AHDLM	=	Archives d'histoire doctrinales et littéraires du moyen-âge.
AM	=	Sexto Empírico, Adversus Mathematicos.
Analysis	=	G. Boole, The mathematical Analysis of Logic.
BESP	=	Bibliographische Einführungen in das Studium der Philosophie (V.: *1.111:* Bocheński).
BL	=	Th. Ščerbatskoy, Buddhist Logic I.
BS	=	G. Frege, Begriffsschrift.
Couturat, Log.	=	Couturat, La logique de Leibniz d'après des documents inédits.
Cout. Op.	=	Opuscules et fragments inédits de Leibniz. Ed. L. Couturat.
CP	=	C. S. Peirce, Collected Papers.
DL	=	Diógenes Laercio, De clarorum philosophorum vitis.
EIL	=	H. N. Randle, Indian logic in the early schools.
Franc. Stud.	=	Franciscan Studies.
Franz. Stud.	=	Franziskanische Studien.
GM	=	Leibniz, Mathematische Schriften. Ed. C. I. Gerhardt.
GP	=	Leibniz, Die philosophischen Schriften. Ed. C. I. Gerhardt.
HIL	=	S. C. Vidyābhūṣana, History of Indian Logic.
JRAS(GB)	=	Journal of the Royal Asiatic Society of Great Britain and Ireland.
JSL	=	The Journal of Symbolic Logic (V.: *1.21.*).
LM	=	Paulo Véneto, Logica Magna.
MG	=	Migne, Patrologiae cursus completus, Patres Ecclesiae Graecae.
ML	=	Migne, Patrologiae cursus completus, Patres Ecclesiae Latinae.
MNN	=	D. H. H. Ingalls, Materials for the study of Navya-Nyāya Logic.
NS(Jhā)	=	The Nyāya-Sūtras of Gautama, with Vātsyāyana's Bhāṣya and Uddyotakara's Vartika. Trad. de M. G. Jhā.
NS(Ruben)	=	Die Nyāya-Sūtras. Texto, trad., notas y coment. de W. Ruben.
PM	=	A. N. Whitehead y B. Russell, Principia Mathemathica, 2.ª ed.
PL	=	Alberto de Sajonia, Logica Albertucii Perutilis Logica.
Prantl	=	C. Prantl, Geschichte der Logik im Abendlande.
Pyrr. Hyp.	=	Sexto Empírico, libri 3.
RE	=	Paulys Realenzyklopädie (V.: *2.12.*).
SL	=	Guillermo de Ockham, Summa Logicae.
Sum.	=	Pedro Hispano, Summulae Logicales. Ed. Bocheński.
TS	=	Annambhaṭṭa, Le compendium des topiques (Tarka-Saṃgraha). Texto, trad. y com. de A. Foucher.
WZKM	=	Wiener Zeitschrift für die Kunde des Morgenlandes.

ÍNDICE DE TEXTOS CITADOS

En caso de ser varias las ediciones citadas, la usada la señalamos mediante una (c). Platón y Aristóteles se citan, como es costumbre, por Stephanus y Bekker respectivamente.

Cuando a un texto citado en forma abreviada, le siguen un número romano y uno arábigo, éstos se refieren al tomo y a la página respectivamente de dicha obra. Las excepciones a esta regla no ofrecerán duda al consultarse las obras en cuestión.

Ténganse presentes las abreviaciones de la p. 466.

2.01 A brief account (Works II), 693. — **02** Kritik d. r. V. (B), 7 s.

7.01 El. sof. 34.183b17-24 y 34-36. — **02** Simplic., In Phys. 140, 29-33. — **03** Ibid. 141, 2-8. V. Diels, Vors. I 255 s.; Zeller I/I 529 s. — **04** Simplic., In Phys. 562, 4 s. — **05** Teet. 171 A-B. — **06** Rose, 2.ª ed., n.º 50; 3.ª ed., n.º 51 (Alej. Afrod.). Tb.: Walzer, n.º 2. — **07** Rose, ibid. (Elías). Tb.: Walzer, ibid. — **08** Rose, ibid. (Escoliasta anón.). Tb.: Walzer, ibid. V. Rose, ibid.: Lactancio.

8.01 Tim. 47 B-C. — **02** Gorg. 507 A. — **03** Eutifr. 12 A. — **04** Prot. 350 C-E. — **05** Sof. 218 D - 221 C.

10.01 Tóp. A 14, 105b20-34. — **02** Ibid. A 1, 100a18 ss. y 25b25. V. An. pr. A 1, 24b18-22. — **03** An. pr. A 4, 25b26-31. — **04** Ibid. A 1, 24a16 s. y 24b16 ss. (con Ross, omisión en b17 s.).— **05** An. post. A 10, 76b24 s. — **06** Herm. 2, 16a19 s. — **07** Ibid. 3, 16b6 ss. — **08** Ibid. 4, 16b26-29. — **09** Ibid. 5, 17a8 s. — **10** Herm. 1, 16a3 s. — **11** Cat. 1, 1a1 ss., pero confirmado por ciertos pasajes aristotélicos auténticos (V. Bonitz, 734 B): p. e., El. sof. 19, 177a9 ss. — **12** Et. Nic. A 6, 1.096b25-29. — **13** Met. E, 1.027b25 ss. — **14** Herm. 1, 16a9-14. — **15** Ibid. 4, 17a2-7. — **16** Ibid. 9, 18a39-b3.

11.01 Tóp. A 2, 101a25-b3. — **02** Ibid. A 4, 101b13-16. — **03** Ibid. 28-39. — **04** Ibid. A 12, 105a10 ss. — **05** Ibid. B 2, 109a34-38. — **06** Ibid. A 4, 101b17-23. — **07** Ibid. A 5, 101b38-102a2. — **08** Ibid. 102a18-22. — **09** Ibid. 31 s. — **10** Ibid. 102b4-8. — **11** Ibid. A 7, 103a7-14. — **12** Tóp. A 9, 103b20-37. — **13** An. pr. A 37, 49a6 ss. — **14** Met. B 3, 998b22-27. — **15** El. sof. 1, 165a2-13. — **16** Ibid. 4, 165b23-27. — **17** Ibid. 30-34. — **18** Ibid. 166a6-14. — **19** Ibid. 23-31. — **20** Ibid. 30 ss. — **21** Ibid. 166b21-27.

12.01 Cat. 10, 11b17-23. — **02** Herm. 7, 17a38-b16. — **03** An. pr. A 1, 24a16-20. — **04** An. pr. B 15, 63b23-30; v. B 8, 59b8-11. — **05** Herm. 7, 17b26 s. — **06** Ibid. 38-18a6. — **07** Ibid. 10, 20a19-22. — **08** An. pr. A 46, 51b36-52a14. — **09** Met. Γ 3, 1.005b19 s. —

10 An. pr. A 46, 51b36-40. — **11** Met. Γ 6, 1.011b16. — **12** Ibid. 20 s. — **13** Tóp. B 7, 113a22 s. — **14** Herm. 7, 17b20-23. — **15** Met. Γ 3, 1.005b23 s. — **16** Ibid. 32 ss. — **17** An. post. A 11, 77a10-18. — **18** An. pr. B 15, 63b40-64a4. — **19** Herm. 9, 18a28-31. — **20** Met. Γ 8, 1.012b10-13. — **21** Herm. 9, 18a39-b7 y 19a39b4.

13.01 An. pr. A 4, 25b32-35. — **02** Ibid. 37 ss. — **03** Ibid. 40-26a2. — **04** Ibid. 26a2-9; v. Łukasiewicz, Arist. Syllogistic, 67 ss. — **05** An. pr. A 4, 26a17-25. — **06** Ibid. 27-29. — **07** Ibid. A 5, 26b34 ss. — **08** Ibid. 27a5-9. — **09** Ibid. 9-15. — **10** Ibid. 32-36. — **11** Ibid. 36-27b1. — **12** Ibid. A 6, 28a10 ss. — **13** Ibid. 18-26. — **14** Ibid. 26-30. — **15** Ibid. 28b7-11. — **16** Ibid. 11-14. — **17** Ibid. 17-21. — **18** Ibid. 33 ss. — **19** Ibid. A 23, 41a13-18. — **20** Ibid. A 7, 29a19-26. — **21** Ibid. 16-30.

14.01 An. pr. A 4, 25b26-31. — **02** An. post. A 2, 71b9-24. — **03** Ibid. A 7, 75a39-b2. — **04** Ibid. A 14, 79a17-32. — **05** Ibid. A 3, 72b18-73a4. — **06** An. pr. A 7, 29b1-11. — **07** Ibid. A 1, 24b22-26. — **08-10** Ibid. A 2, 25a15-22. — **11** Ibid. A 25, 41b36-42a5. — **12** Ibid. B 9, 60a35-b2. — **13** Ibid. B 10, 61a5-15. — **14** Ibid. A 1, 24b26-30. — **15** Ibid. A 41, 49b14-20. — **16** Ibid. A 24, 41b6 s. — **17** Ibid. A 25, 41b36 ss. — **18** Ibid. 42a32 s. — **19** Ibid. A 24, 41b27-31. — **20** Ibid. A 26 s., 43a16-24.

15.01 An. pr. A 2, 25a1 s. — **02** Herm. 13, 22b11-24. — **03** An. pr. A 13, 32a18 ss. — **04** Ibid. 32b25-29. — **05** Ibid. 16, 37a20-26. — **06** Ibid. 13, 32a29-53. — **07** Ibid. 9, 30a15-23. — **08** Ibid. 14, 33a5-17.

16.01 An. pr. A 32, 47a22-35. — **02** Ibid. 44, 50a16-28. — **03** Ibid. 29-38. — **04** Ibid. 29, 45b15-20. — **05** Ibid. 44, 50a39-b4. — **06** In An. pr. 389, 32-390, 1. — **07** Tóp. B 8, 113b17 s. — **08** Ibid. Δ 4, 124b7 s. — **09** Ibid. B 8, 113b19 ss. — **10** Ibid. 1, 109a3, 6; v. Γ 6, 119a34 ss. — **11** Ibid. B 8, 113b34 ss. — **12** Ibid. Γ 6, 119a38-b5. — **13** Ibid. H 1, 152a31-37. — **14** El. sof. 24, 79a37 ss. — **15** Ibid. 5, 167b1 ss. — **16** An. pr. B 4, 57b1 ss. — **17** Sof. el. 28, 181a26 s. — **18** Tóp. B 6, 112a24-30. — **19** An. pr. A 46, 52a39-b13. — **20** Tóp. B 8, 114a18 s. — **21** Ibid. Γ 6, 119b3 s. — **22** Ibid. B 10, 114b40-115a2. — **23** An. pr. A 36, 48a40-b9. — **24** Ibid. 48b10-14. — **25** Ibid. 48b14-19. — **26** Ibid. 20-27. — **27** Tóp. B 10, 114b38-115a14. — **28** An. pr. B 2, 53b12 s. — **29** Ibid. 23 s. — **30** Ibid. A 15, 34a5 ss. — **31** Ibid. B 2, 53b7-10. — **32** Ibid. B 4, 57a38 s.

17.01 Ammonio, De int. comm., 65, 31-66, 9 (a 17a6). — **02** Ibid. 90, 18 s. (a 17a38). — **03** Brandis, Scholia, 145a, 30-34 (a 24a15). — **04** Arist., org. graec., ed. Waitz, I 40 (a 17b16). — **05** Alej. Afrod., In An. pr. 378, 12-20 (a 49b27); v. tb. los silogismos K y II en: Ammonio, In An. pr. I, XII, 3-10. — **06** Alej. Afrod., In An. pr. 379, 9 ss. (a 49b30). — **07** Ibid. 31, 4-10 (a 25a4). — **08** Ibid. 69, 36 ss. — **09** Ibid. 109, 29-110, 2 (a 29a19). — **10** Ibid. 41, 21 ss. (a 25b19). — **11** Ibid. 220, 9-16 (a 25b19). V. Brandis, Scholia, 150 A, 7 y Ammonio, In An. pr. I (Scol.) 45, 42-46, 1. — **12** Alej. Afrod., In An. pr. 158, 24 s. y 159, 8-13 (a 32a9). — **13** Ibid. 124, 8-13 (a 30a15). V. ibid. 173, 32-174, 19 (a 33b25) y 119, 7 ss.; Filop. In An. pr. 205, 13 y 123, 15 ss. y 129, 16 ss.; Ammonio, In An. pr. I (Scol.) 38, 38 ss. y 40, 2 ss. y 40, 37 ss. — **14** Alej. Afrod., In An. pr. 132, 23-27. — **15** Ibid. 124, 21-25. — **16** Alej. Afrod., Ibid. 389, 32-390, 3 (a 50a39). — **17** Ibid. 326, 20-327, 18; v. Filop., In An. pr. 302, 9-23.

18.01 DL II 106. — **02** Ibid. 108. — **03** Ibid. 109. — **04** Ibid. 111 s. — **05** Ibid. 113. — **06** Ibid. 114. — **07** DL VII 1. — **08** Ibid. 2. — **09** Ibid. 16. — **10** Ibid. 25. — **11** Ibid. 168. — **12** Ibid. 179. — **13** Ibid. 180.

19.01 DL VII 39. — **02** Ibid. 40. — **03** Ibid. 41 s. — **04** AM VIII 11. — **05** DL VII 63. — **06** AM VII 38. — **07** DL VII 43 s. — **08-09** Ibid. 57. — **10** Ibid. 58. — **11** Ibid. 65 s. — **12** Ibid. 68. — **13** AM VIII 96 s. — **14** DL VII 71 ss. — **15** Séneca, Ad Luc.

epist. 58, 12. — **16** Ibid. 15. — **17** Simplic., In Cat. 66, 32-67, 2. — **18** AM VIII 11. — **19** Alej. Afrod., In An. pr. 183, 42-184, 6. — **20** Epict., Diss. II 19, 1.

20.01 Apul., Peri Herm. 267 (Opera III 177, 26 s.). — **02** DL VII 69 s. — **03** AM VIII 112. — **04** Ibid. I (rec. Bekker) 309. — **05** Ibid. VIII 113 s. — **06** Ibid. 115 ss. — **07** Pyrr. Hyp. B 11. — **08** DL VII 73. — **09** Pyrr. Hyp. 8 112. — **10** AM VIII 282. — **11** Aul. Gel., Noct. Att. XVI 8. — **12** Pyrr. Hyp. B 191. — **13** Galeno, Inst. IV 9, 17-10, 2. — **14** Ibid. V 11, 24-12, 8. — **15** Aul. Gel., Noct. Att. XVI 8. — **16** Galeno, Inst. XIV 34, 14-17. — **17** Ibid. III 9, 8 ss.

21.01 Pyrr. Hyp. B 135 s. — **02** Ibid. B 137. — **03** DL VII 77. V. Pyrr. Hyp. B 137 y 145; AM VIII 415. — **04** Pyrr. Hyp. B 138. — **05** Ibid. 140. — **06** DL VII 78. — **07** Alej. Afrod., In An. pr. 373, 29-35. — **08** Ibid. 22, 17 ss.; v. 345, 29 s. — **09** Ibid. 345, 27 ss. — **10** Ibid. 21, 30-22, 1. — **11** Ibid. 20, 10 ss. V. Apul., Peri Herm. 272 (Opera III 184, 26-30). — **12** Alej. Afrod., In An. pr. 18, 15 ss.; v. su In Top. 10, 6 ss. Acerca de la diferencia entre las dos especies mencionadas en **21.11** y **21.12**, v. Prantl I 446, n. 122; 447, n. 125; 476, n. 185. — **13** AM VIII 443. V. Pyrr. Hyp. B 186. — **14** Apul., Peri Herm. 272 (Opera III 184, 19-23). V. Alej. Afrod., In Top. 8, 16-19. — **15** Alej. Afrod., In An. pr. 18, 4 ss. — **16** AM VIII 227. — **17** DL VII 77. — **18** AM VIII 306.

22.01 DL VII 79. V. Pyrr. Hyp. B 156. — **02** Ibid. 156 ss. — **03-04** Ibid. 157. — **05-06** Ibid. 158. — **07** Ibid. Para **22.03-22.07** v. tb. DL VII 80 s. Otros textos han sido recogidos por Mates, Stoic Logic, 68. — **08** Apul., Peri Herm. 277 s. (Opera III 191, 5-10). — **09** Alej. Afrod., In An. pr. 278, 11-14. — **10** Ibid. 274, 21-24. — **11** AM VIII 231. — **12** Ibid. 229-233. — **13** Ibid. 234 ss. — **14** Pyrr. Hyp. A 69. — **15** Orígenes, Contra Celsum VII 15 (MG 11, 1.441 A-1.444 A). — **16** AM VIII 261. Con otra sustitución: Pyrr. Hyp. B 186.

23.01 Tit. 1, 12. — **02** Ateneo Nauc., Deipnos. IX, 401 E. — **03** Cic., Acad. rel. cum Lucullo 95. — **04** Aul. Gel., Noct. Att. XVIII 2, 10. — **05** Cic., Acad. rel. cum Lucullo 96. — **06** Hieronymus, Opera I/I, Ep. Part. I, ep. LXIX (ad Oceanum 2) 681. — **07** Ps.-Acronio, Scholia II 1, 46. — **08** Anónimo (Sofonías), In Soph. El. 58, 31 s.; v. 119, 25-120, 1. — **09** S. Agustín, Contra Acad. III 13, 29. — **10** Alej. Afrod. (Miguel Ef.), In Soph. El. 171, 18 s. (a 180b2-16). — **11** El. sof. 25, 180b2-7. — **12** Stoicorum Veterum Fragmenta II 298a (106 s.). Trad. según el texto adoptado por Rüstow, Lügner, 73, 22-74, 25.

24.01 Isagoge 4, 21-27. — **02** Ibid. 15, 15 s. — **03** Ibid. 2, 15 s. — **04** Ibid. 3, 5-14. — **05** Alej. Afrod., In An. pr. 34, 17-20 (a 25a14). — **06** Ibid. 53, 28-54, 2 (a 25b37). — **07** De syll. hyp. I 837 B-838 A. — **08** Ibid. 835 A-C. — **09** Ibid. 875 A, B. — **10** Ibid. 845 B. — **11** Ibid. 846 D. — **12** Ibid. 856 B. — **13** Ibid. 858 B. — 14 Ibid. 859 D. — **15** Ibid. 861 B. — **16** Ibid. 864 B. — **17** Ibid. 864 D. — **18** Ibid. 874 B. — **19** De syll. hyp. 875 A. — **20** Apul., Peri Herm. 280 (Opera III 193, 16-20). — **21** Galeno, Inst. XI 26, 5 ss. En 26,6 adopto la lectura πρῶτον en lugar de τρίτον. — **22** Apul., Peri Herm. 269 (Opera III 180, 18). — **23** Public. en: Kalbfleisch, Über Galens Einleitung, 707. — **24** Galeno, Inst. XII 26, 13-17. — **25** Ammonio, In An. pr. I, IX, 23-30. — **26** Ibid. IX, 41-X, 11. Siguen luego otros ejemplos y esquemas similares. — **27** Filop., In An. pr. 274. — **28** Galeno, Inst. XVI 38, 12-20.

26.01 Sum. 1.02-1.05. — **02** Ibid. 6.01. — **03** SL I 1, 11-19. — **04** In Met. Arist. 4, 4; 574. — **05** Sum. theol. I 28, 1, ad 2. — **06** De potentia 7, 9, c. — **07** SL I, 12, 6-67. — **08** PL I 9, 4va. — **09** Shyreswood, Syncategoremata, 48. — **10** PL IV 1, 24rb. — **11** Tract. cons., cap. 7.

27.01 Intr. 74, 11-75, 4. — **02** De potentia 9, 4, c. — **03** Sum. theol. I 39, 5, ad 5. — **04** SL I 63, 2 s. V. Moody, Truth, 21 ss. — **05** Intr. 75, 9-14. — **06** Ibid. 76, 11-24. —

07 In lib. Peri Herm. I, 5, 6. — **08** Sum. theol. III 16, 7, ad 4. — **09** SL I 64, 1 s. — **10** Comm. in text. Petri Hispani (a Sum. 6.07). — **11** De supp. dial. 69 s. — **12** Ibid. 70. — **13** De puritate 21, 22-32. — **14** Sum. 6.04. — **15** Ibid. 6.05. — **16** Ibid. 6.06. — **17** Ibid. 6.07. — **18** Sum. theol. III 16, 7, c. — **19** SL I 65, 6-14. — **20** LM I 2, 18ra. — **21** SL I 65, 1 ss. — **22** Sum. 6.08. — **23** Ibid. 6.09. — **24** Ibid. 6.10. — **25** Ibid. 6.11. — **26** Ibid. 9.1.

28.01 Sum. 9.2 y 9.3. — **02-12** PL II 10, 15ra-16rb. — **13** Sum. 10.01-10.03. — **14** Shyreswood, Intr., 82, 6-17. — **15-17** Sophismata, cap. 4 (v. p. 204, n.). — **18** De veritate 2, 11, c.

29.01 PL III 1, 17ra. — **02** Sum. theol. I 13, 12 c. — **03** SL II 2, 25vb. — **04** Ibid. 3, 26rb. — **05** De prop. mod. 5-16. — **06** Sum. 7.26. — **07** Sum. contra Gent. I 67. — **08** LM I 21, 76va. — **09** Sum. 7.29. — **10** De puritate 92, 29-93, 10. — **11-14** LM II 11, 162ra-163rb.

30.01 In An. pr., ms. Merton College Oxford 289 y 280 (Transcripc. de I. Thomas; v. p. 201, n. 46) 38, 2 ss. Los pasajes citados en la presente obra, han sido publicados en parte: Thomas, Maxims in Kildwarby. A ellos reenviamos entre paréntesis. — **02** In An. pr. 55.6 (de transcripc. I. Thomas), (137, 31). — **03** In An. pr. I 10,7; 104 B s. — **04** De puritate 9, 16-29. — **05** In An. pr. I 10, 8 ss.; 105 A-B. — **06** SL III 3, 1. Texto tomado de Salamucha, Logika zdań, 215. — **07** PL IV 1, 24ra-b. — **08** De puritate 1, 17-30. — **09** Tract. cons. a, IIIv. — **10** LM II 9, 134va-135ra. Numeración distinta en PL III 5, 19va. — **11** Sophismata, cap. 8, Sophisma 2 (v. p. 208, n. 56). — **12** Sum. 1.23. — **13** De puritate 91, 3-19.

31.01 LM II 6, 124va. — **02** In An. pr. 27.1 (de transcripc. I. Thomas). — **03** Ibid. 27.4 (142, 52). — **04** Ibid. 28.3 (143, 55). — **05** Ibid. 28.4 (142, 48). — **06** Ibid. 28.6 (142, 49). — **07** Ibid. 45.1 (145 fin). — **08** Ibid. 53.6 (144, 63). — **09** Ibid. 55.2 (137, 27). — **10** Ibid. 55.5 (137, 30). — **11** Ibid. 63.1 (146 fin). — **12** Ibid. 63.6 (139, 40). — **13** PL IV 1, 24ra. — **14** Ibid. 2, 24rb. — **15** Ibid. 24rb-va. — **16-18** Ibid. 24va. — **19** Ibid. 24va-b. — **20-21** Ibid. 24vb. — **22** Ibid. 24vb-25ra. — **23** In An. pr. II 3, 3; 184 A-B. — **24-29** LM II 9, 129vb-130ra. — **30-31** Ibid. 133vb. — **32** Ibid. 133vb-134ra. — **33-35** Ibid. 134ra. — **36** Ibid. 13vb. — **37** Tract. cons. I 8, 1 (según Moody, Truth, 98 s.). — **38** Ibid. (según Moody, Truth, 99).

32.01 Cód. lat. Mon. 4.652, 111r-112v. — **02** Sum. 1.11. — **03** Ibid. 1.18 s. — **04** Ibid. 1.20 s. — **05** Ibid. 4.17. — **06** Ibid. 4.18. — **07** Ibid. 4.19. — **08** Ibid. 4.20. — **09** Ibid. 4.21 — **10** Según Prantl II 282 s. (del cód. gr. Mon. 584, consultado por el autor). — **11** Summulae tot. log. (según Prantl IV 242, n. 391). — **12** Logica magistri P. M., fol. 1. del Tractatus syllogismorum, ra-vb. — **13** PL IV 7, 29ra. — **14** Exp. mag. P. T. sup. text. log. Arist. 55vb-56ra. — **15-22** París, Bibl. Nac., cód. hebr. 109/110 (v. p. 229, n. 75). — **23** Lib. I Pr. An. II 2, 488 A-B. — **24** Ibid. VI 3, 635 A-B. — **25** Tomás Bricot, Cursus optimarum quaestionum, 127vb. Texto según Prantl IV 201, n. 129. — **26** Mag. P. T. comm. in Isag. Porph. et lib. log. Arist., 59v. Texto según Prantl IV 206, n. 165. — **27** De supp. dial. 20. — **28** Ibid. 21 s. — **29** Ibid. 33. — **30** Ibid. 41 s. — **31** LM II 6, 113vb-114ra. — **32** Ars logica, quaest. disp. 7, 3; 195 A-B.

33.01 Lib. I Pr. An. IV 2, 540 B. V. Bocheński, Z historii, 62. — **02** Ibid. 542 B. V. Bocheński, Z historii, 62. — **03** In An. pr. I 25, 5; 143 A. — **04** Ibid. 6; 143 A. — **05** Ibid. 30, 7; 159 A. — **06** Ibid. 27, 2; 148 B. — **07** Ibid. 25, 4; 142 B. — **08** Ibid. 26, 13; 146 A. — **09** Ibid. 15; 146 B. — **10** Ibid. 17; 147 A. — **11** Ibid. 18; 147 A. — **12** Ibid. 19; 147 B. — **13** Ibid. 20; 147 B. — **14** SL III 1, 20; 41rb. — **15** Ibid. 23; 42ra. — 16 Ibid. II 22, 32vb. — **17** Ibid. III 1, 17; 40va-b.

34.01 SL III 1, 3; 36rb. — **02** Ibid. 8; 38va. — **03** Ibid. 13; 39vb. — **04** Ibid. 16; 40rb-va. — **05** Ars insolubilis (sin paginar). — **06** PL III 2, 17vb. — **07** Comm. in text. Petri Hispani, de exponibilibus, 58va-b. — **08** Ibid. 68 rb. — **09** SL III 1, 9; 38vb. — **10** Ibid. 15; 40rb. — **11** Ibid.

35.01 El. sof. II 2, 3, 3; 696 B. — **02** In lib. El. LII 4, 75 A. — **03** Ibid. LIII 3, 76 B. — **04** LM II 15, 196va. (Todos los textos hasta **35.49**, son de LM II 15). — **05** 196vb. — **06-07** 197rb. — **08** 197va. — **09** 197vb. — **10-12** 198rb. — **13** 198va. — **14** 198va-b. — **15-18** 198vb. — **19** 199ra. — **20** 192rb. — **21** 192rb-va. — **22-27** 192va. — **28-30** 192vb. — **31** 192vb-193ra. — **32-36** 194rb. — **37** 193rb-va. — **38** 193va. — **39** 194ra. — **40-44** 194va. — **45-47** 194vb. — **48** 194vb-195ra. — **49** 195ra.

36.01 Dial. disp. (En: Opera) 693 s. — **02** Ibid. 738 s. — **03** Regulae (Oeuvres X) 405 s. — **04** Dial. lib. duo, 215. — **05** Ibid. 216. — **06** Ibid. 217. — **07** Arnault y Nicole, La logique (París 1.752), 241. — **08** Log. Hamb., 1. — **09** De form. log. 300. — **10** Arnault y Nicole, La logique (París 1.752) 31. — **11** De form. syll. 413 s. — **12** On the diagrammatic, 7 s. — **13** Outline, 130 s. — **14** Ibid. 133 s. — **15** Lectures II, 258 s.

38.01 Ars magna et ultima, 218. — **02** Ibid. 219. — **03** Ibid. 220. — **04** El. phil. sect. I de corp. 1, 1, 2; (Opera I) 3. — **05** Tratado sin título, sobre la Characteristica universalis, 185. — **06** Brief an Galloys, 181 (v. tb. GP VII, 22). — **07** Del Analysis linguarum (texto según Couturat, La logique, 91, n. 4). — **08** Brief an Rödeken, 32. — **09** Tratado sin título, trabajo preliminar para la Characteristica universalis (I), 200. — **10** Ibid. (II), 205. — **11** De ortu, progr. et nat. alg., 205. — **12** De univ. cal. 442 s. — **13** Essai de dial. rat., 211, n. — **14** Ibid. 199. — **15** Analysis 3 s. — **16** Ibid. 13. — **17** The regener. logic (CP III) 268. — **18** Ibid. 269. — **19** Ibid. 271. — **20** Wissenschaftslehre II 198 ss. — **21** Grundgesetze I 1. — **22** Ibid. I, p. VI. — **23** Über die Begr.-schr. d. Herrn Peano 362 s. — **24** Ibid. 364 s. — **25** Log. Grundlagen 152 s. — **26** Über einige fundamentale Begriffe 22 s.

39.01 Über log. u. Math. 5. — **02** Frege a Jourdain 1.910; en: Jourdain, The development, 240. — **03** Grundgesetze I 4. — **04** Über formale Theorien 94 s. — **05** Ibid. 95. — **06** Ibid. 96. — **07** Principles 5. — **08** Ibid. 8. — **09** Grundlagen d. A. 59. — **10** Ibid. 64. — **11** Ibid. 65. — **12** Unbekannte Briefe Freges über die Grundlagen 17. — **13** Heyting, Die formale Regeln d. int. Logik, 3 s. — **14** Brouwer, Intuit. Betrachtungen, 48 s.

40.01 Formal logic 60. — **02** On the symbols 86 s. — **03** Ibid. 91. — **04** An investigation 27. — **05** Analysis 15 ss. — **06** An investigation 49 ss. — **07** Analysis 31 s. — **08** Ibid. 34. — **09** Pure logic 70. — **10** Ibid. 71. — **11** On an improvement (CP III) 3 s. — **12** Essai de dial. rat. 194 s. — **13** Decr. of a notation (CP III) 28. — **14** Vorlesungen I 127. — **15** Ibid. 129. — **16** Ibid. 132 s.

41.01 Analysis 48 s. — **02** Ibid. 49 s. — **03** Ibid. 50. — **04** Ibid. 51. — **05-08** The calculus (vol. IX) 9. — **09** Ibid. 10. — **10** Ibid. 177. — **11** BS 1 s. — **12** Ibid. 5 ss. — **13** On the algebra of logic. A contribution (CP III) 118 s. — **14** The regener. logic (CP III) 280. — **15** BS 6. — **16** Ibid. 7. — **17** Ibid. 8. — **18** Ibid. 10. — **19** Ibid. 10 s. — **20** Arithm. Princ. VII s.

42.01 On the syll., no. III 178. — **02** Grundgesetze I 5 s. — **03** Principles 39. — **04** PM I 38. — **05** Ibid. 39. — **06** The critic of arg. (CP III) 262. — **07** Ibid. 262 s. — **08** Grundgesetze I 8. — **09** BS 1. — **10** PM I 4 s. — **11** Grundgesetze I 6. — **12** Ibid. 7 s. — **13-14** On the algebra of logic. A contribution (CP III) 214. — **15-17** Ibid. 215. — **18** The simpl. math. (CP IV) 212 s. — **19** Tractatus 4.17. — **20** Ibid. 4.28. — **21** Ibid. 4.3. — **22**

Ibid. 4.31. — **23** Ibid. 4.41. — **24** Ibid. 4.411. — **25** Ibid. 4.42. — **26** Ibid. 4.442. — **27** Ibid. 4.46. — **28** Ibid. 4.461. — **29** Ibid. 4.4611. — **30** Elementy 192 **ss.**

43.01-05 The calculus (vol. IX) 10. — **06** Ibid. 177. — **07-09** Ibid. 178. — **10-13** Ibid. 180. — **14** Ibid. (vol. X) 16. — **15** Grundgesetze I 26 B. — **16** Ibid. 27 B. — **17** Ibid. 29 B. — **18** Ibid. 30 B - 31 A. — **19** Bedeutung d. log. Analyse 77. — **20** BS 26-51. — **21-22** PM I 94. — **23-26** Ibid. 96. — **27** Ibid. 97. — **28** Ibid. 100. — **29** Ibid. 104. — **30** Ibid. 99. — **31** Ibid. 109. — **32** Ibid. 110 s. — **33** Ibid. 113. V. Leibniz, Ad specimen calculi, 223. — **34** PM I 111. — **35** Ibid. 115. — **36.** — Ibid. 116. — **37** Ibid. 126. — **38** The simpl. math. (CP IV) 215 s. — **39** Bedeutung d. log. Analyse 80.

44.01 On a new algebra 74 s. — **02** On the algebra of logic. A contribution (CP III) 227. — **03** Ibid. 228. — **04** Arith. Princ. IX. — **05** BS 19-22. — **06** Ibid. 22 s. — **07** Formulaire 2, 1; 23. — **08** PM I 15. — **09** Ibid. 16. — **10** The regener. logic. (CP III) 281. — **11** Principles 11. — **12** Ibid. 38. — **13** PM I 138. — **14** Ibid. 139. — **15** Ibid. 144. — **16** Ibid. 145. — **17** Ibid. 146. — **18** Ibid. 148. — **19** Ibid. 140. — **20** Ibid. 149. — **21** Ibid. 143. — **22-23** Ibid. 154. — **24** BS 13 ss. — **25** On the algebra of logic. A contribution (CP III) 233 s.

45.01 Arithm. Princ. X. — **02** En: Jourdain, The development, 251. — **03** Principles 69. — **04** PM I 187. — **05** Grundgesetze I 14 s. — **06** Formulaire 2, 1; 30. — **07** PM I 190. — **08** Ibid. 193. — **09** Formulaire 2, 1; 31. — **10** Ibid. 32. — **11** Ibid. 28. — **12** Ibid. 29.

46.01 Analysis 21. — **02** Vorlesungen I 188. — **03** Ibid. 189. — **04** Ibid. II, 1; 220. — **05-06** Ibid. 244. — **07** Ibid. 247. — **08** Grundgesetze I 18 ss. — **09** Existence and being (Principles) 449. — **10** Über Annahmen 79. — **11** Über Gegenstandtheorie 7 ss. — **12** On denoting 482 s. — **13** Ibid. 479. — **14** Ibid. 480. — **15** Ibid. 481 ss. — **16** Ibid. 491. — **17** Formulaire 2, 3; 7. — **18** Ibid. 20. — **19** Ibid. 22. — **20** Ibid. 23. — **21-22** PM I 216. — **23** Ibid. 173. — **24** Ibid. 174.

47.01-04 On the syll., no. IV 341. — **05-06** Ibid. 342. — **07** Ibid. 342 s. — **08** Ibid. 346. — **09** A theory of prob. inf. (CP III) 195. — **10** Ibid. 195 s. — **11** Ibid. 196. — **12** Ibid. 196 s. — **13** Ibid 197 s. — **14** Principles 24. — **15** PM I 200. — **16** Ibid. 201. — **17** Ibid. 213. — **18** Ibid. 228. — **19** Ibid. 232. — **20** Ibid. 238. — **21** Ibid. 242. — **22** Ibid. 247. — **23** Ibid. 256. — **24** Ibid. 265. — **25** Ibid. 277. — **26** Ibid. 279. — **27** Ibid. 418. — **28-29** Ibid. 419. — **30** BS 58. — **31** Ibid. 59. — **32** Ibid. 61 s. — **33** Ibid. 64. — **34** Ibid. 71. — **35** Ibid. 77. — **36** Ibid. 80. — **37** PM I 543. — **38** Ibid. 544. — **39** Ibid. II 295.

48.01-04 PM I 60. — **05** Ibid. 61. — **06** Lettre 295 s. — **07** Vorlesungen I 245. — **08** Ibid. 246 s. — **09** Ibid. 247 s. — **10** Kritische Beleuchtung 439 s. — **11** Math. logic as based 236 s. — **12** PM I 37. — **13** Ibid. 41 s. — **14** Ibid. 55. — **15** Ibid. 53. — **16** Ibid. 56. — **17** Über die Antinomien 238 s. — **18-19** Ibid. 241. — **20** The foundations 20 s. — **21** Ibid. 76 s.

49.01 A survey 292. — **02** Ibid. 293. — **03** Ibid. 303. — **04** Elementy 116 **ss.** — **05** Über formal unentscheidbare 173 ss.

51.01 Die Fragen des Milindo 49. — **02-03** HIL 235 **ss.** — **04** HIL 166 ss.

52.01 Die Lehrsprüche 310-320. — **02** Ibid. 334 ss. — **03** Ibid 430 ss. — **04** NS (Ruben) 1-4. — **05** Ibid. 9-12. — **06** NS (Jhā) I 320. — **07** Ibid. 343. — **08** Ibid. 354. — **09** Ibid. 385 s. — **10** Ibid. 396. — **11** TS 149.

53.01 Nyāyamukha 50. — **02** Ibid. 44 s. — **03** Bhāṣya; EIL 181. — **04** Nyāyamukha 44. — **05** Fragments from Diṅnāga J 29 s. — **06** Ibid. 32. — **07** Kunst, Probleme 11. — **08-09** Ibid. 12. — **10** Ibid. 13. — **11** Ibid. 14. — **12** Śloka varttika, anumāna 5; EIL 231. — **13** TS (anumāna 1 s.) 120-126. V. Annambhaṭṭas Tarkasaṃgraha, trad. de Hultzsch, 29-32. — **14** TS 126 s. — **15** Ibid. 128. — **16** Ibid. 129.

54.01 Pramāṇa-smuccaya V 11; BL 461. — **02** BL 463. — **03-04** Ibid. 474. — **05** MNN 86. — **06** Ibid. 56. — **07** Ibid. 102. — **08-10** Ibid. 103. — **11** Ibid. 122.

BIBLIOGRAFÍA

1. GENERALIDADES

1.1. Historia de la Filosofía y de la Matemática

1.11. Bibliografía

1.111. Bibliografía filosófica

Bibliographie de la philosophie. Ed. por el Inst. Int. de Philosophie (antes: de collaboration philos.). París 1937 ss.

Bocheński, I. M. (Ed.): Bibliograph. Einführungen in das Studium der Philosophie. Berna 1948 ss. (= BESP).

de Brie, G. A.: Bibliographia Philosophica 1934-1945. I: Bibliographia Historiae Philosophiae. Brusellis 1950. II: Bibliographia Philosophiae. Antuerpiae 1954.

Répertoire bibliographique de la Rev. Philos. de Lovaina (hasta 1944: Revue Néoscolastique de Philos). Lovaina 1946 ss.

Ueberweg, F.: Grundriss der Geschichte der Philosophie. 5 ts. Ult. ed.: (con bibliogr. hasta aproximadamente 1926). Reimpr. Basilea 1951-1953.

1.112. Bibliografía matemática

Becker, O., y Hofmann, J. E.: Geschichte der Mathematik. Bonn 1950.

1.12. Exposiciones generales. Obras de consulta

1.121. Filosofía

Ueberweg (*1.111.*)

1.122. Matemáticas

Becker, O.: Grundlagen der Mathematik. Friburgo de Br. y Munich 1954. V. tb. *1.112.*

Bell, E. T.: The development of mathematics. N. York, Londres 1940. 2.ª ed. refund. 1945.

Bense, M.: Konturen einer Geistesgeschichte der Mathematik. 2.ª ed. Hamburgo 1948.

Beth, E. W.: De wijsbegeerte der wiskunde van Parmenides tot Bolzano (La filosofía de la Matemática de Parménides a Bolzano). Amberes, Nimega 1944.

Boll, M.: Les étapes des mathématiques. París 1941. 5.ª ed. 1948.

Cantor, M.: Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik. 3.ª ed. 4 ts. Leipzig 1907 ss.

1.123. *Lingüística*

Steinthal, H.: Geschichte der Sprachwissenschaft. 2.ª ed. Berlín 1890.

1.2. *Generalidades sobre Historia de la Lógica*

1.21. *Bibliografía*

Beth, E. W.: Symbol. Logik und Grundlegung der exakten Wissenschaften. BESP 3. Berna 1948.
Church, A.: A Bibliography of symbolic logic, en: JSL 1, 1936, 121-218.
— Additions and corrections to a bibliography of symbolic logic. Ibid. 3, 1938, 178-212. Otras adiciones y correcciones en números posteriores del JSL con ocasión de la recensión de diversas obras.
— Journal of Symbolic Logic, The. 1936 ss.
V. tb. Rabus y Ziehen (*1.24.*).

1.22. *Literatura lógico-formal reciente sobre el conjunto de la Historia y sobre diversos períodos*

Beth, E. W.: Summulae logicales. Groningen 1942.
— Verleden en toekomst der wetenschappelijke wijsbegeerte (Pasado y futuro de la filosofía de las ciencias), en: De gids 107, 1943, 1-13.
— Geschiedenis der logica (Historia de la Lógica). La Haya 1944. 2.ª ed. 1948.
— Les fondements logiques des mathématiques. París, Lovaina 1950, 2.ª ed. 1955.
Bocheński, I. M.: Notiones historiae logicae formalis, en: Angelicum 13, 1936, 109-123.
— L'état et les besoins de l'histoire de la logique formelle, en: Actes du Xe Congrès Intern. de Philos., Amsterdam 1949, 1.062-1.064. Pol. en: Przegl. Filoz. 44, 1948, 389-394.
— Spitzfindigkeit, en: Festgabe an die Schweizer Katholiken. Friburgo (Suiza) 1954, 334-352.
Czeżowski, T.: Logica. Varsovia 1949.
De Cesare, E. A.: Evolución de la lógica, en: Rev. de cienc. econ. 1941, 1-8.
Enriques, F.: Évolution de la logique. París 1926.
Ferrater Mora, J.: Esquema para una historia de la lógica, en: Asomante (San Juan, Puerto Rico) 4, 1948, 5-16.
Feys, R.: De ontwikkeling van het logisch denken (La evolución del pensamiento lógico). Amberes, Nimega 1949.
Glanville, J. J.: The confrontation of logics, en: The New Scholasticism 28, 1954, 187-198. (Recensiones.)
Granell, M.: Lógica. Madrid 1949.
Greniewski, H.: Elementy logiki formalnej. Varsovia 1955.
Hermes, H., und H. Scholz: Mathematische Logik. En: Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, T. 1, parte, A, Leipzig 12.ª ed. 1952.
Jørgensen, J.: A treatise of formal logic. 3 vols. Copenhague, Londres 1931.
— Indledning til logikken og metodelaeren (Introd. a la Lógica y Metodología). Copenhague 1942.
Kaczorowski, S.: Logika tradycyjna (La Lógica tradicional). Lwów 1938.
Pérez Ballestar, J.: Un curso de historia de la lógica, en: Teoría (Madrid) 2, 1954, 171-176.

Reymond, A.: Les principes de la logique et la critique contemporaine. París 1932.
Scholz, H.: Geschichte der Logik. Berlín 1931.
— Was ist Philosophie? Berlín 1940.

1.23. *Literatura reciente sobre cuestiones particulares*

Beth, E. W.: Historical studies in traditional philos., en: Synthese 5, 1946/47, 248-260.
— Les relations de la dialectique à la logique, en: Dialectica 2, 1948, 109-119.
Bocheński, I. M.: Z historii logiki zdań modalnych. Lwów. En fr.: Notes historiques sur les propositions modales, en: Rev. des Sciences Philos. et Théol. 26, 1937, 673-692.
— De consequentiis scholasticorum earumque origine, en: Angelicum 15, 1938, 92-109.
Clark, J. T.: Conventional logic and modern logic. Woodstock (Md.) 1952.
Costello, H. T.: Old problems with new faces in recent logic, en: Stud. in the hist. of ideas. N. York, 1918, 249-267.
Dürr, K.: Alte und neue Logik, en: Jb. Schweiz. Philos. Ges. 2, 1942, 104-122.
— Die Entwicklung der Dialektik von Platon bis Hegel, en: Dialectica 1, 1947, 45-62.
Enriques, F.: Per la storia della logica. Boloni 1922. Trad. al. de Bieberach: Zur Geschichte der Logik. Leipzig, Berlín 1927. Trad. ingl. de J. Rosenthal: The historic development of logic. N. York 1929.
Heimsoeth, H.: Zur Geschichte der Kategorienlehre, en: Nicolai Hartmann, Der Denker und sein Werk. Ed. H. Heimsoeth y R. Heiss. Göttingen 1952.
Korcik, A.: Przyczynek do historii rachunku zdań. (A contribution to the history of propositional calculus.), en: Studia Logica (Varsovia) I, 1953, 247-253.
Łukasiewicz, J.: Zur Geschichte der Aussagenlogik, en: Erkenntnis, 5, 1935/36, 111-131. Pol.: Z historii logiki zdań, en: Przegl. filoz. 37, 1934, 417-437.
Menne, A.: Logik und Existenz. Meisenheim (Glan) 1954.
Rüstow, A.: Der Lügner. Leipzig 1910.

1.24. *Exposiciones generales más antiguas*

Adamson, R.: A short history of logic. Londres, Edimburgo 1911.
Bachmann, C. Fr.: System der Logik. Leipzig 1828 (569-644).
Barthélemy-Saint Hilaire, J.: De la logique d'Aristote. París 1838 (II, 93-355).
Blakey, R.: Historical sketch of logic. Londres, Edimburgo 1851.
— Essay on Logic. Londres 2.ª ed. 1848. (Apéndice bibliogr.)
Calker, Fr.: Denklehre oder Logik und Dialektik nebst einem Abriss der Geschichte und Literatur derselben. Bonn 1822 (13-198).
Eberstein, W. L. G. v.: Versuch einer Geschichte der Logik und Metaphysik bey den Deutschen von Leibniz bis auf gegenwärtige Zeit. Halle 2.ª ed. I 1794, II 1799.
Fabricius, J. A.: Specimen elencticum historiae logicae etc. Hamburgo 1699. (Ib. en: Opusc. hist.-crit.-liter. Sylloge. Hamburgo 1738, 161-184.)
Franck, A.: Esquisse d'une histoire de la logique, précédée d'une analyse étendue de l'organum d'Aristote. París 1838.
Frobesius, J. N.: Bibliographia logica, en: Wolfii logica in compendium redacta. Helmstedt 1746.
Gassendi, P.: De logicae origine et varietate, en: Opera. Lugduni 1658, I, 35-66.
Harms, Fr.: Die Philosophie in ihrer Geschichte. II: Geschichte der Logik (Ed. Lasson). Berlín 1881.
Hoffmann, F.: Grundriss der reinen allgemeinen Logik. Würzburgo 2. A. 1855.
— Grundzüge einer Geschichte des Begriffs der Logik in Deutschland von Kant bis Baader (Prólogo e introducción a las obras de Baader). Leipzig 1851.

Janet, P., und Séailles G.: Histoire de la Philosophie. París 10.ª ed. 1918.
Keckermann, B.: Opera omnia I. Genevae 1614.
— Praecognitorum Logicorum Tractatus III. Hannover 1598, 2.ª ed. 1604 (76-203).
Metz, A.: Institutiones logicae. Bamb. y Wirceburg 1796 (230-248).
Prantl. C.: Geschichte der Logik im Abendlande. 4 vols. Leipzig 1855-1870. Leipzig 1927 (c).
Rabus, L.: Logik und System der Wissenschaften. Erlangen, Leipzig 1895.
Ragnisco: Storia critica delle categorie. 2 vols. Nápoles 1870.
Ramus, P.: Schola in liberales artes, grammaticam, rhetoricam, dialecticam, physicam, metaphysicam. Basilea 1569.
Reiffenberg, de: Principes de logique, suivis de l'histoire et de la bibliographie de cette science. Bruselas 833 (289-408).
Reimann, J. Fr.: Critisierender Geschichts-Calender von der Logica. Frankfurt 1699.
Rösser, C.: Institutiones logicae. Wirceburg 1775 (183 ss.).
Syrbius, J. J.: Institutiones philosophiae rationalis eclecticae. Jena 1717, 2.ª ed. 1726 (Introducción).
Trendelenburg, A.: Geschichte der Kategorienlehre. Berlín 1846.
— Logische Untersuchungen. Leipzig 1870.
Ueberweg, Fr.: System der Logik und Geschichte der logischen Lehren. Bonn. 1.ª ed. 1857, 4.ª ed. 1874 (15-66). 5.ª ed. 1882 (15-94).
Venn, J.: Symbolic Logic. Londres 1881 (Introd. y 405-444).
Walchius, J. G.: Historia logicae, en: Parerga academica. Lipsiae 1721 (453-848).
Ziehen, Th.: Lehrbuch der Logik auf positivistischer Grundlage mit Berücksichtigung der Geschichte der Logik. Bonn 1920.

2. LA FORMA GRIEGA DE LA LÓGICA

2.1. *Historia de la Filosofía antigua*

2.11 *Bibliografía*

Année Philologique: Bibliographie critique et analytique de l'antiquité gréco-latine. Publiée par Jules Marouzeau. (Bibliografía de los años 1924 y ss.) París 1928 ss.
Gigon, O.: Antike Philosophie. BESP 5. Berna 1948.

2.12. *Exposiciones generales. Obras de consulta*

Enriques, F., y Santillana G. de: Histoire de la pensée scientifique. París 1936-1937.
Gomperz, Th.: Die griechischen Denker. 3 vols. Leipzig 1907.
Heath, T. L.: A history of Greek mathematics. 2 vols. Oxford 1921.
— A manual of Greek mathematics. Oxford 1931.
Oxford Classical Dictionary, The. Ed. M. Cary y o. Oxford 1949.
Paulys Realenzyklopädie der klassischen Altertumswissenschaft. Neue Bearbeitung von G. Wissowa, W. Kroll, K. Mittelhaus, K. Ziegler. Stuttgart 1894-1938 (= RE).
Praechter, K.: Die Philosophie des Altertums. Basilea 13.ª ed. 1953 (Repr. de la 12.ª ed. 1926). (T. 1 de Ueberweg: *1.111.*)

Reidemeister, K.: Das exakte Denken der Griechen. Hamburgo 1949.
Zeller, E.: Die Philosophie der Griechen in ihrer geschichtlichen Entwicklung. Leipzig. I/I 1923 (7.ª ed.); I/II 1920 (6.ª ed.); II/I 1922 (5.ª ed.); II/II 1922 (4.ª ed.); III/I 1909 (4.ª ed.); III/II 1923 (5.ª ed.).

2.2. *Ediciones y traducciones*

Alexander Aphrodisiensis: In Aristotelis Analyticorum Priorum Librum I Commentarium. Ed. M. Wallies. Berolini 1883.
— In Aristotelis Topicorum Libros octo commentaria. Ed. M. Wallies. Berolini 1891.
— In Aristotelis Metaphysica Commentaria. Ed. M. Hayduck. Berolini 1891.
— (Michael Ephesius): In Sophisticos Elenchos. Ed. M. Wallies. Berolini 1898.
Ammonius: In Aristotelis Analyticorum Priorum librum I commentarium. Ed. M. Wallies. Berolini 1899.
— In Aristotelis de Interpretatione commentarius. Ed. A. Busse. Berolini 1897.
Anonymus (Sophonias): In Sophisticos Elenchos paraphrasis. Ed. M. Hayduck. Berolini 1884.
Apuleius Madaurensis: Opera quae supersunt. III: De philosophia libri. Ed. P. Thomas. Lipsiae 1938.
Aristoteles graece. Rec. I. Bekker, in: Aristotelis opera, ed. Acad. reg. bor. I-II Berolini 1831.
— Organum graece. Ed. Theodorus Waitz. 2 vols. Lipsiae 1844-1846.
— Categoriae et Liber de Interpretatione. Rec. L. Minio-Paluello. Oxonii 1949.
— Prior and Posterior Analytics. A revised text with introduction and commentary by W. D. Ross. Oxford 1949.
— Topica cum libro de sophisticis elenchis. E schedis Ioannis Strache ed. M. Wallies. Lipsiae 1923.
— Physics. A revised text with introduction and commentary by W. D. Ross. Oxford 1936.
— De anima libri III. Ed. G. Biehe. 3.ª ed. Lipsiae 1926, cur. O. Apelt.
— Ot the soul. Parva naturalia. On breath. Ed. W. S. Hett. Londres 1935.
— De somno et vigilia. Graece et latine ed. H. J. Drossaart Lalofs. Leiden 1943.
— Parts of animals, in: A. L. Peck, Movements of animals and progression of animals. Ed. E. S. Forster. Londres 1937.
— Traité sur les parties des animaux (Gr. y fr.). Ed. J. M. Le Blond. París 1945.
— Metaphysics. A revised text with introduction and commentary by W. D. Ross. 2 vols. Oxford 1924. Reimpr. 1948.
— Ethica Nicomachea. Rec. Franciscus Susemihl. Lipsiae 1887.
— quae ferebantur librorum fragmenta, in: Aristotelis opera, ed. Acad. reg. bor. V (ed. V. Rose). Lipsiae 1886.
— Dialogorum Fragmenta. Ed. R. Walzer. Florencia 1934.
— Philosophische Werke. Trad. de E. Rolfes. Organon. Leipzig 1918-1925. Reed. 1948.
— The Works of Aristotle. Transl. into English under the editorship of Sir W. D. Ross. 12 vols. Oxford 1908-1952 (Hay reediciones de diversos tomos).
— Waitz, Th.: v. Organum graece.
V. tb. 2.75.: Trendelenburg, Elementa.
Arnim, I. ab: v. Stoicorum Vet. Fragm.
Athenaeus Naucratica: Dipnosophistarum Libri XV. Rec. G. Kaibel. 3 vols. Lipsiae 1887-1890 (II: Libri VI-X).
Augustinus, S. Aurelius: Opera, Sect. I, Pars III: Contra Academicos libri tres. Rec. P. Knöll. Vindobonae, Lipsiae 1922.

Aulus Gellius: Noctium Atticorum libri XX. Ed. M. Hertz et C. Hosius. 2 vols. Lipsiae 1903 (c).

— Les Nuits Attiques. Tr. de M. Mignon. III: Livres XIV-XX (lat. y fr.). París 1934.

Bekker, I.: Anecdota Graeca. Ed. R. Schneider et G. Uhlig. Lipsiae 1878-1910.

Bocheński, I. M.: Elementa Logicae Graecae. Romae 1937.

Boethius, A. M. T. S.: Commentarii in librum Aristotelis περὶ ἑρμενείας. Ed. G. Meiser. Lipsiae. Pars Prior 1877. Pars Posterior 1880.

– In librum Aristotelis de Interpretatione Commentaria, en: Opera omnia. Acc. J.-P. Migne. ML 64. Petit-Montrouge, París 1860.

— De syllogismo categorico libri duo. Ibid.

— De syllogismo hypothetico libri duo. Ibid.

Brandis, C. A.: Scholia in Aristotelem, en: Aristotelis opera, ed. Acad. reg. bor. IV. Berolini 1836.

Capella: v. Martianus.

Cassiodorus: De artibus ac disciplinis liberalium litterarum, en: Magni Aurelii Cassiodori opera omnia. Tom. post. ML 70. Parisiis 1847, cols. 1149-1220.

Cicero, M. T.: Scripta quae manserunt omnia. Fasc. 42: Academicorum reliquiae cum Lucullo. Rec. O. Plasberg. Lipsiae 1922.

— Topica, en: Opera Rhetorica. Ed. G. Friedrich. Lipsiae 1893.

— Divisions de l'art oratoire. Topiques. Ed. H. Bornecque. París 1924.

— Scripta quae manserunt. Rec. C. F. W. Mueller. IV, I: Academica. De finibus bonorum et malorum. Tusculanae disputationes. Lipsiae 1889.

— Tusculanes I. Ed. G. Fohlen. París 1931.

— De natura deorum. Academica. Ed. H. Rackham. Londres 1933.

— Traité du destin (De fato). Ed. A. Yon. París 1944.

David: In Porphyrii Isagogen commentarium. Ed. A. Busse. Berolini 1904.

Diels, H.: v. Die Fragmente der Vorsokratiker y Doxographi Graeci.

Diogenes Laertius: De clarorum philosophorum vitis, dogmatibus et apophtegmatibus. Ed. C. G. Cobet. Parisiis 1888.

— Lifes of eminent philosophers, with an English translation by R. D. Hicks 2 vols. Londres, Cambridge (Mass.) 1950-1951.

— Leben und Meinungen berühmter Philosophen. Trad. y com. de Otto Apelt 2 vols. Leipzig 1921.

Doxographi Graeci: Ed. H. Diels. Berolini 1929.

Epictetus: Dissertationes ab Ariano digestae. Rec. H. Schenkl. Lipsiae 1916.

Estratón de Lampsaco. Ed. F. Wehrli. Basilea 1950.

Eustratius: In Analytica Posteriora Commentarium. Ed. M. Hayduck. Berolini 1907.

Festa, N.: I frammenti degli Stoici antichi. Bari 1935.

Fragmente der Vorsokratiker, Die. Gr. y al. por H. Diels. 6.ª ed. Ed. W. Kranz. 3 vols. Berlín 1951-1952.

Galenus: Institutio logica. Ed. C. Kalbfleisch. Lipsiae 1896.

— Opera omnia, en: Medicorum Graecorum opera. Ed. C. C. Kühn. Lipsiae 1821-1830.

Glossaria Latina. Ed. W. M. Lindsay y o., IV, Londres 1930.

Hieronymus, V. Eusebius: Opera, Sect. I, Pars I: Epistularum Pars I (Ep. I-LXX). Rec. Isidorus Hilberg. Vindobonae, Lipsiae 1910.

Lucianus: ed. N. Nilen. I. Lipsiae 1906.

Martianus Capella: Opera. Ed. A. Dick. Leipzig 1925.

Mates, B.: Stoic logic. Berkeley (Tesis), Los Ángeles 1953 (pp. 95-131: trad. de fragmentos estoicos).

Orígenes: Obras. 2 vols.: lib. V-VIII contra Celso. Ed. Dr. P. Koetschau. Leipzig 1899.

— Opera omnia I. Acc. et rec. J.-P. Migne. MG 11. Petit-Montrouge, París 1857.

Pablo, San: Πρὸς Τίτον, en: Novum Testamentum Graece et Latine. Ed. H. J. Vogels. II. Düsseldorf 1922.
Philipson, Robert: Il frammento logico Fiorentino, en: Riv. di filol. e di erud. class. 7, 1929, 495-507.
Philodemus: On methods of inference. Ed. Ph. y E. A. De Lacy, Lancaster (Pa.) 1941.
Philo Alexandrinus: Opera quae supersunt II. Rec. P. Wendland. Berolini 1897.
Philoponus, Ioannes: In Aristotelis Analytica Priora commentaria. Ed. M. Wallies. Berolini 1905.
— In Aristotelis Analytica Posteriora Commentaria cum Anonymo in librum II. Ed. M. Wallies. Berolini 1919.
Platón: Opera. Rec. I. Burnet. Oxonii 1899-1906.
Œuvres complètes. (Diversos colaboradores) 13 vols. París 1920 ss.
— Sämtliche Werke (en traducción alemana). 3 vols. I Berlín, II y III. Heidelberg, S. A. (c. De esta edición hemos tomado, con algunas variantes, las citas de Platón).
Plotino: Ennéades. Ed. E. Bréhier. París 1924-1938.
— Opera I. Ed. P. Henry y H.-P. Schwyzer. París, Bruselas 1951.
Plutarco: Moralia. Ed. G. N. Bernadakis. Leipzig 1908.
Porphyrius: Isagoge et in Aristotelis Categorias Commentarium. Ed. A. Busse. Berolini 1887.
Pseudoacronius: Scholia in Horatium Vetustiora. Rec. O. Keller. II: Scholia in Sermones, Epistulas Artemque Poeticam. Lipsiae 1904.
Seneca, L. A.: Ad Lucilium Epistularum Moralium quae supersunt. Ed. Otto Hense. Lipsiae 1898.
Sextus Empiricus: ex rec. I. Bekkeri. Berlín 1842 (cs. 20.06).
— Opera. Rec. H. Mutschmann, I: Πυρρωνείον ὑποτυπώσεων libros 3 continens. Lipsiae 1912. II: Adversus Dogmaticos libros quinque (Adversus Mathematicos libros VII-XI) continens. Lipsiae 1914 (c).
Simplicius: In Aristotelis Categorias commentarium. Ed. C. Kalbfleisch. Berolini 1907.
— In Aristotelis De caelo commentaria. Ed. H. L. Heiberg. Berolini 1894.
— In Aristotelis Physicorum liber. Ed. H. Diels. Berolini, lib. I-IV 1892, lib. V-VIII 1895.
Stephanus: In librum Aristotelis de interpretatione Commentarium. Ed. M. Hayduck. Berolini 1885.
Stoicorum Veterum Fragmenta. Ed. I. ab Arnim. Lipsiae 1923.
Themistius: Quae fertur in Analytica Priora paraphrasis. Ed. M. Wallies. Berolini 1884.
— In Analyticorum Posteriorum paraphrasis. Ed. M. Wallies. Berolini 1900.
Theophrastus Eresius: Opera quae supersunt omnia. III: fragmenta continens. Ed. Fr. Wimmer. Lipsiae 1872.
— (Fragmentos lógicos) en: Bocheński, La logique de Théophraste (2.3.).

2.3. *Literatura lógico-formal reciente*

Becker, A.: Bestreitet Aristoteles die Gültigkeit des "Tertium non datur" für Zukunftsaussagen?, en: Actes du Congr. Int. de Philos. Scient. VI. París 1936, 69-74.
— Die aristotelische Theorie der Möglichkeitsschlüsse. (Tesis, Münster de W.) Berlín 1933.
Beth, E. W.: Historical studies in traditional philosophy, en: Synthese 5, 1946/1947, 248 260.
— Deux études de philosophie grècque, en: Mélanges philos., Amsterdam 1948.
The prehistory of research into foundations, en: British Journ. of Philos. of Science 3, 1952.
— Le paradoxe du "sorite" d'Eubulide de Mégare, en: La vie et la pensée, París 1954.
Bocheński, I. M.: La logique de Théophraste. Friburgo de S. 1947.

— Non-analytical laws and rules in Aristotle, en: Methodos 3, 1951, 70-80. V. tb. 1.23.
— Ancient Formal Logic. Amsterdam 1951.
Bornstein, B.: Jeszcze o początkach logiki matematycznej u Platona (Más sobre los fundamentos de la Lógica matemática en Platón), en: Przegl. klas. 5, 1939, 90-100.
— Początki logiki geometrycnej w filozofii Platona (Fundamentos de la Lógica geométrica en la filosofía de Platón), en: Przegl. klas. 4, 1938, 529-545.
Chisholm, R. M.: Sextus Empiricus and modern empiricism, in: Philos. of science 8, 1941, 371-384.
Czeżowski, T.: Arystotelesa teorja zdań modalnych (La teoría aristotélica de las sentencias modales), en: Przegl. filoz. 39, 1936, 232-241.
de Lacy, Ph.: Stoic categories as methodological principles, en: Trans. Amer. Philos. Ass. 76, 1945, 246-263.
Dopp, J.: Un exposé moderne de la syllogistique d'Aristote (Reseña del Aristotle's syllogistic de Łukasiewicz), en: Rev. philos. de Louvain 50, 1952, 284-305.
Dürr, K.: Aussagenlogik im Mittelalter, en: Erkenntnis 7, 1938, 160-168.
— Moderne Darstellung der platonischen Logik, en: Mus. Helvet, 2, 1945, 166-194.
— Bemerkungen zur aristotelischen Theorie der modalen Formen, en: Archiv f. Philos. 1, 1947, 81-93.
— The propositional logic of Boethius. Amsterdam 1951.
V. tb. 1.23.: Die Entwicklung.
Ferrater Mora, J.: Dos obras maestras de historia de la lógica, en: Notas y Est. de Filos. (S. Miguel de Tucumán) 4, 1953, 145-158.
Guggenheimer, H.: Über ein bemerkenswertes logisches System aus der Antike, en: Methodos 3, 1951, 150-164.
Heitzman, M. W.: The philosophical foundations of the Aristotelian logic and the origin of the syllogism, en: Proc. Amer. Cath. Philos. Ass., 1954, 131-142.
Henle, P.: A note on the validity of Aristotelian logic, en: Philos. of Science 2, 1935, 111-113.
— On the fourth figure of the syllogism, en: Philos. of Science 16, 1949, 94-104.
Hurst, M.: Implication in the 4th Century B. C., en: Mind, 44, 1935, 484-495.
Husic, I.: Aristotle on the law of contradiction and the basis of syllogism, en: Mind 15, 1906, 95-102 (Acerca de An. Post. A 11, 77a10-22).
Jordan, Z.: Platon odkrywcą metody aksjomatycznej (Platón inventor del método axiomático), en: Przegl. filoz. 40, 1937, 57-67.
Kempski, J. v.: C. S. Peirce und die ἀπαγωγή des Aristoteles, en: Kontrolliertes Denken (Festschr. Britzelmayr), Munich 1951, 56-64
Kłósak, K.: Teoria indeterminizmu ontologicznego a trójwartościowa logika zdań prof. Jana Łukasiewicza (La teoría del indeterminismo ontológico y la Lógica sentencial trivalente del Prof. Jan Łukasiewicz), en: Ateneum Kapł. (Włocławek) 49, 1948, 209-230.
— Konieczność wyjścia poza logikawuwartościową (La necesidad de superar la Lógica bivalente). Ibid. 50, 1949, 105-116.
Korcik, A.: Teorja konwersji zdań asertorycznych u Arystotelesa w świetle teorji dedukcji (La doctrina de la conversión de las sentencias asertóricas en Aristóteles, a la luz de la doctrina de la deducción). Wilno 1937.
— Teoria sylogizmu zdań asertorycznych u Arystotelesa na tle logiki tradycyjnej. (La doctrina de los silogismos con sentencias asertóricas en Aristóteles, bajo la perspectiva de la Lógica tradicional). Lublín 1948.
— Zdania egzystencjalne u Arystotelesa (Las sentencias existenciales en Aristóteles), en: Polonia Sacra (Cracovia) 6, 1954, 46-50.
Koyré, A.: Epiménide le menteur. París 1947.

Krokiewicz, A.: O logice stoików (Sobre la Lógica estoica), en: Kwartalnik Filoz. 17, 1948, 173-197.
Larguier des Bancels, J.: La logique d'Aristote et le principe du tiers exclu, en: Rev. de théol. et de philos. 14, 1926, 120-124.
Leśniak, K.: Filodemosa traktat o indukcji (El tratado de Filodemo sobre la inducción), en: Studia Logica (Varsovia) 2, 1955, 77-111 (Resumen en inglés 147-150).
Łukasiewicz, J.: O zasadzie sprzeczności Arystotelesa. Cracovia 1910. Resumen.
— Über den Satz des Widerspruchs bei Aristoteles, en: Bull. Int. de l'Acad. des Sciences de Cracovie, Cl. d'hist. et de philos., 1910. Gracovia 1910.
— O logice stoików (Acerca de la Lógica estoica), en: Przegl. Filoz. 30, 1927, 278 s.
— O sylogistice Arystotelesa (Acerca de la Silogística aristotélica), en: Sprawozd. Polskiej Akad. Umiej. 44, 6. Cracovia 1939.
— Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic. Oxford 1951.
— A system of modal logic, en: Journ. of Comp. Syst. (St. Paul, Minn.) 1, 1953, 111-149 (espec. 117-119).
— On a controversial problem of Aristotle's modal syllogistic, en: Dom. Stud. 7, 1954, 114-128.
S. a. 1.22.
Mates, B.: Diodorean implication, en: Philos. Rev. 1949, 234-242.
— Stoic logic and the text of Sextus Empiricus, en: Amer. Journ. of Philol. 70, 1949, 290-298.
— Stoic logic. Berkeley (Tesis), Los Ángeles 1953.
Menne, A.: V. 1.23.
Northrop, F. S. C.: An internal inconsistency in Aristotelian logic, en: The Monist, 38, 1928, 193-210.
— A reply, emphasizing the existential import of propositions. Ibid. 39, 1929, 157-159.
Platzeck, E. W.: La evolución de la lógica griega. Barcelona, Madrid 1954.
— Von der Analogie zum Syllogismus. Paderborn 1954.
Popkin, R. H.: An examination of two inconsistencies in Aristotelian logic, en: The philos, review 56, 1947, 670-681.
Prior, A. N.: Łukasiewicz's symbolic logic. (Recensión de "Aristotle's syllogistic from the standpoint..." de Łukasiewicz), en: The Australas. Journ. of Philosophy. 30, 1952, 33-46.
— The logic of negative terms in Boethius, en: Franc. Stud. 13, 1953, 1-6.
— Three-valued logic and future contingents, en: The Philos. Quart. (St. Andrews) 3, 1953, 317-326.
— Diodorean modalities. Ibid. 5, 1955, 205-213.
Reidemeister, K.: Mathematik und Logik bei Plato. Leipzig 1942.
Robinson, R.: Plato's consciousness of fallacy, en: Mind 51, 1942, 97-114.
— Plato's earlier dialectic. Ithaca (N. Y.) 1941.
Salamucha, J.: Pojęcie dedukcji u Aristotelesa i św. Tomasza z Akwinu (El concepto de deducción en Aristóteles y Tomás de Aquino). Varsovia 1930.
Sánchez-Mazas, M.: Las recientes investigaciones de historia de la lógica antigua: La escuela de Łukasiewicz, en: Seminario de Lógica Matemática, Inst. "Luis Vives", Madrid 1953/1954, 177-180.
Scholz, H.: Die Axiomatik der Alten, en: Blätter f. deutsche Philos. 4, 1930/1931, 259-278.
— Logik, Grammatik, Metaphysik, en: Arch. f. Rechts- u. Sozialphilos. 36, 1944, 393-433, y en: Arch. f. Philos. 1, 1947, 39-80.
V. tb. 1.22.: Geschichte, Was ist Philosophie?
Stakelum, J. W.: Galen and the logic of propositions. (Dis. Angelicum) Romae 1940.
— Why "Galenian Figure"? en: The New Scholasticism 16, 1942, 289-296.

Sugihara, T.: The axiomatization of the Aristotelian modal logic, en: Memoirs of the Lib. Art College, Fukui University, 2, 1953, 53-60.
— Particular and indefinite propositions in Aristotelian logic. Ibid. 3, 1954, 77-86.
Thomas, I.: Boethius' locus a repugnantibus, en: Methodos 3, 1951.
Vailati, G.: La teoria Aristotelica della definizione, en: Riv. di filos, e scienze aff. (Padua) 5, 1903. Tb. en: Scritti di G. Vailati (1863-1909) (Leipzig, Florencia) 1911, 487-499.
— A proposito d'un passo del Teeteto e di una dimostrazione di Euclide, en: Riv. di filos. e scienze aff. (Padua) 6, 1904. Tb. en: Scritti, 516-527.
van den Driessche, R.: Le "De syllogismo hypothetico" de Boèce, en: Methodos 1, 1949, 293-307.
(Virieux)-Reymond, Ant.: Points de contact entre la logique stoïcienne et la logique russellienne, en: Actes du Congr. Int. de Philos. Scientif. VIII. París 1936, 20-23.
Virieux-Reymond, Ant.: Le "Sunemménon" stoïcien et la notion de la loi scientifique, en: Studia Philosophica (Basilea) 9, 1949.
— La logique stoïcienne, en: Actes du Xième Congr. Int. de Philos. Amsterdam 1949, 718 f.
— La logique et l'épistémologie des stoïciens. Lausana 1949.
Wedberg, A.: The Aristotelian theory of classes, en: Ajatus (Helsinki) 15, 1948/49, 299-314.

2.4. *Literatura sobre el conjunto del período y sobre diversos pensadores y escuelas*

V. Bocheński: Z historii, Notes *(1.23.)*; Ancient Form. Logic *(2.3.)*. Heitzman (2.3.); Łukasiewicz (1.23.); Platzeck (2.3.); Rüstow (1.23.); Vailati: A proposito (2.3.).
Altenburg, G. M.: Die Methode der Hypothesis bei Plato, Aristoteles und Proklus. Marburgo 1905.
Cherniss, H.: Aristotle's criticism of Plato and the Academy I. Baltimore 1944.
Fritz, K. von: Philosophie und sprachlicher Ausdruck bei Demokrit, Plato und Aristoteles. N. York 1938.
Hambruch, E.: Logische Regeln der platonischen Schule in der aristotelischen Topik. Berlín 1904.
Hoffmann, E.: Die Sprache und die archaische Logik. Tübingen 1925.
Kapp, E.: Greek foundations of traditional logic. N. York 1942.
Lohmann, J.: Das Verhältnis des abendländischen Menschen zur Sprache, en: Lexis 3, 1952, 5-49.
— Vom ursprünglichen Sinn der aristotelischen Syllogistik (El cambio de la esencia de la verdad en el pensamiento griego), en: Lexis 2, 1949, 205-236.
Stenzel, J.: Logik, en: RE I 25. Stuttgart 1926, 991-1.011.
— Zahl und Gestalt bei Platon und Aristoteles. Leipzig 1924.
Vacca, G.: Sul concetto di probabilità presso i Greci, en: Giorn. dell'Ist. Ital. degli Attuari 7, 1936.

2.5. *Los orígenes*

V. Krokiewicz (2.3.).
Beth, E. W.: Gorgias van Leontini als wijsgeer, en: Alg. Nederl. Tijdschr. v. Wijsbeg. en Psych. 35, 1941/1942.
Burnet, J.: Early greek philosophy. Londres 4.ª ed. 1948 [1].

[1] Trad. esp.: La aurora de la Filosofía griega. México 1944. [N. d. T.]

Calogero, G.: I primordi della logica antica, en: Annali d. R. Scuola Norm. Sup. di Pisa (Lettere... II, IV, II). Bolonia 1935, 121-138.
— Studi sull' eleatismo. Roma 1932.
Deman, Th.: Le témoignage d'Aristote sur Socrate. París 1942.
Dupréel, E.: Les sophistes. Neuchâtel 1948.
Festugière, A. J.: Socrate. París 1934. Al.: Sokrates. Spira 1950 [2].
Fränkel, H.: Wege und Formen frühgriechischen Denkens. Munich 1955.
Gigon, O.: Der Ursprung der griechischen Philosophie. Basilea 1945.
— Gorgias über das Nichtsein, en: Hermes 1936, 186.
Hoffmann, E.: Die Sprache... (2.4.).
Magalhaes-Vilhena, V. de: Le problème de Socrate. París 1952. (Con abundante bibliogr.)
Nestle, W.: Vom Mythos zum Logos. Die Selbstentfaltung des griechischen Denkens von Homer bis auf die Sophistik und Sokrates. Stuttgart 1940.
— Die Schrift des Gorgias "Über die Natur oder über das Nichtseiende", en: Hermes 1922, 551 ss.
Ranulf, S.: Der eleatische Satz vom Widerspruch. Copenhague 1924.
Snell, B.: Die Ausdrücke für den Begriff des Vissens in der vorplatonischen Philosophie. Berlín 1924.
— Die Entdeckung des Geistes. Hamburgo 1946.
Stenzel, J.: Sokrates, en: RE II 5. Stuttgart 1927, 811-890.
Untersteiner, M.: I sofisti (s. I.) 1949.
Wilson, J. Cook: On the possibility of a conception of the Enthymema earlier than that found in the Rhet. and the Pr. Anal., en: Trans. Oxford Philol. Soc. 1883/84, 5 s.

2.6. *Platón*

2.61. *Bibliografía*

Gigon, O.: Platon. BESP 12. Berna 1950.

2.62. *Exposiciones generales de su filosofía. Obras de consulta*

Astius, Fr.: Lexicon Platonicum. 2 vols. Lipsiae 1835-1836.
Friedländer, P.: Platon. T. 1. 2.ª ed. correg. y aum. Berlín 1954.
Hoffmann, E.: Platon. Zürich 1950.
Wilamowitz-Moellendorff, U. v.: Platon. 2 vols. Berlín 3.ª ed. 1929.

2.63. *Lógica*

V. Beth: Les relations (*1.23.*); Bornstein (2.3.); Jordan (2.3.); Dürr: Die Entwicklung (*1.23.*), Moderne Darstellung (2.3.); Reidemeister (2.3.); Robinson (2.3.); Vailati: A proposito (2.3.).

Goldschmidt, V.: Les dialogues de Platon. Structure et méthode dialectique. París 1947.
— Le paradigme dans la dialectique platonicienne. París 1947.
Grenet, P.: Les origines de l'analogie philosophique dans les dialogues de Platon. París 1948.
Schaerer, R.: La dialectique platonicienne dans ses rapports avec le syllogisme et la méthode cartésienne, en: Rev. de Théol. et de Philos. 1948, 24-50.

---

2 Trad. esp. de N. de Anquin: Sócrates. Buenos Aires 1943. [N. d. T.]

Stenzel, J.: Studien zur Entwicklung der platonischen Dialektik von Sokrates zu Aristoteles. Leipzig, Berlín 2.ª ed. 1931.

Taliaferro, R. Catesby: Plato and liberal arts: a plea for mathematical logic, en: The New Scholasticism 11, 1937, 297-319.

2.7. *Aristóteles*

2.71. *Bibliografía*

Aristoteles, en: Gesamtkatalog der Preussischen Bibliotheken. Berlín 1934 (Ed. sep.).

Gohlke, P.: Überblick über die Literatur zu Aristoteles, en: Jahrb. f. d. Fortschr. d. klass. Altertumswiss. 54, 1928 (T. 216), 65-110; 55, 1929 (T. 220), 265-328.

Philippe, M.-D.: Aristoteles. BESP 8. Berna 1948.

Schwab, M.: Bibliographie d'Aristote. París 1896.

V. tb. Heitzman (2.3.) y Owens (2.72.).

2.72. *Exposiciones generales de su filosofía. Obras de consulta*

Bonitz, H.: Index Aristotelicus (Aristotelis opera, ed. Ac. reg. bor. V.). Berolini 1870.

Boutroux, E.: Études d'histoire de la philosophie. Aristote. París 1897.

Gohlke, P.: Aristoteles und sein Werk. Paderborn 2.ª ed. 1952.

Grote, G.: Aristotle. Londres 3.ª ed. 1883.

Hamelin, O.: Le système d'Aristote. París 1920 [1].

Kappes, M.: Aristoteles-Lexikon. Paderborn 1894.

Mansion, A.: Introduction à la Physique aristotélicienne. Lovaina, París 2.ª ed. 1945.

Mansion, S.: Le jugement d'existence chez Aristote. París 1946.

Owens, J.: The doctrine of being in the Aristotelian Metaphysics. Toronto 1951.

Robin, L.: Aristote. París 1944.

Ross, W. D.: Aristotle. Londres 2.ª ed. 1930 [2].

Wilamowitz-Moellendorff, U. v.: Aristoteles und Athen. 2 vols. Berlín 1893.

Wilpert, P.: Die Lage der Aristoteles-Forschung, en: Ztschr. f. Philos. Forsch. 1, 1946, 247-260.

Wilson, J. C.: Aristotelian studies. Londres 1879.

Zürcher, J.: Aristoteles' Werk und Geist. Paderborn 1952. (Rec.: Deutsche Lit.-Ztg. 76, 1955, 263-269.)

2.73. *Literatura sobre el problema de la autenticidad y evolución*

Bernays, J.: Die Dialoge des Aristoteles in ihrem Verhältnisse zu seinen übrigen Werken. Berlín 1863.

Bignone, E.: L'Aristotele perduto e la formazione filosofica di Epicuro. 2 vols. Florencia 1936.

Bonitz, H.: Aristotelische Studien. 5 vols. Viena 1862-1867.

— Über die Categorien Aristotelis, en: Sitz.-B. der Wiener Akad. 10, 1853, 591-645.

Brandis, Chr.: Über die Reihenfolge der Bücher des aristotelischen Organons, en: Abh. der Berl. Akad. 1833.

[1] Trad. esp. de A. E. Jascalevich: El sistema de Aristóteles. Buenos Aires 1946. [N. d. T.]

[2] Tra. esp. de D. F. Pró: Aristóteles. Buenos Aires 1957 [N. d. T.]

Case, Th.: On the development of Aristotle, en: Mind 34, 1925, 80-86.
de Rijk, L.-M.: The authenticity of Aristotle's Categories, en: Mnemosyne, Sect. IV, 4, 1951, 129-159.
Dupréel, E.: Aristote et le traité des catégories, en: Arch. f. Gesch. d. Philos. 22, 1909, 230 ss.
Düring, I: Notes on the history of the transmission of Aristotle's writings, en: Göteborgs Högskolas Årsskrift, 56, 1950, 37-70, y sep. Göteborg 1950.
Fritz, K. v.: Der Ursprung der aristotelischen Kategorienlehre, en: Arch. f. Gesch. d. Philos. 40, 1931, 449-496.
Gercke, A.: Ursprung der aristotelischen Kategorien, en: Arch. f. Gesch. d. Philos. 4, 1891, 421-441.
Gohlke, P.: Die Entstehung der aristotelischen Lehrschriften. Berlín 1933.
— Die Entstehung der aristotelischen Logik. Berlín 1936.
Husic, I.: The authenticity of Aristotle's Categories, en: Journ. of Philos. 36, 1939, 427-431.
Jäger, W.: Aristoteles. Grundlegung einer Geschichte seiner Entwicklung. Berlín 1923. — Trad. ingl. de R. Robinson, Oxford 1934. — Trad. ital. de G. Calogero, Florencia 1935 [1].
Louis, P.: Sur la chronologie des oeuvres d'Aristote, en: Bull. de l'Ass. G. Budé 5, 1948, 91-95.
Maier, H.: Die Echthheit der aristotelischen Hermeneutik, en: Arch. f. Gesch. d. Philos. 13, 1900, 23-72.
Mansion, A.: La génèse de l'oeuvre d'Aristote d'après les travaux récents, en: Rev. Néosc. de Philos. 29, 1927, 307-341 y 423-466.
Moraux, P.: Einige Bemerkungen über den Aufbau von Aristoteles' Schrift De caelo, en: Mus. Helv. 6, 1949, 157-165.
— Les listes anciennes des ouvrages d'Aristote. Lovaina 1951.
Rose, V.: De Aristotelis librorum ordine et auctoritate commentatio. Berolini 1854.
Ross, W. D.: The discovery of the syllogism, en: Philos. Rev. 48, 1939, 251-272.
Shute, R.: On the history of the process by which the Aristotelian writings arrived at their present form. Oxford 1888.
Solmsen, F.: Die Entwicklung der aristotelischen Logik und Rhetorik. Berlín 1936.
— Boethius and the history of the Organon, en: Amer. Journ. of Philol. 31, 1944, 69-74.
Stocks, J. L.: The composition of Aristotle's logical works, en: Class. Quart. 1933, 115-124.
Textor, A.: De Hermeneiae Aristotelis capitibus I-XI. Berolini 1870.
Waitz, Th.: De Hermeneiae Aristotelis capitibus I-X. Magdeburgi 1844.
Wallies, M.: Zur Textgeschichte der Ersten Analytik, en: Rhein. Mus. f. Philol., N. F. 72, 1917/18, 626-632.

2.74. *Comentarios a los escritos lógicos*

V. Alexander Aph. (2.2.); Simplicius (2.2.); Averroes (3.2.); Tomás de Aquino (3.2.); Ross, en: Aristoteles, Pr. and Post. Analytics (2.2.).
Pacius, J.: In Porphyrii Isagogen et Aristotelis Organon commentarius. 1605.
Zabarella, J.: In duos Aristotelis Libros Posteriores Analyticos Commentarii. Venetiis. Tertia ed. 1587.
— Opera logica. Venetiis 1578. Coloniae 1603 y 1697.

---

[1] Trad. esp. de J. Gaos: Aristóteles. México 1946. [N. d. T.]

2.75. *Lógica*

V. Becker; Bocheński: Non-analytical; Czeżowski; Husic; Kłosak; Korcik; Larguier de Bancels; Łukasiewicz: O zasadzie, Üb. den Satz, O sylogistyce, Ar. syllogistic. On a controv. probl.; Prior: Three-valued; Salamucha; Sugihara; Vailati: La teoria; Wedberg (todo en: (2.3.).

Apelt, O.: Die Kategorienlehre des Aristoteles, en: Beitr. z. Gesch. d. griech. Philos. Leipzig 1891, 101-216.
Apostle, H. G.: Aristotle's philosophy of mathematics. Chicago 1952.
Arpe, C.: Das τί ἦν εἶναι bei Aristoteles. Berlín 1938.
Barth, T.: Das Problem der Vieldeutigkeit bei Aristoteles, en: Sophia 10, 1942, 11-30.
Barthélemy Saint-Hilaire, J.: De la logique d'Aristote. París 1838.
Calogero, G.: I fondamenti della logica Aristotelica. Florencia 1927.
Consbruck, M.: Ἐπαγωγή und Theorie der Induktion bei Aristoteles, en: Arch. f. Gesch. d. Philos. 5, 1892, 301-321.
de Rijk, L. M.: The place of the categories of being in Aristotle's philosophy. Utrecht 1952. (Tb. sobre el concepto de verdad.)
della Seta, U.: La dottrina del sillogismo in Aristotele. Roma 1911.
Domininczak, S.: Les jugements modaux chez Aristote et les scholastiques. Lovaina 1923.
Dulac, H.: The Peri Hermeneias: its place in logic and its order, en: Laval Théol. et Philos. 5, 1949, 161-169.
Einarson, B.: On certain mathematical terms in Aristotle's logic, en: Amer. Journ. of Philol. 1936, 35-54 u. 151-172.
Gohlke, P.: Die Entstebung der aristotelischen Prinzipienlehre. Tübingen 1954.
Heath, T.: Mathematics in Aristotle. Oxford 1949.
Heiberg, J. L.: Mathematisches zu Aristoteles, en: Abh. z. Gesch. d. math. Wiss. 1904, 1-49.
Heidel, W. A.: The necessary and the contingent in the Aristotelian system. Chicago 1896.
Husic, I.: On the Categories of Aristotle, en: Philos. Rev. 13, 1904, 514-528.
Le Blond, J.-M.: Eylogos et l'argument de convenance chez Aristote. París 1938.
— Logique et méthode chez Aristote. París 1939.
— La définition chez Aristote, en: Gregorianum 20, 1939, 351-380.
Lee, H. D. P.: Geometrical method and Aristotle's account of the first principles, en: Class. Quart. 29, 1935, 113-129.
Maier, H.: Die Syllogistik des Aristoteles. 3 vols. Tübingen 1896-1900. Reimpr.: Leipzig 1936.
Miller, J.-W.: The structure of Aristotle's logic. Londres 1938.
Moser, S.: Zur Lehre der Definition bei Aristoteles I. Innsbruck 1935.
Muskens, G. L.: De vocis ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ significatione ac usu apud Aristotelem. Groningen 1943.
Pastore, A.: Sul compito della filosofia secondo la logica del pontenziamento con vestigi d'intuizione logica in Aristotele, en: Arch. di filos. 10, 1940, 463 bis 480.
Picard, J.: Syllogismes catégoriques et hypothétiques, en: Rev. de métaph. et de mor. 1936, 231-267 u. 403-430.
Prantl, C.: Über die Entwicklung der aristotelischen Logik aus der platonischen Philosophie, en: Abh. Bayer. Akad. 7, 1, 1853, 129-211.
Pró, D. F.: La concepción de la lógica en Aristóteles, Santo Tomás y Hegel, en: Philosophia (Mendoza) 2, 1945, 229-263; 3, 1946, 71-78 u. 275-290.
Rassow, H.: Aristotelis de notionis definitione doctrina. Berolini 1843.

Ross, W. D.: Some thoughts on Aristotle's logic, en: Proc. of the Arist. Soc. 40, 1939/40, I-XVIII.
Scheu, M.: The categories of being in Aristotle and St. Thomas. Washington 1944.
Shorey, N.: Συλλογισμοὶ ἐξ ὑποθέσεως in Aristotle, en: Amer. Journ. of Philol. 10, 1889, 430-462.
Simon, Y. R.: Aristotelian demonstration, en: The modern Schoolman 25, 1948, 183-190.
Solmsen, Fr.: The discovery of the syllogism, en: Philos. Rev. 50, 1941.
Thiel, N. M.: Die Bedeutung des Wortes HYPOTHESIS bei Aristoteles. Fulda 1919.
Trendelenburg, F. A.: Das τὸ ἑνὶ εἶναι, τὸ ἀγαθῷ εἶναι, etc. und das τὸ τί ἦν εἶναι bei Aristoteles, en: Rhein. Mus. 2, 1828, 457-483.
— De Aristotelis categoriis prolusio academica. Berolini 1833.
— Elementa logices Aristoteleae. Berolini 1845. Reed. 1852.
Usowicz, A. C. M.: De Aristotelis circa definitionem doctrina commentatorum sententiis illustrata, en: Collectanea Theologica (Leopoli) 19, 1938, 273-317.
Zahlfleisch, I.: Über die Aristotelischen Begriffe ὑπάρχειν, ἐνδέχεσθαι, ἐξ ἀνάγκης ὑπάρχειν, en: Progr. d. Gymn. Ried, 1878.

2.76. *Teofrasto*

V. Becker (2.3.); Bocheński: La logique (2.3.), Z historii, Notes (1.23.); Łukasiewicz: On a controv. probl. (2.3.).
Barbotin, E.: La théorie aristotélicienne de l'intellect d'après Théophraste. Lovaina, París 1954.
Usener, H.: Analecta Theophrastea, en: Kleine Schriften. Leipzig, Berlín 1912.

2.8. *Escuela megárico-estoica. Período de los Comentaristas*

2.81. *Bibliografía*

V. Mates, Stoic logic (2.3.).
Perler, O.: Patristische Philosophie. BESP 18. Berna 1950.

2.82. *Exposiciones generales de la filosofía estoica*

Barth, P.: Die Stoa. Stuttgart 6.ª ed. 1946.
Bevan, E.: Stoics and Sceptics. Oxford 1913.
Bréhier, E.: Chrysippe. París 1910.
Goldschmidt, V.: Le système stoicien et l'idée de temps. París 1953.
Pohlenz, M.: Die Stoa. 2 vols. Göttingen 1948.
Rieth, O.: Grundbegriffe der stoischen Ethik. Berlín 1934.
Stock, St. G.: Stoicism. Londres 1908.
V. tb. Zeller III (2.12.).

2.83. *Literatura sobre la Lógica*

V. Bocheński: De consequentiis; Łukasiewicz: Zur Geschichte; Rüstow (todos en 1.23.). — Beth: Le paradoxe; Chisholm; de Lacy; Dürr: Aussagenlogik, The propositional; Hurst; Koyré; Leśniak; Łukasiewicz: O logice; Mates; Prior: The logic; van den Driessche; Virieux-Reymond (todos en: (2.3.)).

Bréhier, E.: La théorie des incorporels dans l'ancien stoïcisme. París 1928.
Brochard, V.: Sur la logique des Stoïciens, en: Arch. f. Gesch. d. Philos. 5, 1892, 449-468.
Heintz, W.: Studien zu Sextus Empiricus, ed. R. Harder. Halle 1932.
Kalbfleisch, K.: Über Galens Einleitung in die Logik, en: Jahrb. f. class. Philol. 23, T. de suplem., Leipzig 1897.
Kochalsky, A.: De Sexti Empirici adversus logicos libris quaestiones criticae. (Dis.) Marburgo 1911.
Minio-Paluello, L.: Gli Elenchi Sofistici: redazioni contaminate..., frammenti dell'ignoto commento d'Alessandro d'Afrodisia tradotti in latino, en: Riv. di filos. neosc. 46, 1954, 223-231.
— The genuine text of Boethius' translation of Aristotle's Categories, en: Med. and Renaiss. Stud. 1, 1943, 151-177.
Moraux, P.: Alexandre d'Aphrodise, exégète de la noétique d'Aristote. Lieja, París 1942.
Schmekel, A.: Die positive Philosophie in ihrer geschichtlichen Entwicklung. Berlín 1938.
Théry, G.: Alexandre d'Aphrodise. Kain 1926.
Volait, G.: Die Stellung des Alexander von Aphrodisias zur aristotelischen Schlusslehre. Halle 1907.
Zeller, E.: Über den κυριεύων des Megarikers Diodorus, en: Sitz.-B. der Preuss. Akad. 1882, 151-159.

2.9. *Otros sistemas de la antigüedad clásica*

V. Guggenheimer y Leśniak (2.3.).

3. LA FORMA ESCOLÁSTICA DE LA LÓGICA

3.1. *Filosofía escolástica*

3.11. *Bibliografía*

Bourke, V. J.: Thomistic bibliography. S. Luis 1945.
Bulletin Thomiste. Ed. Société thomiste. Le Saulchoir, Étiolles-París 1924 ss.
Catálogo general de incunables. Ed. por la Komm. f. d. Gesamtkat. d. Wiegendrucke. Leipzig 1925 ss.
Conspectus de bibliografía tomista, en: Divus Thomas (Friburgo de S.) 4 ss., 1926-1953, y en: Freiburger Zeitschrifft für Philosophie u. Theologie, 1 ss., 1954 ss.
Giacon, C.: Il pensiero cristiano con particolaro riguardo alla scolastica. Milán 1943.
Hurter, H.: Nomenclator literarius theologiae catholicae. 3.ª ed. 5 vols. Innsbruc 1903-1913.
Kristeller, P. O.: Latin manuscript books before 1600. N. York 1948. Tb. en: Traditio 6, 1948, 227-317.
Lang, A. y otros (ed.): Aus der Geisteswelt des Mittelalters. Münster 1935. (Bibliografía de la obra de Grabmann hasta 1934.)
Mandonnet, P., y J. Destrez: Bibliographie thomiste. Le Saulchoir, Kain 1921.
Michelitsch, A.: Kommentatoren zur Summa Theologiae des hl. Thomas von Aquin. Graz, Viena 1924.
Quétif, J., y J. Echard: Scriptores Ordinis Praedicatorum. París, I y II 1719-1721, III (ed. Coulon y Papillon) 1910-1934.

Russell, J. C.: Dictionary of writers of thirteenth century in England. Londres 1936.
Schäfer, O.: Johannes Duns Scotus. BESP 22. Berna 1953.
— Bibliographia de vita et operibus Johannis Duns Scoti (s. XIX y XX). Romae 1955.
Stroick, C.: Les derniers ouvrages de Mgr. Grabmann, en: Rev. de l'Univ. d'Ottawa, Sect. spéc. 22, 1952, 36*-66*.
van Tteenberghen, F.: Philosophie des Mittelalters. BESP 17. Berna 1950.
Wyser, P.: Thomas von Aquin. BESP 13/14. Berna 1950.
— Der Thomismus. BESP 15/16. Berna 1951.
V. tb. Geyer, Grabmann y de Wulf (*3.12.*).

3.12. Exposiciones generales. Obras de consulta

Axters, S.: Scholastiek Lexikon. Latijn-Nederlandsch. Amberes 1937.
Chartularium Universitatis Parisiensis..., cont. H. Denifle aux. A. Chatelain. 4 vols. Parisiis 1889-1897.
du Cange, C. D.: Glossarium mediae et infimae latinitatis. Frankfurt 1681. Basilea 1762. Reimpr. en 10 vols. París 1937-1938.
Geyer, B.: Die patristische und scholastische Philosophie. Basilea 12.ª ed. 1951 (Reimpr. de la 11.ª ed. de 1927). (T. II de Ueberweg: *1.111.*).
Gilson, É.: La Philosophie au Moyen Âge. París 2.ª ed. aum. 1952 [1].
Glorieux, P.: Repertoire des maîtres en théologie de Paris au XIIIe siècle. 2.ª ed. aum. París 1933.
Grabmann, M.: Storia della teologia cattolica della fine dell'epoca patristica ai tempi nostri. Trad. de G. di Fabio. Milán 2.ª ed. mejorada. 1939.
Klibanski, R.: The continuity of the platonic tradition. Londres 1939.
Krumbacher, K.: Geschichte der byzantinischen Literatur. Munich 1891.
Landgraf, A. M.: Einführung in die Geschichte der theologischen Literatur der Frühscholastik. Ratisbona 1948.
Little, A. G.: The Grey Friars at Oxford. Londres 1892.
Signoriello, N.: Lexicon peripateticum philosophico-theologicum. Roma 5.ª ed. reelaborada. 1931.
de Wulf, M.: Histoire de la philosophie médiévale. 3 vols. Lovaina 6.ª ed. 1934, 1936, 1947 [2].
V. tb. Prantl (1.24.) III-IV.

3.2. *Ediciones de los textos (incl. manuscr. citados)*

Abelardo: Philosophische Schriften. Ed. por B. Geyer. Münster de W. 1933. (Entre ellas las "Introductiones".)
— Dialectica. First complete ed. with intr. by L. M. de Rijk. Assen (Holanda) 1859.
— Opera in unum collecta V. Cousin adjuv. C. Jourdain. 2 vols. París 1849-1859.
— Ouvrages inédits d'Abélard. Ed. V. Cousin. París 1836. (Entre ellas la "Dialectica" y los "Topica".)
Adam Balsamiensis Parvipontani: Ars disserendi. Ed. L. Minio-Paluello. Roma 1955.
Albalag: Paris, Bibl. Nat., Cod. héb. 109-110.
Alberto Magno: Opera. Ed. Jammy. Lugd. 1651.
— Opera omnia. Ed. L. Vivès. 38 vols. París 1890-1899. Vols. I y II: Logica. 1890.
— Alberti Magni ad logicam pertinentia. Venetiis 1532.

[1] Trad. esp. de A. Pacios y S. Caballero: La filosofía en la Edad Media, editorial Gredos, Madrid 1958; 2.ª ed. 1965. [N. d. T.]
[2] Trad. esp. de J. Toral Moreno: Historia de la filosofía medieval. México 1945-1949. [N. d. T.]

— Alberti Magni "De antecedentibus ad logicam", en: Teoresi 9 (2-3), 177-242. (Impr. parcial. Dis. Friburgo de S. 1951.)
— Liber II Perihermenias, en: Opera omnia. Ed. A. Borgnet. Parisiis 1890 ss., t. I.
— Liber I Priorum Analyticorum. Ibid.
— Soph. El. Ibid. t. II.
Alberto de Sajonia: Logica Albertucii Perutilis Logica. Venetiae 1522.
— Expositio aurea et admodum utilis super artem veterem edita per venerabilem inceptorem fratrem Guilielmum de Occham cum quaestionibus Alberti parvi de Saxonia. Bononiae 1496.
— Quaestiones subtilissimae Albert de saxonia super libros posteriorum. Venetiis 1497.
— Sophismata Alberti de Saxonia nuper emendata. París 1495.
— Tractatus obligationum. Lugduni 1498.
V. tb.: Guillermo de Ockham, Expositio aurea...
Alcuino (Flaccus Albinus): Opera didascalia. De dialectica. En: B. Flacci Albini seu Alcuini Opera omnia II (ML 101). Petit-Montrouge 1851, cd. 949-976.
Alejandro Sermoneta: Excellentissimi artium et medicinae doctoris magistri Alexandri Sermonete cum dubiis reverendi magistri Pauli pergulesis: necnon eximii Gaetani de Thiemis quibusdam declaratinis (sic!) in consequentias Strodi commentariolu (sic!) feliciter incipit. Venetiae 1488.
— Consequentiae Strodi cum commento Alexandri Sermonete, Declarationes Gaetani in easdam consequentias, Dubia magistri Pauli pergulensis, Obligationes eiusdem strodi, Consequentiae Ricardi de Ferabrich, Expositio Gaetani super easdem. Venetiis 1507.
Algazel: Logica et Philosophia Algazelis Arabi. Venet. 1506, 1536 y s. a.
Anónimo: Argumenta communia ad inferendum sophistice unamquamque propositionem esse veram vel falsam. Basileae 1511.
— Explanatio in nonnulla Petri Burdegalensis, quem Hispanum dicunt, volumina, cum interrogationum ex iis elicibilium et Sophismatum Alberthi Saxonis expeditione s. l. y s. a.
— Summula de Maguncia: Modernorum summulae logicales... a magistris collegii Moguntini regentibus de modernorum doctrina sunt studiosissime innovatae... Spirae 1489.
— Promptuarium argumentorum dialogice ordinatorum... Coloniae 1496.
— Pulcerrimus tractatus de modo opponendi et respondendi... s. l. y s. a. (Colonia.)
— Thesaurus sophismatum circa tractatus parvorum logicalium, iuxta disputativum processum magistrorum regentiae bursae Montis in praeclarissima universitate Coloniensi singulis secundis, quartis et sextis feriis quam diutissime observatum, ad perfectum neophicorum inibi studentium lucubratissime collectus. Coloniae 1495, 1501.
Antonio Andreas: Scripta seu expositiones Antonii Andreae super artem veterem et super Boetium de divisionibus. Venetiis 1492, 1508 y 1517.
Antonio Coronel, de Segovia: Super librum Praedicamentorum Aristotelis secundum utriusque viae, realium scilicet et nominalium, principia commentaria. (París) 1513.
— Prima pars Rosarii magistri Anthonii Coronel... Secunda pars rosarii Logices magistri Anthonii Coronel... (París) 1512.
— In posteriora Aristotelis Commentaria. (París) hacia 1510.
— Tractatus exponibilium et fallaciarum. (París) 1511.
— Acutissimi artium interpretis magistri Iohannis maioris in Petri Hyspani summulas commentaria. Lugduni 1505.
Antonio de Fantis: Tabula generalis rerum scibilium sive mare magnum Scoticarum speculationum ex universis sententiarum voluminibus. Venetiis 1617.
— Habes in hoc volumine candidissime lector difficilem totius disciplinae rationalis provinciam... habes philosophorum difficultates... quas... eximius doctor Antonius de Fantis elucubravit... Venetiis 1504.
— Quinque illustrium auctorum formalitatum libelli. Venetiis 1588.

Antonio Silvester: Dialecticis sititoribus quaestionum pars prima super summularum Buridani tractatum primum. París (1511?).

Apollinar Offredus (Cremonensis): Absolutissima commentaria una cum quaestionibus in primum Aristotelis Posteriorum Analyticorum librum. Ed. Ant. Honoratus. Cremona 1581.

— Suppositiones, in: Logica Magistri Petri Mantuani. Venetiis 1492 (sin paginar).

Aristóteles: Analytica Posteriora, translatio anonyma. Ed. L. Minio-Paluello (Aristoteles Latinus IV/2). Brujas, París 1953.

— Analytica Posteriora Gerardo Cremonensi interprete. Ed. L. Minio-Paluello (Aristoteles Latinus IV/3). Brujas, París 1954.

Armando de Beauvoir: De declaratione difficilium terminorum, tam theologicalium quam philosophiae ac logicae. Coloniae 1502.

Arnoldo de Luyde (de Tungris): Epitomata, quae vulgo reparationes dicuntur, lectionum et exercitiorum logicae veteris ac novae Aristotelis secundum divi Alberti... Coloniae 1507 (tb. 1496 y 1500).

— Reparationes lectionum et exercitiorum tractatuum parvorum logicalium Petri Hyspani... Reparationes... per artium liberalium magistrum ac sacrae theologiae licentiatum Arnoldum Tungerio... collectae. Coloniae 1500.

Averroes: Opera. 11 vols. Venetiis 1550-1552. (Los escritos de Lógica más importantes están en el vol. 1; v. también: Aristotelis Opera latine, Venetiis 1552.)

Avicena: Avicennae peripat. philosophi ac medicorum facile primi opera in lucem redacta. Venetiis 1495, 1508.

— La logique du fils de Sina, communément appelé Avicenne, etc. Transl. Vattier. París 1658.

Bartolomé Arnoldi (de Usingen) Compendium Novum totius logicae... s. l. y s. a.

— Summa compendiaria totius logicae in famatissimo studio Erphurdiensi per magistrum Bartholomeum Arnoldi de Usingen collecta... (Basilea) 1507.

— Exercitium veteris artis in studio Erffordiensi collectum per Magistrum Bartholomeum Arnoldi de Usingen instauratum atque emendatum... Erfordiae 1514.

— Exercitium novae logicae... per Ioannem Canappum. (Erfurt) 1516.

Bartolomé Manzolus: Dubia super logicam Pauli Veneti iuxta viam realium philosophorum praesertim S. Thomae extricata et resoluta... (Venecia) 1523.

Baudry, L. (Ed.): La querelle des futurs contingents. Lovaina 1465-1475. Textes inédits. 1950.

Benedicto Victorius Faventinus (Bononiensis): Opusculum... in Tisberum de sensu composito ac diviso cum... collectaneis in suppositiones Pauli Veneti. Bononiae 1504.

— Examinatio Quaestionis De Instanti Gualterii Burlei... Digressiones De Unitate Scientiae, De Essentialibus Sillogismi, Et in quo genere fiat motus. Bolonia 1505.
V. tb. tercera obra citada en Guillermo Hentisbero.

Bernardino Petri: De sensu composito et diviso... Neapoli 1514.

Boecio de Dacia: V. Grabmann, Die Sophismatenliteratur (3.41.).

Buridano, Juan: Perutile compendium totius logicae... cum praeclarissima solertissimi viri Joannis Dorp expositione, Parisiis 1487, Venetiis 1489, 1499.

— Commentum Johannis Dorp super textu summularum Johannis Buridani nuperrime castigatum a Johanne Maioris cum aliquibus additionibus eiusdem. (París) 1504. La misma, más una quaestio de J. Majoris.)

— Consequentiae. (París) 1495.

— Perutile compendium totius logicae... (Venecia) 1499. (Tb. bajo el título de: Summa de dialectica.)

— Sophismata Buridani. (París), s. a. (alrededor de 1496).

— Textus summularum magistri Joh. Bur. cur. Joh. Dorp. Parisiis 1487.

— Tractatus consequentiarum magistri i. b... Parisius s. a. (sin paginar) (c).
Burleigh, Walter: De puritate artis logicae tractatus longior. With a rev. ed. of the Tractatus brevior. Ed. Ph. Boehner. St. Bonaventure (N. Y.), Lovaina, Paderborn 1955.
— De puritate artis logicae. Ed. Boehner. St. Bonaventure (N. Y.), Lovaina 1951 (c).
— Super artem veterem Porphyrii et Aristotelis expositio... Venetiis 1485.
—Commentaria Roberti Linconiensis in libros posteriorum Aristotelis cum textu seriatim inserto. Scriptum Gualterii Burlei super eosdem... Venetiis 1497.
— Summa totius logicae. Venetiis 1508.
V. tb. Roberto Grosseteste.
Cayetano (Tomás de Vío): Commentaria in Porphyrii Isagogen ad Praedicamenta Aristotelis. Ed. I. M. Marega. Romae 1934.
— Commentaria in Praedicamenta Aristotelis. Ed. M.-H. Laurent. Romae 1939.
— De nominum analogia. De conceptu entis. Ed. P. Zammit. Roma 1934.
— Erläuterungen zu den Sophismata des Hentisberus, en: Tractatus gulielmi Hentisberi de sensu composito et diviso... Venetiis 1494.
Cod. lat. Mon. 4.652. (c 32.01).
Collegii Conimbricensis: Commentaria in universam Dialecticam Aristotelis. Coloniae 1611.
Conrado de Buchen (Wimpina): Congestio Textus Nova Proprietatum logicalium cum commentatione non vulgari... S. l. y s. a.
Conrado de Halberstadt: De logica. (V. Prantl III, 201, 24 ss.)
Conrado Pschlacher: Parvorum logicalium liber. Viennae 1516.
Cousin, V.: Fragments de philosophie du moyen-âge. París 1840. 2.ª ed. 1850.
David Granston: Tractatus Insolubilium et Obligationum... de novo recognitus per magistrum Guillermum mandreston et magistrum Anthonium silvestri... cum obligationibus Strodi... s. l. y s. a. (París?).
Duns Escoto: Opera omnia. 12 vols. Lugduni 1639 (= Ed. Wadding).
— Opera omnia. 26 vols. (Vivès) Parisiis 1891-1895.
— Super universalia Porphyrii quaestiones acutissimae; en: Op. omnia (Vivès) I, 51-435.
— In librum Praedicamentorum quaestiones: en: Op. omnia (Vivès) I, 437-538.
— In I et II Perihermeneias quaestiones, en: Op. omnia (Vivès) I, 439-579.
— In duos libros Perihermeneias. Operis secundi quod appellant questiones octo. En: Op. omnia (Vivès) I, 581-601.
Egidio Romano (de Colonna): Expositio in artem veterem, videlicet in universalibus, praedicamentis, postpraedicamentis, sex principiis et Periermenias. Venet. 1507, 1582; Bergomi 1591.
— Expositio super libros Priorum. Venet. 1516.
— Expositio super libros Posteriorum Aristotelis. Venet. 1500.
— Expositio super libros Elenchorum Aristotelis. Venet. 1500. (c).
— In libros Perihermeneias expositio. Venetiis 1507.
— In libros priorum analeticorum Aristotelis Expositio et interpretatio. Venetiis 1499, 1504, 1516, 1522.
— Expositio supra libros elenchorum Aristotelis. Venetiis 1496, 1499, 1530.
— In libros Posteriorum Aristotelis profundissima commentaria. Venetiis 1496, 1499, 1530.
Erasmo Wonsidel (de Wunsiedel): Exercitium totius veteris artis... 2 part. Liptzk 1511.
Enrique de Gante: Quaestiones logicales, en: Magistri Henrici Gendovensis... tripartitio. Ed. A. Ventura. Bononiae 1701.
Enrique de Gorkum: Circa initium compendii magistri Henrici de Gorichem..., quo... ea, quae in libro Posteriorum Aristotelis quodam velamine proponuntur, in lucem aurorae... apertissime secernuntur... Coloniae 1506.
Enrique Greve: Parva logicalia... s. l. y s. a.
Esteban del Monte: Ars insolubilis (sin paginar). S. I. 1490. (Tb.: Paviae 1490.)

Faventino Blanchello Mengho: Dos comentarios a las Summulae de Paulo Véneto bajo los títulos "Expositio" y "Quaestiones", en: Pauli Veneti summulae cum commentariis Menghi Faventini... ac quaestionibus eiusdem... per Franciscum de Macerata revisa. Venetiis 1498.

Felipe Mucagata: Opera... In logicam. Venetiis 1494.

Fernando de Enzinas: Primus tractatus Summularum. Parisiis 1528.

— Oppositionum liber primus. Parisiis 1528.

Francisco Mayron: Quodlibettales quaestiones fertilissimae. Venetiis 1507, 1520.

— Contenta in volumine per... dom. Hieronymum de Nuciarellis Romanum correcta et emendata, lector, invenies: Passus super universalia et praedicamenta... Francisci Maironis (tb. sep. Bononiae 1479)... De primo principio complexo eiusdem... De univocatione entis. Venetiis 1517.

Francisco Taegio: Lectura in libellum Thomae Aquinatis de fallaciis. Pavía 1511.

Gaetano de Thienis: V. Radulfo Strodo.

Gaspar Lax: Termini magistri Gasparis Lax Secundo revisi et emendati per ipsum... s. l. y s. a. (1512?).

— Obligationes... Parisius 1512.

— Insolubilia... Parisius 1512.

Gerardo Harderwyk: Commentaria in quattuor libros novae logicae secundum processum bursae Laurentianae Coloniensis... per honorabilem... Gerardum herdarwiccensem actu regentem et per Udalricum zell proprie lyskirchen... characterizati. (Colonia) 1494.

— Copulata Petri Hyspani secundum processum bursae Laurentii... Commentum... per magistrum Gerardum de Harderwyck... (Colonia) 1488, 1492, 1504.

Gersón, Juan: Opera. 5 vols. (Amberes) 1706. De ellas: De conceptibus. De modis significandi. De concordantia metaphysicae cum logica.

Gilberto Porretano: Liber de sex principiis Gilberto Porretae adscriptus... Ed. A. Heyse OFM., rec. D. Van Den Eynde OFM. Münster de W. 2.ª ed. 1953.

— Kommentar zu Pseudo-Boethius, De Trinitate, en: Boethii Opera, Basileae 1570, 1128-1273.

Guillermo Hentisbero (Tysberus): Tractatus... de sensu composito et diviso. Regulae... cum sophismatibus... etc. Venetiis 1494.

— Probationes conclusionum. (Pavía) 1483.

— De sensu composito et diviso (con coment. de Benedicto Victorius). Bononiae 1504.

Guillermo Manderston: Compendiosa Dialectices Epitome... quaestio de futuro contingenti. Parrhisiis 1528.

Guillermo de Shyreswood: Die Introductiones in logicam des W. v. S. Ed. con intr. históricoliteraria de M. Grabmann. Munich 1937.

— (William Sherwood): Syncategoremata, ed. J. R. O'Donnell, en: Med. Stud. 3, 1941, 46-93.

Gregorio Breytkopf (Bredekopf, Laticephalus): Excerpta Libr. Posteriorum Aris. cum commentariolo. (Leipzig) 1506.

— Compendium, sive Parvulus Antiquorum totam paene complectens logicen... s. l. 1509 y 1513.

— Parvorum logicalium opusculum de suppositione scilicet Ampliatione, Restrictione, et Appellatione, Insuper de Expositione et Consequentiis. Liptzigk 1507.

— Tractatus de inventione medii. Tractatulus propositionum modalium respiciens difficultates. Hexastichon... ad lectorem etc... s. l. y s. a. (Leipzig).

Gregorio Reisch: Margarita philosophica. 1496 y numerosas más hasta 1583.

Gregorio de Rímini (Ariminensis): Lectura super Primo et Secundo Sententiarum. Ed. Paulus Genazano. Venetiis 1532.

Herveo Natal (Brito): Tractatus de secundis intentionibus. Parisiis 1489, Venetiis 1513.
— Liber de intentionibus incipit. s. l. y s. a.
Hugo de San Víctor: Eruditionis didascaliae libri Septem. En: Opera omnia II (ML 176), Petit-Montrouge 1854, 739-838.
Isidoro de Sevilla (San): Etymologiarum libri XX. En: Opera omnia, Tom. III y IV (ML 82), Petit-Montrouge 1850, 73-728.
Jacobo Almain: Tractatus quinque consequentiarum. (Según Prantl IV, 4 ss. perdido.)
Jacobo Faber Stapulensis In libros logices Paraphrasis... (París) 1525.
— Introductiones in Suppositiones, Praedicabilia, Divisiones, Praedicamenta, Librum de enuntiatione, Libros Priorum, Posteriorum, Locos, Fallacias, Obligationes, Insolubilia. Impr. con la obra de Jodocus Clichtoveus.
Jacobo Riccius: Incipiunt quaedam obiectiones et annotata super logica Pauli Veneti. 1488.
Jerónimo de Hangest: Problemata logicalia... (París) 1516.
Jerónimo de Marcho: Compendium praeclarum quod parva logica seu summulae dicitur... (Colonia) 1507.
Jerónimo Pardo: Medulla dyalectices... (París) 1505.
Jodoc Trutfeder Isenacensis: Summulae totius logicae... Erphurdiae 1501.
— Epitome seu breviarium dialecticae... Erphordiae 1512. (Ed. de las Summulae restringida a An. Post., Tóp. y El. sof.)
Jodocus Clichtoveus: Introductiones artificiales in Logicam Iacobi Fabri Stapulensis... Iodoci item Clichtovei in Terminorum cognitionem Introductio, cum altera de Artium divisione, eiusdem in utraque Annotaciunculis. Lugduni 1540; (París) 1505, 1536. (La "Introductio" sola: Fundamentum logicae —con comentario de J. Cäsarius— París 1560.)
Jorge Benegno: Artis dialecticae praecepta vetera ac nova... Romae 1520.
Jorge de Bruselas: Expositio... in logicam Aristotelis, una cum Magistri Thome bricoti textu de novo inserto... Lugduni 1504. Coincide literalmente con él.
— Cursus optimarum quaestionum super totam logicam... s. l. y s. a.
— Expositio Georgii super summulis magistri Petri Hispani... Lugduni 1489.
— Interpretatio... in summulas magistri Petri Hispani una cum magistri Thomae Bricot quaestionibus... Parisiorum 1497.
— Interpretatio... in summulas magistri Petri Hispani una cum magistri Thomae Bricot quaestionibus... Lugduni 1515.
V. tb. Tomás Bricot.
Jorge Scholarios: Cod. graec. Mon. 548.
Juan Altenstaig: Dialectica... (Hagenau) 1514.
Juan Antonio Escoto Napolitano: De demonstratione potissima quaestio unica, en: Egidius Romanus, In libros pr. anal. Arist. Expositio, Venetiis 1516, 83 v ss.
Juan de Cornubia: El autor del "In An. Priora" (?) e "In An. Posteriora" del Pseudo-Escoto V. Pseudo-Escoto.
Juan de Santo Tomás: Ars Logica. Nova ed. a B. Reiser. Taurini 1930.
— Cursus philosophicus tomi 3. Romae 1936-1637. Tom. I, Logica, tb.: Parisiis 1883.
Juan Damasceno (San): St. John Damascene, Dialectica. Version of Robert Grosseteste. Ed. O. A. Colligan. St. Bonaventure (N. Y.), Lovaina, Paderborn 1953.
Juan Dolz: Termini cum principiis necnon pluribus aliis ipsius dialectices difficultatibus... Parisius s. a. (hacia 1510?).
— Disceptationes super primum tractatum summularum... (París) 1512.
— Sillogismi magistri Ioh. Dolz... (París) 1511.
Juan Dorp: Ioh. Dorp recognitus et auctus. Summulae Buridani. Cum expositione... Iohannis Dorp. recognitae a... Iohanne Maiore... Lugduni 1510. V. tb. J. Buridano.
Juan Dullaert: Quaestiones... in librum praedicamentorum Aristotelis. (París 1523).
— Quaestiones super duos libros Perihermenias Aristotelis... (París) 1515.

Juan Eck (Juan Mayr): Aristotelis Stagyritae Dialectica; cum quinque vocibus Porphyrii Phoenicis; Argyropilo traductore... facili explanatione declarata... (Augsburgo) I: 1516, II: 1517.
— In summulas Petri Hispani... explanatio. (Augsburgo) 1516.
— Logices exercitamenta Appellata parva logicalia. Argentinae 1507.
— Elementarius Dialecticae... Augustae Vindelicorum 1517, 1510.
Juan Faber de Werdea: Exercitata parvorum logicalium secundum viam modernorum. (Reutlingen) 1487.
Juan Gebwiler: Magistralis Totius Parvuli artis Logices compilatio... Basileae 1511.
Juan de Glogau: Exercicium Novae Logicae Seu Librorum Priorum Et Elenchorum... (Cracovia) 1511.
— Liber posteriorum analeticorum. (Cracovia) 1499.
— (?): Commentarium secundum Modernam doctrinam in Tractatus logices Petri Hispani Primum et Quartum. Item Commentarium in Tractatus parvorum logicalium Marsilii... Itemque De Descensu, De positione propositionum in esse, De Statu, De Alienatione. (Hagenau) 1503.
Juan Gratiadei de Ascoli: Commentaria... in totam artem veterem Aristotilem. Venet. 1493.
Juan Heynlin (Johannes a Lapide): Libri artis logicae Porphyrii et Aristotelis cum explanatione... Basileae s. a.
— Tractatus... de propositionibus exponibilibus, cum tractatu de arte solvendi importunas sophistarum argumentationes. Basileae, s. a.
Juan Magistri: Quaestiones veteris artis perutiles... Zweiter Teil: Quaestiones admodum utiles... explanative nove logice arestotelis. Heidelberg 1488.
— Dicta circa summulas magistri pe. his... s. l. y s. a. (Maguncia 1490?).
Juan Majoris Scotus: In Petri Hyspani summulas commentaria. Lugduni 1505.
— Libri quos in artibus... emisit. Lugduni 1516.
— Introductorium perutile in Aristotelicam Dialecticen, duos Terminorum Tractatus, ac Quinque Libros Summularum complectens. (París) 1508, 1527.
— Quaestiones Logicales. (París) 1528.
V. tb. Juan Dorp.
Juan de Monte: Summulae... super Petrum Hispanum. Venetiis 1500.
Juan Parreut: Textus veteris artis... Item exercitata circa hoc secundum doctrinam Modernorum... Viennensis 1507. Tb.: (Ingolstadt) 1492, (Nüremberg) 1494, (Hagenau) 1501.
Juan Raulin: V. Nicolás Amans.
Juan de Salisbury (Saresberiensis): Opera. Ed. Giles, Oxoniae 1848.
— The Metalogicon of John of Salisbury. Transl. with an Introd. by D. D. McGarry. Berkeley 1955.
Juan Versor: Quaestiones super artem veterem. (3 incunables s. l. y s. f. y numerosas más hasta: Colonia) 1503.
— Super omnes libros novae logicae. S. l. y f. y 1486, 1497, 1503.
— Comentarios a Pedro Hispano (numerosos incunables) 1572.
Lamberto de Monte: Copulata pulcherrima... in veterem artem Aresto... Coloniae 1488, 1490.
— Copulata pulcerrima in novam logicam Arestotelis. Coloniae 1493 (tb.: s. f., 1488, 1505, 1511).
— Aclaraciones a Pedro Hispano. Con frencuencia impresas con el texto de P. Hispano. Sin él: Coloniae 1487.
Laurentiano Florentino: In librum Aristotelis de elocutione. En: Egidius Romanus, In libros pr. anal. Arist. Expositio... Venetiis 1516.
Lulio, Raimundo: Opera omnia. Ed. I. Salzinger. Moguntiae 1721-1742.

— Opera ea, quae ad adinventam ab ipso artem universalem scientiarum artiumque omnium... pertinent etc. Argentorati 1617. (Tb.: 1609, 1651.)
— L'Ars compendiosa de R. Lulle. Avec une étude sur la Bibliographie et le fond Ambrosien de Lulle par C. Ottaviano. París 1930.
Magno Hundt: Compendium totius logices, quod a nonnullis Parvulus Antiquorum appellatur. Liptzk... 1511.
Marsilio de Inghen: Quaestiones perutiles... super libris priorum analecticorum Aristotelis. En: Egidius Romanus, In libros pr. anal. Arist. Expositio... Venetiis 1516.
— Comentario a los Analíticos primeros. Ibid.
— Textus dialectices de suppositionibus, ampliationibus, appellationibus, restrictionibus, alienationibus, et duabus consequentiarum partibus abbreviatus... En: Copulata Petri Hyspani secundum processum bursae Laurentii... Commentum... per magistrum Gerardum de Harderwyck... (Colonia) 1488. Y en:
— Commentaria in summulas Petri Hispani albertocentonus continentia... secundum processum bursae laurentianae Colon... 1492. Viennae 1512, 1516.
Martín Molenfelt: Tractatus obligatorium. En: Petrus Tartaretus, Expos. sup. summulis, Parisiis 1494, Friburgi 1494.
Martín Pollich(ius): Cursus Logici commentariorum nostra collectanea. Liptzk 1512.
Mauricio Hibernico (de Portu hibernico): Lectura acuratissima Mauritii Hibernici... super ysagogis Porphyrii, Modorum quoque significandi seu grammaticae speculative... Venetiis 1512.
Miguel de Breslau: Introductorium dyalecticae, quod Congestum Logicum appellatur... Argentiae 1515.
Miguel de París (Parisiensis): Quaestiones... in Tractatum parvorum logicalium Petri Hispani. Cracoviae 1512.
Miguel Psellos: Σύνοφις τῶν πέντε φωνῶν καὶ τῶν δέκα κατηγοριῶν. Venet. 1532.
— Synopsis organi Aristotelis Michaele Psello auctore. Ed. El. Ehinger. 1597. (Texto del cod. gr. Mon. 548.)
— Synopsis organi Aristotelici. Ed. El. Ehinger. Wittenberg 1597. (Texto gr. con trad. lat.)
Nicolás Amans: Dubia, en: Iohannis Raulin cum plerisque dubiis Nicolai amantis passim annexis in logicam aristotelis Commentarium... París, s. a.
Nicolás de Orbellis (o Dorbellus): Logicae brevis expositio = Logica = Summula philosophiae rationalis (= Com. a las Summulae). (Parma) 1482, Venet. 1489, 1500, 1516, (Basilea) 1498, 1503.
Nicolás Tinctor: Dicta tinctoris super Summulas Petri hyspani. (Reutlingen o Tübingen) 1486.
Ockham, Guillermo de: Expositio super primum librum Perihermeneias, cap. I, ed. Ph. Boehner, en: Traditio 4, 1946, 320-335. Cap. II, ed. del mismo, en: The tractatus de praedestinatione..., 1945, 104-113.
— Logica Magistri Ocham... cur. Joh. Dorp. Parisiis 1488.
— ...summa totius logicae... Venetiis 1522, (c).
— Summa totius logicae... Parisiis 1488; Bononiae 1498; Venetiis 1508, 1591; Oxoniae 1675 y numerosas más.
— Summa Logicae. Pars Prima. Ed. Ph. Boehner. St. Bonaventure (N. Y.), Lovaina 1951 (c).
— Summa Logicae. Pars Secunda et Tertiae Prima. St. Bonaventure (N. Y.), Lovaina, Paderborn 1954.
— Summa totius logicae, Pars III, Cap. 30, ed. Ph. Boehner, en: The tractatus de praedestinatione..., 1945.
— Expositio aurea et admodum utilis super artem veterem edita... cum quaestionibus Alberti parvi de Saxonia. Bononiae 1496.

— The tractatus de praedestinatione et de praescientia dei et de futuris contingentibus of William of Ockham. Ed... Ph. Boehner. St. Bonaventure (N. Y.) 1945.
— The tractatus de successivis attributed to William Ockham. Ed. Ph. Boehner. St. Bonaventure (N. Y.), Lovaina 1944.
— Expositionis in libros artis logicae prooemium. Expositio in libros Porphyrii de praedicabilibus. Ed. E. A. Moody. (En prensa.)
— Quodlibeta, Trad. ingl. parcial en: R. McKeon, Selections from Mediaeval Philosophers, II (Scribners), 1930, 351-359 y 360-421.
— Quodlibeta septem..Parisiis 1487; Argentinae 1491.
— Dialogus inter magistrum et discipulum. Lugduni 1495.
Olivier de Siena: Tractatus rationalis scientiae. (Siena) 1491.
Pablo Pergulensis: Compendium perclarum ad introductionem iuvenum in facultate logicae. S. l. y s. f.
— Logica magistri Pauli Pergulensis. Venetiis 1498.
— Dubia Consequentiae Strodi. Impreso con las obras consignadas en Alejandro Sermoneta.
Pablo Soncinas (Barbus): Expositio magistri... super artem veterem. Venetiis 1499, en: Universalia seu Isagogen Porphyrii et Aristotelis praedicamenta expositio. Ed. Iac. Rossetti. Venet. 1587.
Pánfilo de Monte: Logica... Bononiae 1522.
Paulo Véneto (Paolo Nicoletti): Summulae seu logicae institutiones. Mediolani 1474. Venetiis 1488.
— Quadratura. Venetiis 1493.
— Expositio in libros posteriorum Aristotelis. Venetiis 1486.
— Sophismata. Venetiis 1493.
— Logica Magna (Pars 1 y 2). Venetiis 1499.
— Logica...: Summa totius dialecticae... (Venecia) 1544.
Pedro de Ailly: Destructiones modorum significandi. Conceptus et insolubilia secundum viam nominalium... S. l. y s. a.
— Tractatus exponibilium magistri Petri de Aillyaco. Parisiis 1494.
Pedro de Bruselas: Acutissimae quaestiones et quidem perutiles in singulos Aristotelis logicales libros... (París) 1514.
— Summularum artis dialecticae utilis admodum interpretatio... (París) 1508.
Pedro Hispano: Summulae Logicales. Ed. I. M. Bocheński. (Turín) 1947 (c). (Prantl III, 33, 11-73, 20 cita 48 ed. antiguas.)
— The Summulae logicales of Peter of Spain. Ed. J. P. Mullally. Notre-Dame (Ind.) 1945 (Reproducción parcial de un incunable, con trad. ingl.).
Pedro Mantuano: Logica Magistri Petri Mantuani (sin paginar). S. l. y s. a.; Paviae 1483; Venetiis 1492.
Pedro Niger: Clipeus Thomistarum. (Venecia) 1504 y numerosas más.
Pedro Tartareto: Commentarium... in Textum Petri Hispani. S. l. y s. a. (Tb.: Parisiis 1494, Friburgi 1494, s. l. 1500, Venetiis 1504, 1514, 1621.)
— Expositio... super textus logices Aristotelis... Venetiis 1503.
— ...commentarii in Isagogas Porphyrii et libros logicorum Aristotelis accuratissime recogniti. (Basilea) 1514 (Staatsbibl., Munich). (Tb.: París 1494, Lugduni 1500, 1509, Venetiis 1504, 1514, 1591, 1621.)
— ...commentarii in isagogas Porphyrii et libros logicorum Aristotelis... Basileae 1517.
— In universam philosophiam opera. Venetiis 1614.
Pseudo-Escoto: In librum I et II Priorum Analyticorum Aristotelis Quaestiones, en: Op. omnia (Vivès) II, 81-197.

— (Joh. de Cornubia): In librum I et II Posteriorum Analyticorum Aristotelis quaestiones. En: Op. omnia (Vivès) II, 199-347.
— In libros Elenchorum Aristotelis quaestiones. En: Op. omnia (Vivès) II, 1-50.
Radulfo Strodo: Consequentiae Strodi, cum commento Alexandri Sermoneta. (Venecia) 1493.
— Consequentiae Strodi cum commento Alexandri Sermonetae, Declarationes Gaetani in easdem consequentias. Dubia magistri Pauli Pergulensis, Obligationes eiusdem Strodi, Consequentiae Ricardi de Ferabrich, Expositio Gaetani super easdem. Venetiis 1507. V. tb. Alejandro Sermoneta.
Ricardo de Capsalis: Dicta sexdecim... de futuris contingentibus, in: Expositio aurea... super Artem veterem... per... Guilielmum de Occham cum quaestionibus Albert parvi de Saxonia. Bononiae 1496.
Ricardo Feribrigus (o Ferabrich): Consequentiae. Impr. con la segunda obra consignada en Alejandro Sermoneta.
Roberto Caubraith: Quadrupertitum in Oppositiones, Conversiones, Hypotheticas et Modales. Parisiis 1516.
Roberto Grosseteste (Capito o Lincolniensis): Commentaria... in libros posteriorum Aristotelis... Scriptum Gualterii Burlei super eosdem libros posteriorum. Venetiis 1497.
Roberto Holkot: In quatuor libros Sententiarum quaestiones argutissimae... Lugduni 1497 y numerosas más.
Roberto Kildwardby: In Analytica Priora. Manuscr. Merton College Oxford 289 y 280. Extractos en: I. Thomas, Maxims in Kilwardby, y Kilwardby on conversion (3.3.).
Roberto de Lincoln: V. Burleigh, cuarta obra consignada.
Samuel Casinense: Opus, quod liber ysagogicus inscribitur... Mediolani 1494.
Savonarola, Jerónimo: Compendium logicae. Lipsiae 1516. Tb. en: Compendium totius philosophiae, Venetiis 1534 y 1542, II, 63 ss.
Sexto Empírico: Πυρρωνείον ὑποτυπώσεων. Trad. lat. en: París, Bibl. Nat., Cod. lat. 14.700, 83-132.
Silvestre Mauro: Aristotelis opera omnia quae exstant brevi paraphrasi et... expositione illustrata. 4. vol. I: Logica, Rhetorica, Poetica. Ed. Fr. Ehrle. Parisiis 1855-1856.
Silvestre Mazolino de Prieira: Compendium dialecticae... Venetiis 1496.
— Apologia... in dialecticam suam cum explanatione clarissima totius materiae intentionalis. Bononiae 1499.
Simón de Lendenaria: Recollectae supra sophismatibus Hentisberi. Impreso en la obra consignada en primer lugar en Guillermo Hentisbero.
Soto, Domingo: Commentarii in Aristotelis dialecticam. Salamancae 1544.
Summa Totius Logicae Aristotelis: V. Tomás de Aquino (Pseudo).
Toledo, Francisco de: Commentaria in universam Aristotelis logicam. Parisiis 1586.
Tomás de Aquino: Scriptum super Sententiis Magistri Petri Lombardi. Ed. P. Mandonnet et M. F. Moos. 4 vols. París 1929 ss.
— Summa Theologiae cum Commentariis Caietani. En: Opera omnia iussu Leonis XIII edita, IV-XII, Romae 1888-1906.
— Summa Theologiae. Ed. P. Caramello. Cum textu et rec. Leonina. 4 vols. Roma 1948.
— Summa Theologiae. 5 vols. Ottawa 1941-1945.
— Summa contra Gentiles cum Commentariis Ferrariensis, en: Opera omnia iussu Leonis XIII edita, XIII-XV, Romae 1920-1930.
— Summa contra Gentiles (Editio Leonina manualis). Romae 1934.
— In libros Perihermenias Aristotelis expositio (c. 1-10, 19-31). En: Opera omnia iussu Leonis XIII edita I, Romae 1882.
— In Metaphysicam Aristotelis Commentaria. Ed. M.-R. Cathala. Taurini 3.ª ed. 1935.

— In decem libros Ethicorum Aristotelis ad Nicomachum Expositio. Ed. R. M. Spiazzi. Taurini 2.ª ed. 1949.
— Quaestiones disputatae de potentia, en: Quaestiones disputatae II, ed. R. Spiazzi. Taurini 8.ª ed. 1949.
— Quaestiones disputatae de veritate, en: Quaestiones disputatae I, ed. R. Spiazzi, Taurini 8.ª ed. 1949.
— De fallaciis, en: Opuscula omnia IV, ed. P. Mandonnet. París 1927.
— De demonstratione, en: Opuscula omnia V, ed. P. Mandonnet. París 1927.
— De quattuor oppositis. Ibid.
— De natura generis. Ibid.
— De natura accidentis. Ibid.
— De propositionibus modalibus, ed. I. M. Bocheński, en: I Bocheński, S. Thomae Aq. de modalibus opusc. et doct. (*3.3.*).
Tomás de Aquino (Pseudo): Summa totius logicae Aristotelis, en: Opuscula omnia V, ed. P. Mandonnet. París 1927.
— De natura syllogismorum. Ibid.
— De inventione medii. Ibid.
Tomás Bricot: Cursus optimarum questionum super philosophiam Aristotelis... secundum viam modernorum: ac secundum cursum magistri Georgii (Bruxellensis). S. l. y s. a.
— Incipiunt quaestiones super totam logicam cum interpretatione textus secundum cursum magistri Georgii (Bruxellensis). S. l. y s. a.
— Textus totius logices... abbreviatus. (Basilea) 1492.
V. tb. Jorge de Bruselas.
Tomás Claxton: Quaestiones de distinctione inter esse et essentiam reali. — Quaestiones de analogia entis. Ed. M. Grabmann, en: Acta Pont. Acad. Romanae S. Thomae... 8, 1943, 92-153.
Tomás de Erfurt: Tractatus de modis significandi sive Grammatica speculativa, en: Joh. D. Scot, Op. omnia (Vivès) I, 1-50.
Tomás Murner: Logica memorativa Chartiludium logicae, sive totius dialecticae memoria... Argentinae 1509.
Vicente de Beauvais: Speculum doctrinale, libro 4.º Argentorati 1473, (Nüremberg) 1486.
Vicente Ferrer: De suppositionibus dialecticis, en: Œuvres de Saint Vincent Ferrier I, éd. Le Père Fages. París 1909.

3.3. Literatura lógico-formal reciente

V. Bocheński *1.22.*, *1.23.*; Łukasiewicz *1.23.*
Bendiek, J.: Scholastische und mathematische Logik, en: Franz. Stud. 31, 1949, 13-48.
— Die Lehre von den Konsequenzen bei Pseudo-Scotus. Ibid. 34, 1952, 205-234.
Bocheński, I M.: Logistique et logique classique, en: Bull. Thom. 4, 1934/36, 240-248.
— Duae "consequentiae" Stephani de Monte, en: Angelicum 12, 1935, 397-399.
— De consequentiis Scholasticorum earumque origine. Ibid. 15, 1938, 1-18.
— Sancti Thomae Aquinatis de modalibus opusculum et doctrina. Ibid. 17, 1940, 180-218.
— On analogy, en: The Thomist 11, 1948, 424-447.
— Wstęp do teorii analogii, en: Roczn. Filos. (Lublin) 1, 1948, 64-82 (Resumen fr. 319 s.).
— Communications sur la logique mediévale (resumido) en: JSL 20, 1955, 90 s.
Boehner, Ph.: Der Aristotelismus im Mittelalter, en: Franz. Stud. 22, 1935, 338-347.
— Ein Gedicht auf die Logik Ockhams. Franciscus Landinus: in laudem logicae Ockham. Ibid. 26, 1939, 78-85.
— Zur Echtheit der "Summa Logicae" Ockhams. Ibid. 190-193.
— Ockham's Tractatus de praedestinatione et de praescientia Dei et de futuris contingentibus and its main problems, en: Proc. Amer. Cath. Philos. Ass. 16, 1941, 177-192.

— The text tradition of Ockham's "Ordinatio", en: The New Scholasticism 16, 1942, 203-241.
— The "notitia intuitiva" of non-existents according to William Ockham, en: Traditio 1, 1943.
— The medieval crisis of logic and the author of the Centiloqium attributed to Ockham, en: Franc. Stud. 25, 1944, 151-170.
— El sistema de lógica escolástica. Estudio histórico y crítico, en: Rev. de la Univ. Nac. de Córdoba (Arg.) 31, 1944, 1599-1620.
The tractatus de praedestinatione et de praescientia dei et de futuris contingentibus of William Ockham. Ed. with a study on the mediaeval problem of three-valued logic by Ph. B. St. Bonaventure (N. Y.), Lovaina 1945.
— Ockham's theory of truth, en: Franc. Stud. 5, 1945, 138-161.
— Scotus' teaching according to Ockham. Ibid. 6, 1946, 100-107 y 362-375.
— Ockham's theory of signification. Ibid. 143-170.
— Ockham's theory of supposition and the notion of truth. Ibid. 261-292.
— Bemerkungen zur Geschichte der De Morganschen Gesetze in der Scholastik, en: Arch. f. Philos. 4, 1951, 113-146.
— Does Ockham know of material implications?, en: Franc. Stud. 11, 1951, 203-230.
— Medieval Logic. An outline of its development from 1250-c. 1400. Manchester 1952.
— In memoriam Philotheus Boehner OFM. 1901-1955, en: Franc. Stud. 15, 101-105.
— Ein Beitrag zur mittelalterlichen Suppositionstheorie. Amsterdam. En prepar.
— The Life, Writings, and Teachings of William Ockham. Edinburgh. (En prensa.)
Britzelmayr, W.: Über die älteste formale Logik in deutscher Sprache, en: Ztschr. f. Philos. Forsch. 1, 1947, 46 ss.
Dürr, K.: Aussagenlogik im Mittelalter, en: Erkenntnis (La Haya) 7, 1938, 160-168.
Ferrater Mora, J.: De Boecio a Alberto de Sajonia: Un fragmento de historia de la lógica, en: Imago mundi 1, 1954, 3-22.
Henry, D. P.: Numerically definite reasoning in the Cur Deus homo, en: Dom. Stud. 6, 1953, 48-55.
Michalski, K.: Le problème de la volonté à Oxford et à Paris au XIVe siècle, en: Stud. philos. (Leopoli) 2, 1937, 233-365.
Moody, E. A.: The logic of William of Ockham. N. York, Londres 1935.
— Ockham, Buridan and Nicholas of Autrecourt, en: Franc. Stud. 7, 1947, 113-146.
— Ockham and Aegidius of Rome. Ibid. 9, 1949, 417-442.
— Truth and consequence in mediaeval logic. Amsterdam 1953.
— Comment (sobre: Bergmann, Some remarks on the ontology of Ockham), en: Philos. Rev. 63, 1954, 572-576.
Morduhai-Boltovskoi, D.: Insolubiles in scholastica et paradoxos de infinito de nostro tempore, en: Wiad. Matem. 47, 1939, 111-117.
Platzeck, E. W.: Die Lullsche Kombinatorik, en: Franz. Stud. 34, 1952, 36 ss.
Prior, A. N.: Modality de dicto and modality de re, en: Theoria (Lund) 18, 1952, 174-180.
— The parva logicalia in modern dress, en: Dom. Stud. 5, 1952, 78-87.
— On some consequentiae in Walter Burleigh, en: The New Scholasticism 27, 1953.
Salamucha, J.: Logika zdań u Wilhelma Ockhama, en: Przegl. filoz. 38, 1935, 208-239.
— Die Aussagenlogik bei Wilhelm von Ockham, trad. de J. Bendiek, en: Franz. Stud. 32, 1950, 97-134.
— Pojawienie się zagadnień antinomialnych na gruncie logiki średniowiecznej (Aparición del problema de las antinomias en la Lógica medieval), en: Przegl. Filoz. 40, 1937 más sep.
— Zestawienie scholastycznych narzędzi logicznych z narzędziami logistycznymi (Comparación entre las técnicas lógicas escolásticas y las logísticas), en: Myśl katolicka... (5.33.), 35-49. (Resumen en fr. 167 ss.)

Saw, R. L.: William of Ockham on terms, propositions and meaning, en: Proc. Arist. Soc. 42, 1941/42, 45-64.
Scholz, H.: Die mathematische Logik und die Metaphysik, en: Philos. Jb. d. Görres-Ges. 51, 1938, 257-291.
Swieżawski, St.: Les intentions premières et les intentions secondes chez Jean Duns Scot, en: AHDLM 9, 1934, 205-260.
Thomas, I.: Material implication in John of St. Thomas, en: Dom. Stud. 3, 1950, 180.
— Farrago logica. Ib. 4, 1951, 69-79 (69-71: Historical Notes).
— Saint Vincent Ferrer's De suppositionibus. Ibid. 5, 1952, 88-102.
— Kilwardby on conversion. Ibid. 6, 1953, 56-76.
— Maxims in Kilwardby. Ibid. 7, 1954, 129-146.

3.4. Problemas histórico-literarios y evolutivos. Escritos antiguos sobre el conjunto de la Lógica medieval y sus grandes divisiones

3.41. Problemas histórico-literarios y evolutivos

Callus, D. A.: Introduction of Aristotelian learning to Oxford, en: Proc. British Acad. 29.
Ferreira, J.: As Sumulas Logicais de Pedro Hispano e os sus comentadores. Sep. de: Colectanea de Estudos 3, 1952 (3), Braga 1952.
Grabmann, M.: Die Geschichte der scholastischen Methode. 2 vols. Friburgo de Br. 1909-1911.
— Die Entwicklung der mittelalterlichen Sprachlogik (Tractatus de modis significandi), en: Philos. Jb. d. Görres-Ges. 35, 1922, 121-135 y 199-214; y en: Mittelalt. Geistesleben I, 104-141.
— Forschungsziele und Forschungswege auf dem Gebiete der mittelalterlichen Scholastik und Mystik, en: Mittelalt. Geistesleben I, 1-64.
— Mittelalterliches Geistesleben. Munich I 1926, II 1936.
— Bearbeitungen und Auslegungen der aristotelischen Logik aus der Zeit von Peter Abaelard bis Petrus Hispanus, en: Abh. d. Preuss. Akad. 1937, phil.-hist. Kl., 5.
— Kommentare zur aristotelischen Logik aus dem 12. und 13 Jh., en: Sitz-Ber. d. Preuss. Akad., phil.-hist. Kl., 18, 1938.
— Ungedruckte lateinische Kommentare zur aristotelischen Topik aus dem 13. Jh., en: Arch. f. Kultur-Gesch. 28, 1938 (2).
— Methoden und Hilfsmittel des Aristotelesstudiums im Mittelalter, en: Sitz.-Ber. d. Bayer. Akad., phil.-hist. Abt., 1939, 5.
— Die Sophismatenliteratur des 12. u. 13. Jh. mit Textausgabe eines Sophisma des Boetius von Dacien. Münster 1940.
— Thomas von Erfurt und die Sprachlogik des mittelalterlichen Aristotelismus, en: Sitz.-Ber. d. Bayer. Akad., phil.-hist. Abt., 1943, 2.
Hunt, R. W.: The introductions to the "Artes" in the twelfth century, en: Studia mediaev. in hon. R. J. Martin, Brugis 1948, 85-112.
Isaac, J.: Le PERI HERMENEIAS en occident de Boèce à Saint Thomas. París 1953.
Michalski, K.: Les sources du criticisme et du scepticisme dans la philosophie du XIVe siècle. Cracovia 1924.
— Le criticisme et le scepticisme dans la philosophie du XIVe siècle, en: Bull. int. de l'Ac. Polon. d. sciences et d. lettres, Cl. d'Hist. et d. Phil., An. 1925, Cracovia 1926, 41-122.
— Les courants philosophiques à Oxford et à Paris pendant le XIVe siècle. Ibid., Cracovia 1922, 63-68.
V. tb: 3.53., 3.91. y 3.92.

3.42. *Aristoteles latinus*

Grabmann, M.: Aristoteles im zwölften Jahrhundert, en: Mediaev. Stud. 12, 1950, 123-162.
— Guglielmo di Moerbeke O. P. il traduttore delle opere di Aristotele. Roma 1946.
— I divieti ecclesiastici di Aristotele sotto Innocenzo III e Gregorio IX. Roma 1941.
Jourdain, A. L. M. M.: Recherches critiques sur l'art et l'origine des traductions latines d'Aristote. París 1819 y 1843.
Lacombe, G.: Aristoteles latinus. Codices descripsit G. L... (con) A. Birkenmayer, M. Dulong, A. Franceschini. Pars prior: Roma 1939. Pars posterior, supplementibus indicisque instr. L. Minio-Paluello: Cambridge 1955 (V. 769-1388).
Minio-Paluello, L.: Gli Elenchi Sofistici (2.83.).
— The genuine text... (2.83.).
— Note sull' Aristotele latino medievale, en: Riv. di Filos. Neoscol. 42, 1950, 222-237; 43, 1951, 97-124; 44, 1952, 389-412; 46, 1954, 211-231.
— Iacobus Veneticus Grecus, canonist and translator of Aristotle, en: Traditio 8, 1952, 265-304.
— La tradizione semitico-latina del testo dei Secondi Analitici (Note sull' Aristotele latino medievale IV), en: Riv. di Filos. Neoscol. 43, 1951, 97-124.
— L'ignota versione moerbekana dei Secondi Analitici usata da S. Tomaso (Note sull'Aristotele latino medievale V). Ibid. 44, 1952, 389-397.
— Aristoteles Latinus: Codices II. Cambridge 1955. (V. más arriba: Lacombe.)
— The text of Aristotle's Topics and Elenchi: the Latin tradition, en: The Class. Quart. 49, 1955, 108-118.
— The text of the Categoriae: the Latin tradition. Ibid. 39, 1945, 63-74.
van Steenberghen, F.: Aristote en Occident. Les origines de l'aristotélisme parisien. Lovaina 1946.

3.43. *Generalidades sobre la Lógica*

Eibl, H.: Über einige Axiome scholastischen Denkens, en: Arch. f. Gesch. d. Philos. 29, 1924, 8-20.
Elie, H.: Le complexe significabile. París 1936.
Hellín, J. M.: El principio de identidad comparada según Suárez, en: Pensamiento 6, 1950, 435-463; 7, 1951, 169-202.
Klibansky, R.: The Rock of Parmenides. Medieval views on the origin of dialectic. En: Mediev. and Renaiss. Stud. 1941/43, 178-186.
Preti, G.: Studi sulla logica nel medioevo. II: Natura (oggetto, scopi, metodo) della logica. En: Riv. crit. di storia d. filos. 8, 1953, 680-697.
Rotta, P.: La filosofia del linguaggio nella patristica e nella scolastica. Turín. 1909.
— La filosofia del linguaggio nel medioevo, en: Riv. d. Filos. Neosc. 32, 1940, 453-458.
Rucker, P.: Mathematik und Philosophie... Verwendung der mathematischen Methode in der Philosophie. Patristik und Scholastik. En: Phil. Jb. d. Görres-Ges. 53, 1940, 17-29 y 234-245.
Xiberta, B. M.: Enquesta historica sobre el principio d'identidad comparada, en: Estud. Franc. 45, 1933, 291-336.

3.5. *Filosofía y Lógica judías y árabes*

3.51. *Bibliografía*

de Menasce, P. J.: Arabische Philosophie. BESP 6. Berna 1948.

Sauvaget, J.: Introduction à l'histoire de l'Orient musulman; éléments de bibliographie. París 1943.
Vajda, G. Jüdische Philosophie. BESP 19. Berna 1950.

3.52. *Obras de consulta*

Brockelmann, C.: Geschichte der arabischen Literatur. Weimar, I 1898, II 1902; Suplemento I-III Leiden 1937-1942.
Encyclopedia, The Universal Jewish: Ed. Isaac Landmann. 10 vols. N. York 1939 ss.
Enzyklopädie des Islams: Ed. Houtsma, Wensinck, Heffening, Gibb y Lévy-Provençal. 4 vols. más 1 de supl. Leiden y Leipzig 1913-1938. (El tomo de índices todavía sin publicar. V. BESP 6, 6 s.).

3.53. *Lógica*

Dieterici, Fr.: Die Logik und Psychologie der Araber im 10. Jahrhundert, Leipzig 1868.
Djorr, K.: Les versions syro-arabes des Catégories d'Aristote (Tesis, París 1946). Beirut?
Madkour, I.: L'organon d'Aristote dans le monde arabe. París 1934.
Pollak, I.: Die Hermeneutik des Aristoteles in der arabischen Übersetzung des Ishaq Ibn Honain. Leipzig 1913.
Sauter, K.: Die peripatetische Philosophie bei den Syrern und Arabern, en: Archiv f. Gesch d. Philos. 17, 1904, 516-534.

3.6. *Tomás de Aquino*

3.61. *Bibliografía*

V.: Bourke, Bull. Thomiste, Mandonnet y Wyser (3.11.).

3.62. *Exposiciones generales de su filosofía. Obras de consulta*

Chenu, M.-D.: Introduction a l'étude de saint Thomas d'Aquin, Montreal, París 1950.
Gilson, E.: Le thomisme. París, 6.ª ed. correg. 1948 [1].
Grabmann, M.: Einführung in die Summa Theologiae des hl. Thomas von Aquin. Friburgo de Br., 2.ª ed. correg. 1928.
— Die Werke des hl. Thomas von Aquin. Münster de W., 3.ª ed. 1949.
Manser, G. M.: Das Wesen des Thomismus. Friburgo de S., 3.ª ed. aumentada por Wyser, 1949 [2].
Petrus a Bergamo: Tabula aurea. Bononiae 1477. Basileae 1478 y numerosas más.
Schütz, L.: Thomas-Lexikon. Paderborn 1895. Repr. N. York 1949.

3.63. *Lógica*

V.: Bocheński, De consequentiis, Z historii, Notes (1.23.); S. Thomae Aqu. de modalibus (3.3.). Salamucha, Pojęcie (2.3.)
Grabmann, M.: Der Wissenschaftsbegriff des hl. Thomas v. Aquin, en: Jahresber. d. Görres-Ges. 1923/33, Köln 1934, 7*-44*.

1 Trad. esp. de A. Oteiza Quirno: El Tomismo. Buenos Aires 1951. [N. d. T.]
2 Trad. esp. de V. G. Yebra: La esencia del tomismo. Madrid, 2.ª ed. 1953. [N. d. T.]

— De fontibus historicis logicam S. Thomae de Aquino illustrantibus, en: Acta Pont. Acad. Romanae S. Thomae Aqu. 1936/37. Sep. (Roma) 1938.
Lachance, J.: Saint Thomas dans l'histoire de la logique, en: Et. d'hist. littér. et doctr. du XIII[e] siècle 1, 1932, 61-104.
Mansion, A.: Date de quelques commentaires de saint Thomas sur Aristote (De interpretatione, De anima, Metaphysica), en: Studia mediaev. in hon. R. J. Martin, Brugis 1948,271- 287.
Manthey, Fr.: Die Sprachphilosophie des hl. Thomas von Aquin. Paderborn 1937.
Richard, T.: Philosophie du raisonnement dans la science d'après Saint Thomas. París (1919).
Scheu, M.: The categories of being in Aristotle and St. Thomas (Tesis). Washington 1944.
Simonin, H. D.: La notion d'"Intentio" dans l'oeuvre de Saint Thomas d'Aquin, en: Rev. d. sc. philos. et theol. 19, 1930, 445-463.
Vacant, A.: La parole et le langage selon St. Thomas et selon Duns Scot, en: Ann. de Philos. Chrét. 119, vol. 21, 1889/90, 479-495 y 529-547.
Warnach, V.: Erkennen und Sprechen bei Thomas von Aquin, en: Divus Thomas (Friburgo de S.) 15, 1937, 189-218 y 263-290; 16, 1938, 161-196.
— Das äussere Sprechen und seine Funktion nach der Lehre des heiligen Thomas v. Aq. Ibid. 16, 1938, 393-419.

3.64. *Doctrina de la analogía*

V.: Bocheński, On analogy (3.3.).
Anderson, J. F.: The band of being. An essay on analogy and existence. San Louis 1954.
Blanche, F. A.: L'analogie, en: Rev. de philos. 23, 1923, 248-270.
— La notion d'analogie dans la philosophie de St. Thomas d'Aq., en: Rev. d. sc. philos. et théol. 10, 1921, 169-193.
— Sur le sens de quelques locutions concernant l'analogie dans la langue de St. Thomas d'Aquin. Ibid. 52-59.
Gazzana, A.: L'analogia in S. Tommaso e nel Gaetano, en: Gregorianum 24, 1943, 367-383.
Goergen, A.: Die Lehre von der Analogie nach Kardinal Cajetan und ihr Verhältnis zu Thomas von Aquin. (Tesis) Espira 1938.
Habbel, J.: Die Analogie zwischen Gott und Welt nach Thomas von Aquin. Ratisbona 1928.
Landry, B.: L'analogie de proportion chez St. Thomas d'Aquin, en: Rev. néoscol. de philos. 24, 1922, 257-280.
— L'analogie de proportionnalité chez St. Thomas d'Aquin. Ibid. 454-464.
Palacios, L. E.: La analogía de la lógica y la prudencia en Juan de Santo Tomás, en: La Cienc. tom. 69, 1945, 221-235.
Pénido, M. T. L.: Le rôle de l'analogie en théologie dogmatique. París 1931.
Phelan, G. B.: St. Thomas and analogy. Milwaukee 1941.
Ramírez, J.: De analogia secundum doctrinam aristotelico-thomisticam, en: La Cienc. tom. 24, 1921, 20-40, 195-214 y 337-357; 25, 1922, 17-38.

3.7. *Duns Escoto y el Pseudo-Escoto*

3.71. *Bibliografía*

V.: Schäfer (3.11.).
Bettoni, E.: Vent'anni di studi scotistici (1920-1940). Saggio bibliografico. Milán 1943.

Minges, P.: Die skotistische Literatur des 20. Jahrhunderts, en: Franz. Stud. 4, 1917, 49-67 y 177-198.

3.72. *Exposiciones generales de su filosofía. Obras de consulta*

Fernández Garzía, M.: Lexicon scholasticum... in quo termini... philosophiam ac theologiam spectantes a b. Ioanne Duns Scoto declarantur. Ad Claras Aquas 1910.
Gilson, E.: Jean Duns Scot. Introduction à ses positions fondamentales. París 1952.
Harris, C. R. S.: Duns Scotus. Oxford 1927.
Longpré, E.: La philosophie du bienheureux Duns Scot. París 1924.

3.73. *Lógica y doctrina de la analogía*

V.: Bendiek, Die Lehre; Swieżawski, Les intentions (ambas en *3.3.*); Bocheński: Z historii; Notes; De consequentiis (*1.23.*).
Barth, T.: De fundamento univocationis apud Ioannem Duns Scotum, en: Antonianum 14, 1939, 181-206, 277-298 y 373-392.
— Zum Problem der Eindeutigkeit, en: Philos. Jb. d. Görres-Ges. 85, 1942, 300-321.
Belmond, S.: Analogie et univocité d'après J. Duns Scot, en: Études Franc. 2 (?) 1951, 173-186.
Heidegger, M.: Die Kategorien-und Bedeutungslehre des Duns Scotus. Tübingen 1916.
Minges, P.: Beitrag zur Lehre des Duns Scotus über die Univokation des Seinsbegriffes, en: Philos. Jb. d. Görres-Ges. 20, 1907, 306-323.
Schmaus, M.: Die Quaestio des Petrus Sutton OFM. über die Univokation des Seins, en: Coll. Franc. 3, 1933, 5-25.
Shircel, C. L.: The univocity of the concept of being in the philosophy of John Duns Scot. Washington (Tesis, Cath. Univ.) 1942.
Werner, K.: Die Sprachlogik des Johannes Duns Scotus, en: Sitz-Ber. d. Wiener Akad. 85, 1877, 545-597.

3.8. *Guillermo de Ockham*

3.81. *Bibliografía*

Federhofer, F.: Ein Beitrag zur Bibliographie und Biographie des W. von Ockham, en: Phil. Jb. d. Görres-Ges. 38, 1925, 26-48.
Heynck, V.: Ockham-Literatur 1919-1949, en: Franz. Stud. 32, 1950, 164-183.

3.82. *Exposiciones generales y problemas más importantes en su sistema*

Abbagnano, N.: Guglielmo di Ockham. Lanciano 1931.
Baudry, L.: Guillaume d'Ockham. I. París 1950.
— A propos de la théorie occamiste de la relation, en: AHDLM 9, 1934.
— Les rapports de Guillaume d'Occam et de Walter Burleigh. Ibid.
— Sur trois manuscrits occamiste. Ibid. 9-10, 1935/36, 129-162 [illegible]
Doncoeur, P.: Le nominalisme de Guillaume d'Occam. La théc[illegible] en: Rev. néoscol. de philos. 23, 1921, 5-25.
Giacon, C.: Guglielmo di Occam. 2 vols. Milán 1941.

Hofer, J.: Biographische Studien über Wilhelm von Ockham, en: Archivum Franciscanum Historicum 6, 1913, 211-233, 439-465 y 654-669.
Lindsay, J.: The logic and metaphysics of Occam, en: The Monist 30, Oct. 1920, 521-547.

3.83. *Lógica*

V.: Boehner, Moody, Salamucha, Saw (3.3.).
de Lagarde, G.: Un exemple de logique ockhamiste, en: Rev. du Moyen-âge latin 1, 1945, 237-258.
Menges, M. C.: The concept of univocity regarding the predication of God and creature according to William Ockham. St. Bonaventure (N. Y.), Lovaina, Paderborn 1952.
Moody, E. A.: The logic of William of Ockham. N. York, Londres 1935.
Webering, D.: Theory of demonstration according to William Ockham. St. Bonaventure (N. Y.), Lovaina, Paderborn 1953.
Weinberg, J.: Ockham's conceptualism, en: Philos. Rev. (N. York) 50, 1941, 523-528.

3.9. *Otros Lógicos*

3.91. *Pedro Hispano*

Grabmann, M.: Handschriftliche Forschungen und Funde zu den philosophischen Schriften des Petrus Hispanus, en: Sitz.-Ber. d. Bayer. Akad., phil.-hist. Abt., 1936, 9.
Prantl, C.: M. Psellus und Petrus Hispanus. Leipzig 1867.
Rose, V.: Pseudo-Psellus und Petrus Hispanus, en: Hermes 2, 1867, 146 ss. y 465 ss.
Simonin, H. D.: Les Summulae Logicales de Petrus Hispanus, en: AHDLM 5, 1930, 267-278.
Stapper, R.: Die Summulae Logicales des Petrus Hispanus und ihr Verhältnis zu Michael Psellus, en: Festschrift z. elfhundertj. Jubil. d. dt. Campo Santo in Rom. Friburgo de Br. 1897, 130-138.
— Papst Johannes XXI. Münster de W. 1898.
Thurot, Ch.: Recensión de Geschichte d. Logik im Abendlande, de Prantl, en: Rev. crit. d'hist. et de litt. 1867, 1. Sem., Nr. 13, 194-203.
— Recensión de Michael Psellus und Petrus Hispanus, de Prantl. Ibid. 2. Sem., Nr. 27, 4-11.
— De la logique de Pierre d'Espagne, en: Rev. archéol. 10, 1864, 267-281.

3.92. *Varios*

Baeumker, Cl.: Die "Impossibilia" des Sigers von Brabant, en: Beitr. z. Gesch. d. Philos. d. Mittelalters II. Münster de W. 1898.
Bibliographia Albertina, en: S. Rituum Congregatione (sic), Extensionis... addito doctoris titulo... B. Alberti Magni... Romae 1931.
Doyle, J.: John of St. Thomas and mathematical logic, en: The New Scholasticism 27, 1953, 3-38.
Grabmann, M.: De Thoma Erfordiensi auctore Grammaticae quae Ioanni Duns Scoto adscribitur speculativae, en: Archivum Franciscanum Historicum 15, 1922, 273-277.
— Die italienische Thomistenschule des XIII. und beginnendem XIV. Jahrhunderts, en: Grabmann, Mittelalterl. Geistesleben I, Munich 1926, 332-391.
— Bate, Heinrich (Autor de In An. Post. del Ps.-Scot), en: Lexik. f. Theol. u. Kirche II, Friburgo de Br. 1931, 35.

— Die Stellung des Kardinals Cajetan in der Geschichte des Thomismus und der Thomistenschule, en: Grabmann, Mittelalterl. Geistesleben II, Munich 1936, 602-613. V. tb.: Gazzana y Goergen (3.64.).
— Ein tractatus de universalibus und andere logische Inedita aus dem 12. Jahrh. im Cod. lat. 2486 der Nationalbibliothek in Wien, en: Mediaev. Stud. 9, 1947, 56-70.
— Einzelgestalten aus der mittelalterlichen Dominikaner-und Thomistenschule, en: Grabmann, Mittelalterl. Geistesleben II, Munich 1936, 512-613.
— Forschungen zur Geschichte der ältesten deutschen Thomistenschule des Dominikanerordens. Ibid. I, Munich 1926, 392-431.
— Mitteilungen über Werke des Adam von Bocfeld aus Ms. lat. quart. 906 der Preussischen Staatsbibliothek in Berlin, en: Divus Thomas (Friburgo de S.) 1939, 1.
Minio-Paluello, L.: The "ars disserendi" of Adam of Balsham "Parvipontanus" (Adam de Petit-Pont), en: Mediaev. and Renaiss. Stud. 3, 1954, 116-169.
Reis, L.: The predicables and Predicaments in the Totius Summa logicae Aristotelis. N. York 1936.
Weinberg, J.: Nicolaus of Autrecourt. Princeton 1948.
V. tb.: Palacios (3.64.).

4. PERÍODO DE TRANSICIÓN

4.1. *Generalidades*

4.11. *Bibliografía*

V.: Frischeisen-Köhler/Moog, Windelband (4.12.); Rabus, Ziehen (1.24.).
Lemcke, J.: Versuch einer Jungius-Bibliographie, en: Beiträge zur Jungius-Forschung (Festschrift de la Univ. de Hamburgo), ed. A. Meyer, Hamburgo 1929, 88-93.

4.12. *Exposiciones generales de la filosofía de este período*

Fischer, K.: Geschichte der neueren Philosophie. Mannheim, Heidelberg 1854 ss. Última ed. publ. por el mismo Fischer: Jubiläumsausg. 1897 ss.
Frischeisen-Köhler, M. y W. Moog: Die Philosophie der Neuzeit bis zum Ende des XVIII. Jhs. Basilea 13.ª ed. 1953 (Repr. de la 12.ª ed. de 1924). (T. III de Ueberweg: 1.111.)
Österreich, T. K.: Die deutsche Philosophie des XIX. Jhs. und d. Gegenwart. Basilea 13.ª ed. 1951 (Repr. de la 12.ª ed. de 1924). (T. IV de Ueberweg: 1.111.)
— (Ed.) Die Philosophie des Auslandes vom Beginn des 19. Jhs. bis auf die Gegenwart. Basilea 13.ª ed. 1953 (Repr. de la 12.ª ed. de 1928). (T. V de Ueberweg: 1.111.)
Windelband, W.: Lehrbuch der Geschichte der Philosophie. Ed. H. Heimsoeth. 14.ª ed. aum. Tübingen 1948.

4.2. *Ediciones de textos*

Aemstelredamus, A.: V. Agricola, De inventione 1570.
Agricola, R.: De inventione dialectica. 1480. (Y otras ed. más en el s. XVI).
— Epitome commentariorum dialecticae inventionis Rodolphi Agricolae per Bartolomeum Latomum. Coloniae 1532. (Extracto de la anterior.)

— Libellus de formando studio... cuius auctores sunt... Rod. Agricola, Erasm. Roterodamus, Phil. Melanchthon. Y o. Coloniae 1532.
— De inventione dialectica libri omnes... scholiis illustrati Ioannis Phrissemii, Alardi Aemstelredami, Reinardi Hadamarii, quorum scholia... congressit Ioannes Noviomagus. Coloniae 1570.
Aldrich, H.: Artis logicae compendium. 1691, y numerosas más después.
Alstedius, J. H.: Compendium I: systematis logici; II: gymnasii logici. Herbornae 1611.
— Logicae systema harmonicum... Herbonae Nassov. 1614.
— Compendium logicae harmonicae... Herbornae Nassov. 1615.
— Claris artis Lullianae et verae logices duos in libellos tributa. Argentorati 1633.
Arnauld, A. und P. Nicole: La logique ou l'art de penser. París 1662, Amsterdam 1675.
(—) La logique ou l'art de penser. Nouv. éd., rev. et corr. París (1752). (c).
Bartholinus, C.: Logicae peripateticae praecepta ita perspicue atque breviter scholiis exemplisque illustrata etc. Ed. sexta. Francofurti 1621. (1.ª ed. 1611).
Baynes, T. S.: An essay on the new analytic of logical forms. Edimburgo 1850.
Beneke, F. E.: Syllogismorum analyticorum origines et ordo naturalis. Berolini 1839.
Bentham, G.: Outline of a new system of logic. Londres 1827.
Bentham, J.: Essay on logic, in: The works of J. B., ed. John Bowring, T. VIII, Edimburgo 1843, 213-294.
Bergius, C.: Artificium Aristotelico-Lullio-Rameum, in quo per artem intelligendi, logicam etc. Bregae 1615.
Beurhusius, F.: S. Ramus, Dialecticae libri duo... Francoforti 1591.
— Defensio Petri Rami dialecticae etc. 1588.
— Paedagogia logica (en tres partes). 2.ª parte: Colon. 1588. 3.ª parte: 1596.
Carpentarius (Charpentier) J.: Universae artis disserendi descriptio ex Aristotelis logico organo collecta etc. París 1.ª ed. 1560, 2.ª ed. 1564.
— Animadversiones in libros III institutionum dialecticarum Petri Rami. París 1554.
— Ad expositionem disputationis de methodo, contra Thessalum Ossatum... responsio. París 1564.
— Compendium in communem artem disserendi. París 1565.
Clauberg, J.: Logica vetus et nova. Duisburg 1556, Amstelodami 1654.
— Opera omnia Philosophica. Amstelodami 1691.
— Logica contracta. Tiguri 1700.
Clericus (Leclerc) J.: Logica s. Ars ratiocinandi. Amst. 1698.
Condillac, E. Bonnot de: Logique. París 1780.
Cramer, D.: Disputatio de principiis logicae Aristoteleae partibus... Witebergae 1593.
— Viginti duae disputationes logicae. Vitemb. 1593. (Contra Ramus.)
Crusius, C. A.: De summis rationis principiis. Lips. 1752.
Descartes, R.: Regulae ad directionem ingenii, en: Œuvres de Descartes, ed. Ch. Adam et P. Tannery, X, París 1908.
Dieterich (Dietericus) C.: Epitome praeceptorum dialecticae etc. Lipsiae 1636.
— Institutiones logicae et rhetoricae. Giessae 1609.
Drobisch, M. W.: Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen. 4.ª ed. Leipzig 1875.
Erasmo de Rotterdam: V. Agricola, Libellus.
Erdmann, B.: Logik. T. 1.: Logische Elementarlehre. Halle 1892. 2.ª ed. totalmente refundida. 1907.
Euler, L.: Lettres à une princesse d'Allemagne sur quelques sujets de physique et de philosophie, 1768-1772. Trad. al. Leipzig 1773-1780.
V. tb. Lambert, Briefwechsel zw. L. E. und J. H. Lambert (5.2.).
Fonseca, Petrus: Institutionum dialecticarum libri 8. Coloniae 1623.

Freigius, J. Th.: Ciceronianus Joan. Thomae Freigii in quo: ex Ciceronis monumentis Ratio instituendi locos communes demonstrata... Basileae 1575.

— Trium artium logicarum, grammaticae, dialecticae et rhetoricae breves succinctiae... Basileae 1568.

— Questiones Logicae et Ethicae. Basileae 1574.

— Logicae Rameae triumphus. Basileae 1583.

— Rhetorica, poetica, logica, ad usum rudiorum in epitomen redactae... Noribergae 1585.

Goclenius, R.: Problematum logicorum... pars I-IV. Marpurgi 1590-1595. El mismo, pero partes I-V: 1594-1596.

— Questiones et disputationes logicae. Marpurgi 1594.

— ...partitionum dialecticarum ex Platone, Aristotele, Cicerone, Philippo... et aliis... libri duo. Francofurti 1595, 2.ª ed. 1598.

— Praxis logica ex privatis eius lectionibus. Francofurti 1595. (Viene tb. en la 2.ª ed. de las "partitionum").

— Explicatio quorundam locorum obscuriorum, quae occurrunt in doctrina de ratione solvendi fallaces conclusiunculas. Marpurgi 1597.

— Ratio solvendi vitiosas argumentationes: pars critices: ad institutiones dialecticas pertinens. Marpurgi 1597; 1611.

— ...isagoge in Organum Aristotelis... Francofurti 1598.

— Commentariolus de ratione definiendi. In usum academiae Marpurgensis. Francofurti 1600.

— De tropo definiendi. Marpurg. 1602.

— Institutionum logicarum libri tres. Marpurgi I: 1608, II y III: 1605.

— ...controversiae logicae et philosophiae, ad praxin logicam directae... Marpurgi 1609.

Gredt, J.: Elementa philosophiae aristotelico-thomisticae I. Ed. quinta Friburgi Brisgoviae 1929.

Hadamarius, R.: V. Agricola, De inventione 1570.

Hamilton, W.: Lectures on logic by Sir W. H., I y II en un tomo; Edimburgo, Londres 1860 (Vols. III y IV de las Lectures on Metaphysics and Logic by Sir W. H., ed. H. L. Mansel and John Veitch). El mismo como: Lectures on logic. 2 vols. Edimburgo 1866.

Hermann, C.: Philosophische Grammatik. Leipzig 1858.

Höfler, A.: Logik. 2.ª ed. Viena y Leipzig 1922.

Horneius, C.: Institutiones logicae. 2.ª ed. Francof. 1653.

Husserl, E.: Logische Untersuchungen. 2 vols. Halle 1900-1901. 2.ª ed. refundida, en 3 tomos: Halle 1913-1921 [1].

Itterus, M. A.: Synopsis philosophiae rationalis seu Nucleus praeceptorum logicorum etc. 2.ª ed. Francof. 1660.

Jungius, J.: Logica Hamburgensis. Hamburgi 1635, 1638, 1681 (c).

Kant, I.: Die falsche Spitzfindigkeit der vier syllogistischen Figuren erwiesen. Königsberg 1762.

— Kritik der reinen Vernunft, 2.ª ed. 1787. En: Kants gesammelte Schriften, ed. por la Kgl. Preuss. Akad. d. Wiss., T. 3.° (= Sección 1.ª: Obras, t. 3.°). Berlín 1904.

Keckermann, B.: Gymnasium Logicum. Libri tres. Hannoviae 1608.

— Opera omnia. Genevae 1614.

— Resolutio systematis logici maioris in tabellas pleniores, quam quae antehac fuerunt. Hanoviae 1621.

Keckermann, B.: Systema logicae... Hanoviae 1620. (Hay ed. anteriores.)

— Systema logicae minus. Hanoviae 1618.

[1] Trad. esp. de M. G. Morente y J. Gaos: Investigaciones lógicas, Madrid 1929. [N. d. T.]

Keynes, J. N.: Studies and exercices in formal logic including a generalization of logical processes in their application to complex inferences. 4. ed. re-written and enlarged. Londres 1906. Reimpr. Londres 1928.
Kircher, A.: Ars magna sciendi s. combinatoria. Amstelod. 1669.
— Polygraphia nova et universalis ex combinatoria arte detecta. (Roma) 1663.
Langius, J. C.: Inventum novum quadrati logici universalis in trianguli quoque formam commode redacti. Giss. 1714.
Latomus, Bartolomeus: V. Agricola, Epitome.
Lipps, T.: Grundzüge der Logik. Hamburgo 1893. Reimpr. Leipzig, Hamburgo 1912.
Mansel, H. L.: The limits of a demonstrative science considered in a letter to the Rev. W. Whewell. Oxford 1853.
Martinus, J.: Institutionum logicarum libri VIII. Wittebergae 1610.
— Logicae peripateticae per dichotomias in gratiam Ramistarum resolutae libri II. 4.ª ed. Wittebergae 1614; 5.ª ed. 1616.
— Praelectiones extemporaneae in systema logicum B. Keckermanni. 1617.
Melanchthon, Ph.: Erotemata dialectices. Wittenberg 1541. Neudr. en: Corpus Reformatorum, Halle und Braunschweig 1834 ss., t. XIII.
V. tb. Agricola, Libellus; Ramus, Dialecticae libri duo... Francoforti 1591.
Mill, J. St.: A system of logic rationative and inductive. 2 vols. Londres 1843, 9.ª ed. 1875, ed. popular 1884. Trad. al. por J. Schiel: Braunschweig 1849 y numerosas más.
— Gesammelte Werke. Ed. en al. por Th. Gomperz, Leipzig 1869 ss.
Niphus, A.: Aristotelis Περὶ ἑρμηνείας liber. Parisiis 1540.
Noviomagus, Joh.: V. Agricola, De inventione 1570.
Pesch, T.: Institutiones logicales secundum principia S. Thomae Aquinatis ad usum scholasticum accomodavit T. P. 2 partes, 3 t. (Friburgo de Br.) 1888-1890.
Pfänder, A.: Logik. 2.ª ed. Halle 1929.
Phrissemius, Joh.: V. Agricola, De inventione 1570.
Piscator, J.: Animadversiones in dialecticam P. Rami exemplis Sacr. literarum passim illustratae. 2.ª ed. Francofurt 1582.
Poiret, P.: Tractatus de vera methodo inveniendi verum. Amstelodami 1692.
Ramus, P.: Dialecticae libri duo: et his e regione comparati Philippi Melanthonis (sic!) dialecticae libri quatuor; cum explicationum et collationum notis... auctore Frederico Beurhusio. Editio secunda. Francoforti 1591.
— Petri Rami... dialecticae libri duo... Parisiis 1556. (c).
— Aristoteleae animadversiones. París 1543.
— Schola in liberales artes, grammaticam, rhetoricam, dialecticam, physicam, metaphysicam. Basilea 1569.
— Dialecticae partitiones. (París) 1543. Bajo el título de Institutionum dialecticarum libri III 1553 y bajo el de Dialecticae libri II 1556.
— Institutionum dialecticarum libri III. Parisiis 1549.
— Dialectique. 1555.
— Prooemium reformandae Parisiensis Academiae, en: Opera, Basileae 1569, 1061 ss.
— Defensio pro Aristotele adv. Jac. Schecium. Laus. 1571.
Reid, Th.: A brief account of Aristotle's logic, with remarks, en: The works of Th. R.. Preface, notes... by Sir W. Hamilton... Vol. II. 8.ª ed. Edimburgo 1880, 681-714.
Saurius, M. J.: Syntagmatis logici VI. Stetini 1656.
Scharfius, J.: Manuale logicum. 8.ª ed. Witteberg 1657. Tb. bajo el título de: Medulla manualis logici Scharfiani. 3.ª ed. Jena 1656.
Schegk, J.: De demonstratione libri XV, novum opus, Galeni librorum eiusdem argumenti jacturam resarciens. Basil. 1564.
Scheibler, Ch.: ...opus logicum. Marpurgi Cattorum 1634.

Talaeus, A.: Opera... (En ellas: In Topica Ciceronis ad Trebatium. In Paradoxa ad M. Brutum.) Ed. J. Th. Freigius. Basileae 1576.
Tschirnhaus, E. W. Graf v.: Medicina mentis s. artis inveniendi praecepta generalia. Ams' y otras ciudades.
— ...rhetoricae libri duo, Petri Rami praelectionibus illustrati. Basileae 1569.
Thompson, W.: Outlines on the necessary laws of thought. Londres 1842. 8.ª ed. 1882.
Timplerus, C.: Logicae systema methodicum libris V comprehensum etc. Hanoviae 1612.
— Rhetorica e Petri Rami praelectionibus observata. Francofurti 1579, 1582; Bernae 1616.
Sigwart, Chr. von: Logik. Friburgo de Br. I 1873, II 1878. 2.ª ed. 1889.
Sigwart, H. C. W.: Handbuch zu Vorlesungen über die Logik. Tübingen 1818.
— Handbuch der theoretischen Philosophie. Tübingen 1820.
Snell(ius), R.: Commentarius doctissimus in dialecticam Petri Rami. Sigenae Nassovi 1597. terdam 1687, Leipzig 1695.
Sturmius, J.: Partitionum dialecticorum libri 3. Argentorati 1591.
— Opus logicam quatuor partibus universum hujus artis systema comprehendens. Ed. novissima. Genevae 1651.
Ueberweg, F.: System der Logik und Geschichte der logischen Lehren. 5.ª ed. Bonn 1882.
Valla, L.: Dialecticae disputationes contra Aristotelicos, en: Opera. Basileae 1540.
Vedel(ius), N.: Rationale theologicum seu de necessitate et vero usu principiorum rationis ac philosophiae in controversiis theologicis libri tres. Genevae 1628.
Vives, L.: De disciplinis libri XX. (Amberes) 1531. Coloniae 1536.
— Gesamtausgabe, Valent. Edet. 1785.
Wallis, J.: Institutio logicae. Oxon. 1687, y numerosas más.
Watts, I.: Logic or the rihgt use of reason in the enquiry after truth etc. Londres 1724. (Al.: Leipzig 1765.)
— Supplement to his treatise of logic. Londres 1741.
Weigel, E.: Analysis Aristotelica ex Euclide restituta etc. Jenae 1658.
— Universi corporis pansophici caput summum etc. Jeane 1673.
Weise, Chr.: Doctrina logica. Zittau 1681. Lips., Francof. 1690.
— Nucleus logicae. Zittau 1691. Lips. 1706. Giessen 1712.
— Curieuse Fragen über die Logica. Leipzig 1700.
Wendelinus, M. F.: Logicae Institutiones. Servestae 1648.
Whately, R.: Elements of logic, Londres 1826. 4.ª ed. 1831, 9.ª ed. 1848.
Wilkins, J.: The mathematical and philosophical works of J. W. Londres 1708.
— An essay towards a real character and a philosophical language; an alphabetical dictionary. Londres 1668.
Wolff, Chr.: Vernünftige Gedanken von den Kräften des menschlichen Verstandes und ihrem richtigen Gebrauch in der Erkenntnis der Wahrteit. Halle 1712, 1754.
Wundt, W.: Logik. Stuttgart 1911-20.

4.3. *Literatura*

Anschutz, R. P.: The logic of J. St. Mill, en: Mind 58, 1949, 277-305.
Beth, E. W.: Kants Einteilung der Urteile in analytische und synthetische, en: Alg. Nederl. Tijdschr. v. Wijsb. en Psych. 46, 1953/54.
— Nieuwentyt's significance for the philosophy of science, en: Synthese, 1955.
Broad, C. D.: Dr. J. N. Keynes, en: Nature 164, 1949, 1031 s.
Dürr, K.: Die Entwicklung der Dialektik (1.23.).
— Les diagrammes logiques de Leonhard Euler et de John Venn, en: Actes Xme Congr. Int. de Philos., Amsterdam 1949, 720 s.
— Die Syllogistik des Johannes Hospinianus, en: Synthese (Bussum, Holanda) 9, 5, 472-484.

Faust, A.: Die Dialektik Rudolf Agricolas, en: Arch. f. Gesch. d. Philos. 34, 1922, 117-135.
Göldel, R. W.: Die Lehre von der Identität in der deutschen Logik-Wissenschaft seit Lotze... Mit einer Bibliographie zur... Identitäts-Lehre... seit der Mitte des 19. Jahrh. Leipzig 1935.
Kückelhahn, L.: Johannes Sturm. Leipzig 1872.
Meyer-Abich, A.: Joachim Jungius — ein Philosoph vor Leibniz, en: Beiträge zur Leibniz-Forschung I, Reutlingen 1947, 138-152.
Noel, G.: Logique de Condillac. París 1902.
Pró, D. F.: La concepción de la lógica en Aristóteles, Santo Tomás y Hegel, en: Philosophia (Mendoza) 2, 1945, 229-263; 3, 1946, 71-78 y 275-290.
Schmidt, C.: La vie et les travaux de Jean Sturm. Strasbourg 1855.
Stammler, G.: Deutsche Logikarbeit seit Hegels Tod als Kampf von Mensch, Ding und Wahrheit. I: Berlín 1936.
Ushenko, A.: The logics of Hegel and Russell, in: Philos. and. phenomenol. research 10, 1949, 107-114.
Wojtowicz, T.: Die Logik von Johann Jakob Breitinger 1701-1776. (Tesis, Zürich) París 1947.

5. LA FORMA MATEMÁTICA DE LA LÓGICA[1]

5.1. *Generalidades*

5.11. *Bibliografía*

Anónimo: Notice biographique (Biografía y bibliografía de Feys), en: Synthese 7, 1948/49, 447-452.
Beth, E. W.: Logica en grondslagenonderzoek 1940-1945 (Lógica lagenforschung 1940-1945), en: Alg. Nederl. Tijdschr. v. Wijsb. en Psych. 38, 1946, 103-108.
— Symbolische Logik und Grundlegung der exakten Wissenschaften. BESP 3. Berna 1948.
Church, A.: A bibliography of symbolic logic, en: JSL 1, 1936, 121-218.
— A bibliography of symbolic logic —Part II, en: JSL 3, 1938, 178-212. Sep.: Providence (R. I.) 1939.
— Brief bibliography of formal logic, en: Proc. of the Amer. Acad. of Arts and Sciences 80, 1952, 155-172.
Denonn, L. E.: Bibliography of the writings of Bertrand Russell to 1944. En: The philos. of B. Russell. Ed. by P. A. Schilpp. Evanston, Chicago 1944, 743-790.
Dürr, K.: Der logische Positivismus. BESP 11. Bernal 1948.
Feigl, H.: Selected bibliography of logical empiricism, en: Rev. int. de philos. (Bruselas) 4, 1950, 95-102.
Fraenkel, A.: Einleitung in die Mengenlehre. Berlín, 2.ª ed. 1923, 3.ª ed. 1928.
Henle, P., H. M. Kallen, S. K. Langer (ed.): Henry M. Sheffer. A bibliography, en: Structure, method and meaning. Essays in honor of Henry M. Sheffer. N. York 1951, XV s.

---

1 En Lógica matemática no es fácil separar la investigación histórica de la sistemática. Para la Lógica matemática hay ya una ejemplar bibliografía debida a A. Church. Por ello esta 5.ª sección se va a limitar a consignar, (1) las obras citadas en la presente Historia de la Lógica, (2) las consideradas de mayor importancia, (3) las que tienen un carácter expresamente histórico.

Para las obras escritas en lenguas no internacionales, se ha de tener en cuenta que casi todo lo citado a partir de 1936 viene reseñado en el JSL.

Leggett, H. W.: Bertrand Russell (v. más abajo: 5.7.).
Lewis, C. I.: A survey of symbolic logic (v. más abajo: 5.2.).
Lowe, V. und R. C. Baldwin: Bibliography of the writings of Alfred North Whitehead to November, 1941 (with selected reviews). En: The philos. of A. N. Whitehead. Ed. by P. A. Schilpp. Evanston, Chicago 1941, 703-725.
Mac Lane, S.: Symbolic logic, en: The Amer. math. monthly 46, 1939, 289-296.
Martin, N. M.: Postscript. En: J. Jørgensen, The development of logical empiricism, Chicago 1951, 91-99.
Schröder, E.: Vorlesungen über die Algebra der Logik (Lógica exacta), I y II/2. (5.2.)
Venn, J.: Symbolic logic. Londres 1881. 2.ª ed. 1894.
Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik. Ed. G. Asser y K. Schröter. Berlín.

5.12. *Historia de la Filosofía y de la Matemática*

Schmidt, A.: Matematische Grundlagenforschung (Eneid. de las ciencias matem. T. I, parte I, 2). Leipzig 1950. (En ella viene bibliogr.)

5.2. *Textos*

Ajdukiewicz, K.: Die syntaktische Konnexität, en: Studia philos. (Leopoli) 1, 1935, 1-27.
Behmann, H.: Beiträge zur Algebra der Logik, en: Math. Annalen 86, 1922, 163-229.
Bocheński, I. M.: On the categorical syllogism, en: Dom. Stud. 1, 1948, 35-57.
Bolzano, B.: Wissenschaftslehre. 4 vols. 2.ª ed. mejorada, ed. W. Schultz, Leipzig I-II 1929, III 1930, IV 1931.
Boole, G.: Collected logical works. Ed. P. E. B. Jourdain. 2 vols. Chicago, N. York 1916. 2.ª ed. 1940. 3.ª ed. N. York 1951.
— The mathematical analysis of logic, being an essay toward a calculus of deductive reasoning. Londres, Cambridge 1847. Reimpr. en: G. Boole's Coll. log. works; y: Oxford 1948, 1951 (c).
— The calculus of logic, en: The Cambridge and Dublin math. Journal 3, 1848, 183-198. Reimpr. en: G. Boole's Coll. log. works I.
— An investigation of the laws of thought, on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities. Londres 1854. Reimpr. ibid.
— Studies in logic and probability. Ed. R. Rhees. London 1952.
Brouwer, L. E. J.: Over de grondslagen der wiskunde (Sobre los fundamentos de la Matemática). (Dis.) Amsterdam, Leipzig 1907.
— De onbetrouwbaarheit der logische principes (de los principios lógicos), en: Tijdschr. v. wijsbeg. 2, 1908, 152-158. Reimpr. en: Brouwer, Wiskunde-waarheid-werkelijkheid, Groningen 1919.
— Intuitionisme en formalisme. Groningen 1912. Reimpr. ibid. Trad. ingl. de A. Dresden: Intuitionism and formalism, en: Bull. Amer. Math. Soc. 20, 1913-1914, 81-96.
— Begründung der Mengenlehre unabhängig vom logischen Satz vom ausgeschlossenen Dritten, en: Verh. Kon. Akad. Amsterdam (Sect. 1) 12, 5, 1918 y 12, 7, 1919.
— Intuitionistische Betrachtungen über den Formalismus, en: Sitz.-Ber. Preuss. Akad., Phys.-math. Kl., 1928, 48-52. Tb. en: Kon. Akad. Amsterdam, Proc., 31, 1928, 374-379.
Burali-Forti, C.: Una questione sui numeri transfiniti, en: Rend. Circolo Matem. Palermo 11, 1897, 154-164.
Carnap, R.: Logische Syntax der Sprache. Viena 1934. Trad. ingl.: The logical syntax of language. N. York 1937.
— Introduction to semantics. Cambridge (Mass.) 1942 (o 46).

Carnap, R.: Meaning and necessity. A study in semantics and modal logic. Chicago 1947.
Castillon, G. F.: Mémoire sur un nouvel algorithme logique, en: Mém. Acad. R. Sc. et Belles-Lettres (Berlín) 53, 1805, Cl. de philos. spéc., 3-24.
Chwisteck, L.: Zasada sprzeczności w świetle nowszych badań Bertranda Russella (El principio de contradicción a la luz de las nuevas investigaciones de Bertrand Russell), en: Rozpr. Akad. Um. (Cracovia), Wydz. hist.-filoz. 2, Ser. 30, 1912, 270-334.
— Antynomje logiki formalnej, en: Przegl. filoz. 24, 1921, 164-171.
— Über die Antinomien der Prinzipien der Mathematik, en: Math. Zeitschr. 14, 1922, 236-243.
— Zasady czystej teorji typów (Principios de la teoría pura de los tipos), en: Przegl. filoz. 25, 1922, 359-391.
— The theory of constructive types, en: Roczn. Pol. Tow. Matem. 2, 1924, 9-48; 3, 1925, 92-141.
— Über die Hypothesen der Mengenlehre. En: Math. Zeitschr. 25, 1926, 439-473.
— The limits of science. Trad. de H. C. Brodie y A. P. Coleman. Introd. y apéndice de H. C. Brodie. Londres 1947, N. York 1948.
Couturat, L.: Besp. v. Schröder, Vorlesungen über die Algebra der Logik, T. I y II/1, en: Bull. d. sc. mathém., 2. S., 24, 1900, 49-68.
Curry, H. B.: Grundlagen der kombinatorischen Logik, en: Amer. journ. of math. 52, 1930, 509-536 y 789-834.
Delboeuf, J. R. L.: Logique algorithmique, en: Rev. philos. de la Fr. et de l'Etr., 1876, 225-252, 335-355 y 545-595. Reimpr. Lieja, Bruselas 1877.
De Morgan, A.: Formal logic or the calculus of inference, necessary and probable. Londres 1847. Reimpr. (ed A. E. Taylor) Chicago, Londres 1926.
— On the symbols of logic, the theory of syllogism, and in particular of the copula, and the application of the theory of probabilities to some questions of evidence, en: Trans. Cambr. Philos. Soc. 9, 1856, 79-127.
— On the syllogism, no. III, and on logic in general. 10, 1864, 173-230.
— On the syllogism, no. IV, and on the logic of relations. Ibid 331-358.
Ellis, R. L.: The mathematical and other writings of Robert Leslie E. Ed. W. Walton. Cambridge 1863.
— Notes on Boole's Laws of Thought. Ibid. 391-393.
Frege, G.: Rechnungsmethoden, die sich auf eine Erweiterung des Grössenbegriffes gründen. (Trabajo de habilit.) Jena 1874.
— Über eine Weise, die Gestalt eines Dreiecks als complexe Grösse aufzufassen, en: Jenaische Zeitschr. f. Naturwiss. 12, 1878. Suplemento, pág. XVII.
— Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle 1879.
— Über Anwendungen der Begriffsschrift, en: Sitz.-Ber. Jenaisch. Ges. f. Medizin u. Naturwiss. für das Jahr 1879, 29-33.
— Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift, en: Zeitschr. f. Philos. u. philos. Krit. 81, 1882, 48-56.
— Über den Zweck der Begriffsschrift, en: Jenaische Zeitschr. f. Naturwiss. 16, 1883, Suplemento, 1-10.
— Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Breslau 1884. Reimpr. Breslau 1934 (c). Ed. al. e ingl.: The Foundations of Arithmetic. Trad. J. L. Austin. Oxford 1950. Trad. de diversos pasajes por Jourdain en: The Monist 25, 1915, 481-494; 26, 1916, 182-199; 27, 1917, 114-127. V.: Frege, Aritmetica e logica.
— Über formale Theorien der Arithmetik, en: Jenaische Zeitschr. f. Naturwiss. 19, 1886, Suplemento, 94-104.

— Über das Trägheitsgesetz, en: Zeitschr. f. Philos. u. philos. Krit. 98, 1891, 145-161.
— Function und Begriff. Jena 1891.
— Über Sinn und Bedeutung, en: Zeitschr. f. Philos. u. philos. Krit. 100, 1892, 25-50. Trad. ingl. de M. Black en: Philos. Rev. 57, 1948, 207-230.
— Über Begriff und Gegenstand, en: Vierteljahrschr. f. wiss. Philos. 16, 1892, 192-205. Trad. ingl. de P. Geach: On concept and object, en: Mind 60, 1951, 169-180.
— Le nombre entier, en: Rev. de métaph. et de mor. 3, 1895, 73-78.
— Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik, en: Arch. f. syst. Philos. 1, 1895, 433-456.
— Über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene, en: Ber. d. math.-phys. Cl. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. 48, 1897, 361-378.
— Lettera del sig. G. Frege all'Editore (fechada en Jena, el 29. Sept. 1896), en: Rev. de mathém. (Riv. di matem.) 6, 1896-1899, 53-59.
— Über die Zahlen des Herrn H. Schubert. Jena 1899.
— Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet. 2 vols. Jena 1893-1903. §§ 86-137 trad. ingl.: Frege against the formalists, en: Philos. Rev. 59, 1950, 70-93, 202-220 y 332-345.
— Über die Grundlagen der Geometrie I, en: Jahrbücher d. Dt. Mathem.-Ver. 12, 1903, 319-324; II: 368-375; III/1: 15, 1906, 293-309; III/2: 377-403; III/3: 423-430.
— Was ist eine Funktion? En: Boltzmann-Festschrift, Leipzig 1904, 656-666.
— Antwort auf die Ferienplauderei des Hernn Thomae, en: Jahresber. d. Dt. Mathem.-Ver. 15, 1906, 586-590.
— Die Unmöglichkeit der Thomaeschen formalen Arithmetik aufs Neue nachgewiesen. Ibid. 17, 1908, 52-55.
— Schlussbemerkung. Ibid. pág. 56.
— Über Logik und Mathematik. (Ed. primavera de 1914). Abschr. im Inst. f. math. Log. u. Grundlagenforschung in Münster i. W.
— Logische Untersuchungen. Dritter Teil: Gedankengefüge, en: Beitr. z. Philos. d. Dt. Idealismus 3, 1923, 36-51.
— Ein unbekannter Brief von Gottlob Frege über Hilberts erste Vorlesung über die Grundlagen der Geometrie. Ed. por Max Steck, en: Sitz.-Ber. Heidelb. Akad. d. Wiss., Math.-naturw. Kl. 1940, 6; 1940.
— Unbekannte Briefe Freges über die Grundlagen der Geometrie und Antwortbriefe Hilberts an Frege. Aus dem Nachlass von Heinrich Liebmann hrsg. und mit Anmerkungen versehen v. Max Steck. Ibid. 1941, 2. Abhdlg. Heidelberg 1941.
— Translations from the philosophical writings of G. F. Ed. P. Geach and M. Black. Oxford, N. York 1952.
— The fundamental laws of Arithmetic. Trad. de las Grundgesetze d. Arithmetik por J. Stachelroth y P. E. B. Jourdain, en: The Monist 25, 1915, 481 ss.
— Aritmetica e logica. Traduzione e note del Prof. L. Geymonat. Torino 1948. Páginas 15-187: I fondamenti dell'aritmetica.
Numerosas notas sobre Frege en: Jourdain, The development.
Gentzen, G.: Über die Existenz unabhängiger Axiomensysteme zu unendlichen Satzsystemen, en: Math. Annalen 107, 1932, 329-350.
— Untersuchungen über das logische Schliessen, en: Math. Zeitschr. 39, 1934, 176-210 y 405-431.
Gergonne, J. D.: Essai de dialectique rationelle, en: Annales de mathém. pures et appl. 7, 1816/17, 189-228.
Gödel, K.: Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls, en: Monatsh. f. Mathem. u. Phys. 37, 1930, 349-360.

— Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme. Ibid. 38, 1931, 173-198. Trad. ingl. Princeton 1934.

Gonseth, F. (Ed.): Les entretiens de Zurich. Zurich 1941.

Grassmann, R.: Die Begriffslehre oder Logik. 2. Buch der Formenlehre oder Mathematik. Stettin 1872.

— Die Logik und die andern logischen Wissenschaften. Stettin 1890.

Hadamard, J.; Baire; Lebesgue; Borel, E.: Cinq lettres sur la théorie des ensembles, en: Bull. de la Soc. Mathém. de France 33, 1905, 261-273. Reimpr. en: Borel, Leçons sur la théorie des fonctions, París, 2.ª ed. 1914, 3.ª ed. 1928, 150-160.

Herbrand, J.: Recherches sur la théorie de la démonstration. (Trav. Soc. d. Sc. et d. Lettres de Varsovie, Cl. III: Sc. mathém. et phys., Nr. 33) 1930.

— Sur la non-contradiction de l'arithmétique, en: Journ. f. d. reine u. ang. Mathem. 166, 1931/32, 1-8.

Heyting, A.: Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik, en: Sitz.-Ber. d. Preuss. Akad. d. Wiss., phys.-math. Kl. 1930, 42-57. Sep.: Berlín 1930 (c).

— Die formalen Regeln der intuitionistischen Mathematik. Ibid. 57-71 y 158-169.

— Mathematische Grundlagenforschung, Intuitionismus, Beweistheorie. Berlín 1934.

Hilbert, D.: Über die Grundlagen der Logik und der Arithmetik, en: Verh. d. 3. Int. Mathem.-Kongr. Leipzig 1905, 174-185. Reimpr. en: Hilbert, Grundlagen der Geometrie. Berlín, Leipzig: 3.ª y 4.ª ed. 1913, 5.ª y 6.ª ed. 1923, 243 258; 7.ª ed. 1930, 247-261. Trad fr. de P. Boutroux: Sur les fondements de la logique et de l'arithmétique, en: L'Enseignem. math. 7, 1905, 89-103. Trad. ingl. de G. B. Halsted: On the foundations of logic and arithmetic, en: The Monist 15, 1905, 338-352.

— Axiomatisches Denken, en: Math. Annalen 78, 1918, 405-415. Reimpr. en: Ges. Abhandlungen III, Berlín 1935, 146-156. Trad. fr. en: L'Enseignem. math. 20, 1918/19, 122-136. Trad. hol. en: Wiskundig tijdschr. (Haarlem) 16, 1919/20, 208-222.

— Neubegründung der Mathematik, en: Abh. a. d. Math. Semin. d. Hamb. Univ. 1, 1922, 157-177. Reimpr. en: Ges. Abh. III, Berlín 1935, 157-177.

— Die logischen Grundlagen der Mathematik, en: Math. Annalen 88, 1923, 151-165. Sep. Berlín 1922. Reimpr. en: Ges. Abh. III, Berlín 1935, 178-191.

— Über das Unendliche, en: Math. Annalen 95, 1926, 161-190. Reimpr. parcial en: Jahresb. d. Dt. Mathem.-Ver. 36, 1927, 201-216; y en; Hilbert, Grundlagen der Geometrie, 7.ª ed. Leipzig, Berlín 1930, 262-288.

— Die Grundlagen der Mathematik, mit einer Anmerkung von P. Bernays und einer Antwort... von H. Weyl, en: Abh. a. d. Math. Semin. d. Hamb. Univ. 6, 1928, 65-85. Sep. Leipzig 1928. Reimpr. en: Hilbert, Grundl. d. Geometrie, 7.ª ed. Leipzig, Berlín 1930, 289-312.

— y P. Bernays: Grundlagen der Mathematik. 2 vols. Berlín 1934-1939. Reimpr. An. Arbor 1944.

— y W. Ackermann: Grundzüge der theoretischen Logik. Berlín 1928. 3.ª ed. 1949. V. tb. Frege, Unbekannte Briefe...

Hobbes, Th.: Elementorum philosophiae sectio prima de Corpore. Londres 1655. Trad. ingl. 1656.

— Opera philosophica quae latine scripsit I. Ed. Molesworth. Londres 1839 (c).

Holland, G. J. v.: Abhandlung über die Mathematik, die allgemeine Zeichen-Kunst und die verschiedenen Rechnungsarten. Tübingen 1764.

— Briefe an J. H. Lambert. En: J. H. Lamberts Deutscher Gelehrter Briefwechsel I. Ed. J. Bernoulli. Berlín 1781.

Huntington, E. V.: Sets of independent postulates for the algebra of logic, en: Transact. of the Amer. Math. Soc. 5, 1904, 288-309.

Jaśkowski, St.: On the rules of suppositions in formal logic. Varsovia 1934.

Jevons, W. St.: Elementary lessons in logic. Londres 1870 (y numerosas ed. más). Trad. al de la 22.ª ed. original por H. Kleinpeter. 1.ª ed. Leipzig 1906. 2.ª ed. revisada, con un apénd. sobre Lógica moderna: Leipzig 1913.
— Pure logic, or the logic of quality apart from quantity. London, New York 1864. Neudr. en: Pure logic and other minor works. Ed. R. Adamson und H. A. Jevons, London, New York 1890, 1-77 (c).
— The principles of science. 2 vols. Londres 1874. 2 t. en un vol. N. York 1875; 2.ª ed. Londres, N. York 1877; 3.ª ed. Londres 1879.
Jourdain, P. E. B.: The development of the theories of mathematical logic and the principles of mathematics, en: The quart. journ. of pure and appl. math. 41, 1910, 324-352; 43, 1912, 219-314; 44, 1913, 113-128.
Kleene, S. C.: Proof by cases in formal logic, en: Annals of mathematics, 2.ª ser., 35, 1934, 529-544.
— A theory of positive integers in formal logic, en: Amer. journ. of math. 57, 1935, 153-173 y 219-244.
— und J. B. Rosser: The inconsistency of certain formal logics, en: Annals of mathematics, 2. ser., 36, 1935, 630-636.
König, J.: Neue Grundlagen der Logik, Arithmetik und Mengenlehre. Leipzig 1914.
Kotarbiński, T.: Elementy teorii poznania, logiki formalnej i metodologii nauk (Elementos de epistemología, Lógica formal y metodología de las ciencias). Lwów 1929.
Ladd (-Franklin), Chr.: On the algebra of logic. En: Stud. in logic by members of the Johns Hopkins Univ. Boston 1883, 17-71.
Lambert, J. H.: Opera Mathematica. Ed. A. Speiser. Zurich, I: 1946, II: 1948.
— Neues Organon. 2 t. (en 4 vols.). Leipzig 1764.
— De universaliori calculi idea, disquisitio, una cum adnexo specimine, en: Nova acta eruditorum, Leipzig 1765, 441-473.
— Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung. Theile 1, 2 (1 y 2), 3: Berlín 1765-1772.
— Anlage zur Architectonic, oder Theorie des Ersten und des Einfachen in der philosophischen und mathematischen Erkenntniss. 2 vol. Riga 1771.
— Sechs Versuche einer Zeichenkunst in der Vernunflehre, en: J. H. Lamberts log. u. philos. Abhdlgen. I. Entregado a la impr. por Joh. Bernoulli, Berlín 1782, Nr. 1-6.
— Monatsbuch mit den zugehörigen Kommentaren sowie mit einem Vorwort über den Stand der Lambert-Forschung, ed. K. Bopp, en: Abhdlg. d. Kgl. bayer. Akad. d. Wiss., Math.-Phys. Kl., 27, Munich 1915.
— Über die Methode, die Metaphysik, Theologie und Moral richtiger zu beweisen. Ed. K. Bopp. (Kantstudien Ergänzungsh. 42). Berlín 1918.
— Briefwechsel zwischen Leonhard Euler und J. H. Lambert. Berlín 1924.
Leibniz, G. W.: Manuscrito Bibl. Hannover Phil. VII B IV. Reprod. en: Cout. Op. 295 ss.
— Die philosophischen Schriften. Ed. C. I. Gerhardt. 7 vols. Berlín 1875-1890 (= GP).
— Mathematische Schriften. Ed. C. I. Gerhardt. 7 vols. Berlín, Halle 1849-1863 (= GM).
— Opuscules et fragments inédits de Leibniz. Ed. L. Couturat. París 1903 (= Cout. Op.).
— Lettres et fragments inédits sur les problèmes philosophiques (1669-1704), éd. Schrecker. París 1934.
— Selections. Ed. Ph. P. Wiener. N. York 1951.
— Tratado sobre las Characteristica universalia, sin título, en: GP VII, 184-189.
— Dissertatio de arte combinatoria. Frankfurt del M. 1690. Reimpr. en: GP IV, 27-102 (c).
— Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis, en: GP VII, 228-235. Trad. ingl. en: Lewis, A survey, 373-379.
— Specimen calculi universalis. Z. T. en: GP VII, 218-221; otra parte en: Cout. Op. 239-243.

— Ad specimen calculi universalis addenda. Reprod. parcial en: GP VII, 221-227; otra parte en: Cout. Op. 249.
— Fragmento. En: GP VII, 236-247. Trad. ingl. en: Lewis, A survey, 379-387.
— Generales inquisitiones de analysi notionum et veritatum (fechado en 1686), en: Cout. Op. 356-399.
Leibniz, G. W.: De formae logicae comprobatione per linearum ductus, en: Cout. Op. 292-321.
— Brief an Galloys (1677), en: GM (sec. 1.ª) I. Londres, Berlín 1850, 178-182. Reprod. parcial en: GP VII, 21 s.
— an C. Rödeken in Berlin, 1708, en: GP VII, 32 s.
— Brief an den Herzog Johann Friedrich, en: GP I, 57-64. Y reprod. parcial en: Couturat, Log. (5.413.), 83, n. 1.
— Briefan Remond, en: GP III, 618-621 y reprod. parcial en: Couturat, Log. 39, n. 2.
— Tratado sin título, adelanto de trabajo en: GP VII, 198-203.
— Tratado sin título, adelanto de trabajo en: GP VII, 204-207.
— De ortu, progressu et natura algebrae, nonnullisque aliorum et propriis circa eam inventis, en: GM VII (sec. 2.ª, III), 203-216.
— De formis syllogismorum mathematice definiendis, en: Cout. Op. 410-416. Texto tb. en: Couturat, Log. (5.413.).
Leśniewski, St.: Grundzüge eines neuen Systems der Grundlagen der Mathematik, en: Fund. math. 14, 1929, 1-81.
— Über die Grundlagen der Ontologie, en: Comptes rend. séances Soc. d. Sciences et d. Lettres de Varsovie, cl. III, 23, 1930, 111-132.
Lewis, C. I.: Implication and the algebra of logic, en: Mind, 21, 1912, 522-531.
— A survey of symbolic logic. Berkeley 1918.
— Strict implication — an emmendation, en: The Journ. of Philos., Psychol., and Scient. Meth. 17, 1920, 300-302.
— Notes on the logic of intension, en: Structure method and meaning, essays in honor of H. M. Sheffer. Ed. H. Henke and others. N. York 1951, 25-34.
— y C. H. Langford: Symbolic logic. N. York, Londres 1932.
Löwenheim, L.: Ueber Möglichkeiten im Relativkalkül, en: Math. Annalen 76, 1915, 447-470.
Łukasiewicz, J.: O logice trójwartościowej (Acerca de la Lógica trivalente), en: Ruch filos. (Lwów) 5, 1920, 169-171.
— Logika dwuwartościowa (Lógica bivalente), en: Przegl filoz. 23, 1921, 189-205.
— Elementy logiki matematycznej (Elementos de Lógica matemática). Varsovia 1929 (litogr.).
— Philosophische Bemerkungen zu mehrwertigen Systemen des Aussagenkalküls, en: Comptes rend. séances. Soc. d. Sciences et d. Lettres de Varsovie, cl. III, 23, 1930, 51-77.
— Bedeutung der logischen Analyse für die Erkenntnis, en: Actes du 8. Congr. Int. de Philos. à Prague. (Praga) 1936, 75-84.
— A system of modal logic, en: The Journal of Comp. Syst. (St. Paul, Minn.) 1, 1953, 111-149.
— Arithmetic and modal logic. Ibid. 1, 1954, 213-219.
— y A. Tarski: Untersuchungen über den Aussagenkalkül, en: Comptes rend. séances Soc. d. Sciences et d. Lettres de Varsovie, cl. III, 23, 1930, 30-50.
Lulio, Raimundo: Ars magna et ultima, en: Raymundi Lulli opera ea quae ad adinventam ab ipso artem universalem... pertinent. Argentorati 1617, 218-663.
Maimon, S.: Versuch einer neuen Logik oder Theorie des Denkens. Berlín 1794. Reimpr.: Berlín 1912.
McColl, H.: The calculus of equivalent statements and integration limits, en: Proc. of the London Math. Soc. 9, 1877/78, 9-20 y 177-186; 10, 1878/79, 16-28; 11, 1879/80, 113-121.

— Symbolic reasoning (VI), en: Mind 14, 1905, 74-81.
— Symbolic logic and its applications. Londres 1906.
Meinong, A.: Über Gegenstandstheorie, en: Untersuchungen zur Gegenstandstheorie und Psychologie. Leipzig 1904, 1-50.
— Über Annahmen. 2.ª ed. refundida. Leipzig 1910.
Mitchell, O. H.: On a new algebra of logic, en: Stud. in logic by membres of the Johns Hopkins Univ. Boston 1883, 72 ss.
Morris, C. W.: Foundation of the theory of signs. Chicago 1938.
— Signs, language, and behavior. N. York 1946.
Nicod, J. G. P.: A reduction in the number of the primitive propositions of logic, en: Proc. Cambr. Philos. Soc. 19, 1917-1920, 32-41.
Peano, G.: Arithmetices principia, novo methodo exposita. Augustae Taurinorum (Turín) 1889.
— Sul concetto di numero, en: Riv. di mat. (Turín) 1, 1891, 87-102 y 256-267.
— Notations de logique mathématique. Introduction au Formulaire de Mathématique. Turín 1894.
— Studii di logica matematica, en: Atti d. R. Accad. d. Scienze di Torino 32, 1897, 565-583.
— Formulaire de mathématiques 2, § 1: Logique mathématique. Turín 1897.
— Formulaire de mathématiques 2, § 2: Arithmétique. Turín 1898.
— Formulaire de mathématiques 2, § 3: Logique mathématique — Arithmétique — Limites — Nombres complexes — Vecteurs — Dérivées — Intégrales. Turín 1899.
— Formulaire mathématique 4. Turín 1902.
— Formulario mathematico 5. Turín 1905-1908.
Peirce, C. S.: Collected Papers. Ed. C. Hartshorne y P. Weiss. III-V: Cambridge (Mass.) 1933-1934 (= CP).
— On an improvement in Boole's calculus of logic, en: Proc. of the Amer. Acad. of Arts and Sciences 7, 1867, 250-261. Reimpr. en: CP III, 3-15 (c).
— Grounds of validity of the laws of logic: Further consequences of four incapacities, en: The journal of spec. philos. 2, 1868/69, 193-208. Reimpr. corregida en: CP V, 190-222 (c).
— Description of a notation for the logic of relatives, resulting from an amplification of the conceptions of Boole's calculus of logic, en: Memois of the Amer. Acad. 9, 1870, 317-378. Sep.: Cambridge (Mass.) 1870. Reimpr. en: CP III, 27-98 (c).
— A Boolian algebra with one constant (alrededor de 1880), en: CP IV, 13-18.
— On the algebra of logic. Chapter I: Syllogistic. Chapter II: The logic of non-relative terms. Chapter III: The logic of relatives, en: The Amer. Journal of Math. 3, 1880, 15-57. Reimpr. mejorada en: CP III, 104-157.
— On the logic of number. Ibid. 4, 1881, 85-95. Reimpr. mejorada en: CP III, 158-170.
— A theory of probable inference. Note B: The logic of relatives, en: Stud. in logic by members of the Johns Hopkins Univ. Boston 1883, 187-203. Reimpr. en: CP III, 195-206 (c).
— On the algebra of logic. A contribution to the philosophy of notation, en: The Amer. Journal of Math. 7, 1885, 180-202. Sep. en: CP III, 210-249 (con la "Note" antes inédita: 239-249) (c).
— The critic of arguments, en: The Open Court 6, 1892, 3391-3394 y 3416-3418. Reimpr. en: CP III, 250-256 (c).
— The regenerated logic, en: The Monist 7, 1896, 19-40. Reimpr. en: CP III, 266-287 (c).
— The logic of relatives, en: The Monist 7, 1897, 161-217. Reimpr. en: CP III, 288-345 (c)
— The simplest mathematics (1902), en: CP IV, 189-262.

Ploucquet, G.: Sammlung der Schriften, welche den logischen Calcul des Herrn Professor Ploucquet betreffen, mit neuen Zusätzen ed. por Fr. A. Bök. Frankfurt, Leipzig 1766, Tübingen 1773.

— Methodus tam demonstrandi directe omnes syllogismorum species, quam vitia formae detegendi ope unius regulae. 1763. Reimpr. en: Sammlung der Schriften, ed. Bök.

Methodus calculandi in logicis, praemissa commentatione de arte characteristica. (Frankfurt, Leipzig) 1763. Reimpr. en: Godofredi Ploucquet Principia de substantiis et phaenomenis, 2.ª ed. (Frankfurt, Leipzig) 1764. Tb. en: Sammlung der Schriften, hrsg. Bök.

Plouquet, G.: Untersuchung und Abänderung der logicalischen Constructionen des Herrn Professors Lambert. Tübingen 1765. Reimpr. en Sammlung der Schriften, ed. Bök.

Post, E. L.: Introduction to a general theory of elementary propositions, en: The Amer. Journal of Math. 43, 1921, 163-185.

Raimundo Lulio: v. Lulio, Raimundo, p. 520.

Ramsay, F. P.: The foundations of mathematics, en: Proc. of the London Math. Soc., 2. Ser., 25, 1926, 338-384. Reimpr. en: The found, of math. and other log. essays. Londres 1931; 2.ª ed. 1950, 1-61 (c).

Reichenbach, H.: Philosophic foundations of quantum mechanics. Berkeley, Los Angeles 1944. 2.ª ed. 1946.

— Nomological statements and admissible operations. Amsterdam 1953.

Richard, J.: Les principes des mathématiques et le problème des ensembles, en: Rev. gén. des sciences pures et appl. 16, 1905, 541 ss.

— Lettre à Monsieur le rédacteur de la Revue générale des sciences pures et appliquées (Reimpr. parcial del anterior), en: Acta Math. 30, 1906, 295 s. (c).

— Sur la logique et la notion de nombre entier, en: L'Enseignem. math. 9, 1907, 39-44.

Rosser, J. B.: A mathematical logic without variables, en: Annals of mathematics, 2. ser., 36, 1935, 127-150; y en: Duke mathematical journal 1, 1935, 328-355.
V. tb. Kleene y Rosser.

Russell, B.: Sur la logique des relations avec des applications à la théorie des séries, en: Rev. de math. (Riv. di mat.) 7, 1900-1901, 115-148.

— Existence and being, en: Mind 10, 1901, 330 s. Reprod. en: Russell, The principles 449 (c).

— The principles of mathematics. Londres 1903. 2.ª ed. Londres 1937 y reimpr. 1942, 1948, 1950 [1].

— On denoting, en: Mind 14, 1905, 479 493 (c). Tb. en: Readings in philos. analysis. Sel. and ed. H. Feigl y W. Sellars. N. York 1949, 103-115.

— Mathematical logic as based on the theory of types, en: The Amer. Journal of Math. 30, 1908, 222-262.

— Introduction to mathematical philosophy. Londres 1919; 2.ª ed. 1920. Trad. al. de E. J. Gumbel y W. Gordon: Einführung in die mathematische Philosophie. Munich 1923; 2.ª ed. Munich 1930: Introduction à la philosophie mathématique. París 1928 [2].
V. tb. Whitehead, A. N. y B. Russell.

Schönfinkel, M.: Über die Bausteine der mathematischen Logik, en: Math. Annalen 92, 1924, 305-316.

Schröder, E.: Der Operationskreis des Logikkalküls. Leipzig 1877.

— Über das Zeichen. Karlsruhe 1890. Trad. ingl.: Signs and symbols, en: The Open Court 6, 1892, 3431-3434, 3441-3444 y 3463-3466.

— Vorlesungen über die Algebra der Logik (Exakte Logik). Leipzig, I: 1890, II/1: 1891, III: 1895, II/2: 1905.

[1] Trad. esp.: Los principios de las matemáticas. Buenos Aires, México 1951. [N. d. T.]
[2] Trad. esp. de J. B. Molinari: Introducción a la filosofía matemática. Buenos Aires 1945. [N. d. T.]

Sheffer, H. M.: A set of five independent postulates for Boolean algebras, with application to logical constants, en: Transact. Amer. Math. Soc. 14, 1913, 481-488.
— Notational relativity, en: Proc. of the Sixth Int. Congr. of Philos., N. York 1927, 348-351.
— The general theory of notational relativity. 1921. (No está en venta.)
Skolem, Th.: Einige Bemerkungen zur axiomatischen Begründung der Mengenlehre, en: Wissenschaftl. Vorträge, geh. a. d. 5. Kongr. d. Skandinav. Math. in Helsingfors 1922, Helsinki 1923, 217-232.
— Über einige Grundlagenfragen der Mathematik. Skrifter utgitt av Det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo, I. Matematisk-naturvidenskapelig klasse, 4, 1929.
Solbrig, D.: De scripturae oecumenicae, quam omnes gentes.. etc., en: Miscell. Berol. ad increm. scient. Contin. I, 1723.
Solly, T.: A syllabus of logic. Cambridge 1839.
Tarski, A.: Über einige fundamentale Begriffe der Metamathematik, en: Comptes rend. séances Soc. d. Sciences et d. Lettres de Varsovie, cl. III, 23, 1930, 22-29.
— Fundamentale Begriffe der Methodologie der deduktiven Wissenschaften I, en: Monatsh. f. Math. u. Physik 37, 1930, 361-404.
— Pojęcie prawdy w językach nauk dedukcyjnaych. Varsovia 1933. Trad. al. con un prólogo del autor: Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen, por L. Blaustein, en: Studia philos. (Leopoli) 1, 1936, 261-405. (Sep. 1935.)
— Einführung in die mathematische Logik und in die Methodologie der Matemathik. Viena 1937 [1].
— The semantic conception of truth, en: Philos. and Phenomenol. Research 4, 1944, 341-375.
V. tb. Łukasiewicz y Tarski.
Thomas, I.: The logical square and modes of categorical syllogism. En: Contemplations presented to the Dominican Tertiaries, Oxford 1949, 10-23.
— CS(n): An extension of CS, en: Dom. Stud. 2, 1949, 145-160.
— Some laws of the calculus of quantifiers. Ibid. 2, 1949, 285.
— Existence and coherence, en: Methodos 2, 1950, 76-80.
— A new decision procedure for Aristotle's syllogistic, en: Mind 61, 1952, 564-566.
Venn, J.: The logic of chance. Londres, Cambridge 1866.
— On the diagrammatic and mechanical representation of propositions and reasoning, en: The London, Edinburgh and Dublin Philos. Mag. and Journ. of Science, 5. Ser., 10, 1880, 1-18.
— On the forms of logical propositions, en: Mind 5, 1880, 336.
— Symbolic logic. Londres 1881; 2.ª ed. aumentada 1894.
Wajsberg, M.: Aksjomatyzacja trójwartościowego rachunku zdań (Axiomatización del cálculo de las sentencias trivalentes). (Con resumen en al.) en: Comptes rend. Séances Soc. d. Sciences et d. Lettres de Varsovie, cl. III, 24, 1931, 126-148.
Weyl, H.: Das Kontinuum. Kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Analysis. Leipzig 1918. Reimpr.: Leipzig 1932.
— Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik, en: Math. Zeitschr. 10, 1921, 39-79.
Whitehead, A. N.: Mathematics. En: The Encyclopedia Britannica, 14.ª ed., XV. Londres, N. York 1929, 85-89. (Aparece ya en la ed. de 1911 y ss.) Reimpr. en: Essays in science and philosophy. N. York 1947, Londres 1948. Trad. al.: Mathematik, en: Philosophie und Mathematik (Vorträge u. Essays v. A. N. W.), Viena 1949, 125-150.
— Indication, classes, numbers, validation, en: Mind 43, 1934, 281-297 y 543. Reimpr. en: Essays...

[1] Trad. esp.: Introducción a la lógica y a la metodología de las ciencias deductivas. Buenos Aires, México 1951 [N. d. T.]

— Remarks, en: The philos. review 46, 1937, 178-186. Reimpr. bajo el título "Analysis of meaning" en: Essays...
— Mathematics and the good. En: The philosophy of A. N. W. Ed. P. A. Schilpp. Evanston, Chicago 1941, 666-681. Reimpr. en: Essays... Trad. al.: Die Mathematik und das Gute, en: Philosophie und Mathematik (Vorträge und Essays v. A. N. W.), Viena 1949, 69-90.
— y B. Russell: Principia Mathematica. Cambridge (= PM). I: 1910; 2.ª ed. aumentada 1925 (Reimpr. 1935, 1950) (c). II: 1912; 2.ª ed. 1927 (Reimpr. 1950) (c). III: 1913; 2.ª ed. 1927 (Reimpr. 1950). Introd. al. trad. por H. Mokre bajo el título: Einführung in die math. Logik. Munich, Berlín 1932.
Wittgenstein, L.: Logisch-philophische Abhandlung. Introd. de Bertrand Russell, en: Annalen der Nat.-philosophie 14, 1921, 185-262. Reimpr. con trad. ingl.
Wittgenstein, L.: Tractatus logico-philosophicus. N. York, Londres 1922 (y numerosas ed. más) (c). Reimpr. con trad. it. de G. C. M. Colombo: (Milán, Roma) 1954 [1].
Zermelo, E.: Beweis, dass jede Menge wohlgeordnet werden kann, en: Math. Annalen 59, 1904, 514-516.
— Untersuchungen über die Grundlagen der Mengenlehre I. Ibid. 65, 1908, 261-281.

5.3. *Generalidades sobre historia de la Lógica matemática*

5.31. *Literatura sobre la totalidad de la historia de la Lógica matemática y sus grandes secciones (excepto s. XX); artículos de enciclopedia*

Bell, E. T.: Men of mathematics. N. York 1937, 2.ª ed. 1946. Trad. fr. de A. Gandillon: Les grands mathématiciens. París 1939.
Beth, E. W.: Kanttekeningen op de geschiedenis der wijsbegeerte (Notas sobre la Historia de la Filosofía), en: Alg. Nederl. Tijdschr. v. Wijsb. en Psych. 36, 1942/43, 80-83.
— Logica, en: Eerste Nederlandse systematisch ingerichte encyclopaedie, t. I, Amsterdam 1946, 113-119.
— Hundred years of simbolic logic (con resumen en ingl., franc. y al.), en: Dialectica (Neuchâtel), 1, 1947, 311-346.
— The origin and growth of symbolic logic. Paper, resumen en: JSL 13, 1948, 62 s.
— Artículo con el mismo título en: Synthese 6, 1947/48, 268-274.
— Critical epochs in the development of the theory of science, en: The British Journ. of Philos. of Science 1, 1950.
Couturat, L.: IIme Congrès de Philosophie. — Ginebra. Comptes rendus critiques. II: Logique et philosophie des sciences. Séances de sect. et séances générales, en: Rev. de metaph. et de mor. 12, 1904, 1037-1077.
Daan, A.: Logistiek, en: Encyclopaed. handboek van het moderne denken, 2.ª ed. Arnhem 1942, 420-425.
Enriques, E.: Per la storia della logica. Bolonia 1922. Trad. al. de L. Bieberbach: Zur Geschichte der Logik. Leipzig, Berlín 1927. Trad. fr. de G.-E. Monod-Herzen.: L'évolution de la logique. París 1926.
— Il significato della storia del pensiero scientifico. Bolonia 1938.
— Compendio di storia del pensiero scientifico. Bolonia 1937.
— y G. de Santillana: Storia del pensiero scientifico I. Milán, Roma 1932.

---

[1] Trad. esp. de E. Tierno Galván, con una introd. de B. Russell: Tractatus logico-philosophicus. Madrid 1957. [N. d. T.]

García Bacca, J. D.: Simbólica (lógica). En: Enciclopedia Espasa IX, Barcelona 1934, apénd., 1329-1339.

Huntington, E. V. y Ch. Ladd-Franklin: Logic, symbolic. En: The encyclopedia Americana, IX, N. York 1905; y: ed. 1941, t. 17, N. York, Chicago 1941, 568-573.

Ito, M.: Kagaku ronrigaku no tenbo (Panorama de la Lógica científica), en: Kisokagaku 3, 3, 1949, 294-299.

Jørgensen, J.: Einige Hauptpunkte der Entwicklung der formalen Logik seit Boole, en: Erkenntnis 5, 1935/36, 131-142.
V. tb. Jørgensen *1.22.*

Jourdain, P. E. B.: V. Jourdain (5.2.).

Kaczorowski, St.: Logika matematyczna. Cz. I: Algebra Logiki (Lóg. matemát., parte I: El álgebra de la Lógica). Lwów 1938. 2.ª ed. Łódź 1946.

— Logika matematyczna. Cz. II: Logika nowożytna. (Lóg. matemát., parte II: La Lógica moderna) Lwów 1938.

Levi, B.: Logica matematica. En: Enciclopedia italiana di scienze, lettere ed arti, t. 21, Roma 1934, 398-401.

Liard, L.: Les logiciens anglais contemporains. París 1878, 2.ª ed. 1883, 3.ª ed. 1890, 5.ª ed. 1907. Trad. al. de J. Imelmann: Die neuere englische Logik. Leipzig 1883. Trad. rus. de N. Davydov: Anglijskié réformatory logiki. S. Petersburgo 1897.

Loria, G.: La logique mathématique avant Leibniz, en: Bull. des sciences math. (París), 2.ª serie, 18, 1894, 107-112.

Nicod, J.: Mathematical logic and the foundations of mathematics. En: The encyclopaedia Britannica, 12.ª ed., t. 31; Londres. N. York 1922, 874 ss.

Peano, G.: Origine du signe ɔ, en: L'intermédiaire des mathématiciens 10, 1903, 70. V. tb. el trabajo de H. Brocard, Ibid. 13, 1906, 18.

Pieri, M.: Un sguardo al nuovo indirizzo logico-matematico delle scienze deduttive. Catania 1907.

Ramsey, F. P.: Mathematical logic. En: The encyclopaedia Britannica, 13.ª ed., t. 2.º de apénd.; Londres, N. York 1926, 830-832.

Reichenbach, H.: The rise of scientific philosophy. Berkeley, Los Ángeles 1951.

Reyes y Prósper, V.: Proyecto de clasificación de los escritos lógico-simbólicos especialmente de los post-Booleianos, en: El progreso matemático 2, 1892, 229-232.

— La Lógica simbólica en Italia. Ibid. 3, 1893, 41 ss.

Scholz, H.: Natürliche Sprachen und Kunstsprachen, en: Semester-Ber. (Münster de W.), 11. Semester, Winter 1937/38, 48-85. Tb. en: Blätter f. dt. Philos. 12, 1938/39, 253-281 (más un prólogo).

Shearman, A. T.: The development of symbolic logic. Londres 1906.

Stebbing, L. S.: Logistic. En: The encyclopaedia Britannica, 14.ª ed., t. 14, Londres 1929, 330-334. Reimpr. en: Encycl. Brit., ed. de 1944; Chicago, Londres, Toronto 1944, t. 14, 330-334. Y: 1950.

Vacca, G.: Sui precursori della logica matematica, en: Rev. de math. (Riv. di mat.) 6, 1896-1899, 121-125.

— Sui precursori della logica matematica II: J. Gergonne. Ibid. 183 ss.

Vailati, G.: Pragmatismo e logica matematica, in: Leonardo 4, 1906. Reimpr. en: Scritti di G. Vailati (1863-1909), Leipzig y Florencia 1911, 689-694. Trad. ingl. de H. O. Austin: Pragmatism and mathematical logic, en: The Monist 16, 1906, 481-491.

5.32. *Historia de la Lógica matemática en el s. XX*

5.321. *Generalidades* [1]

Beth, E. W.: Fundamental features of contemporary theory of science, en: The British Journ. of Philos. of Science 1, 1950.
Blanché, R.: Logique 1900-1950, en: Rev. philos. de la France et de l'Etranger 143, 1953, 570-598.
Carruccio, E.: Recenti sviluppi della logica matematica, en: Atti del Convegno di Pisa 23-27 sett. 1948. Città di Castello 1949.
— Matematica e logica nella storia e nel pensiero contemporaneo. Turín 1951. dal Pra, M.: L'empirismo logico dal 1930 ad oggi, en: Riv. crit. di storia d. filos. 7, 1952, 62-67.
Feys, R.: Les logiques nouvelles des modalités, en: Rev. néoscol. de philos. 40, 1937, 517-553.
— Logique formalisée et philosophie, en: Synthese 4, 1947-48, 283-289.
— Logistique. Chronique des années 1939-1945. París 1950.
Fraenkel, A. und J. Bar-Hillel: Le problème des antinomies et ses développements récents, en: Rev. de metaph. et de mor. 4, 1939, 225-242.
Geymonat, L.: La crisi della logica formale. En: N. Abbagnano y Persico, Fondamenti logici della scienza, Turín 1947, 111-135.
— Logica matematica. Sviluppi recenti. En: Enciclopedia ital. di scienze, lettere ed arti, 1938-1948, 2.º t. apénd. (I-Z), Roma 1949, 226 s.
Grelling, K.: Der Einfluss der Antinomien auf die Entwicklung der Logik im 20. Jahrhundert. En: Trav. du IXe congr. int. de philos.; VI: logique et mathématiques. París 8-17.
Jørgensen, J.: Hovetdstrømninger i nutidens filosofi (Principales corrientes filosóficas en la actualidad), en: Ajatus (Helsinki) 15, 1948 (publ. 1949), 67-89.
— Traek af deduktionsteoriens udvikling i den nyere tid (Resumen de la evolución moderna de la teoría de la deducción). Copenhague 1937.
Reymond, A.: Les principes de la logique et la critique contemporaine. París 1932.
Scholz, H.: Was will die formalisierte Grundlagenforschung? en: Deutsche Mathematik 7, 1943, 206-248.
Stegmüller, W.: Hauptströmungen der Gegenwartsphilosophie. Viena, Stuttgart 1952.
Thomas, I.: Farrago logica, en: Dom. Stud. 4, 1951, 69-79.
— Introductory notes to modern, logic, en: Blackfriars 33, 1952, 299-305.

5.322. *Alemania*

Dubislav, W.: Les recherches sur la philosophie des mathématiques en Allemagne. Trad. de E. Levinas, en: Recherches philos. 1, 1931/32, 299-311.
Grelling, K.: Philosophy of the exact sciences: its present status in Germany. Trad. de E. L. Schaub, en: The Monist, 38, 1928, 97-119.

5.323. *Francia*

Boll, M. y J. Reinhart: Logic in France in the twentieth century. En: Philosophic thought in France and the United States. Ed. M. Farber. Búffalo 1950, 181-201.

[1] Añádase en esp.: García Bacca J. D., Introducción a la lógica moderna. Barcelona 1936; y Ferrater Mora J. y Leblanc H., Lógica matemática. México 1955 [N. d. T.]

Destouches, P.: La logique symbolique en France et les récentes Journées de Logique, en: Rev. philos. de la France et de l'Etranger 136, 1946, 221-225.

5.324. *Gran Bretaña*

Metz, R.: Die mathematische Logik. En: Die philos. Strömungen der Gegenwart in Grossbritannien, por R. Metz, t. 2.°, Leipzig 1935, 247-264. Trad. ingl. de R. Metz: Mathematical logic. En: A hundred years of British philosophy, N. York, Londres 1938, 705-726.

5.325. *Italia*

V. 5.918. y 5.919.

5.326. *Holanda*

Beth, E. W.: Exact-wetenschappelijke wijsbegeerte in Nederland (Filosofía de las ciencias exactas en Holanda), en: Nieuw tijdschr. v. wiskunde 35, 1947, 100-104.

5.327. *Polonia*

Ajdukiewicz, K.: Logistyczny antyirracjionalizm w Polsce (Antiirracionalismo lógico en Polonia), en: Przegl. Filoz. (Varsovia), 37, 1934, 399-408.
— Der logistische Antirrationalismus in Polen, en: Erkenntnis 5, 1935/36, 151-161.
Bocheński, I. M.: Philosophie. En: Pologne 1919-1939, Neuchâtel 1947, III, 229-260.
Grégoire, F.: La philosophie polonaise contemporaine, en: Rev. philos. de la France et de l'Etranger 142, 1952, 53-71.
Gromska, D.: Philosophes polonais morts entre 1938 et 1945, en: Stud. philos. (Posen) 3, 1939-1946 (public. 1948), 40-91 (?).
Jordan, Z.: The development of mathematical logic and of logical positivism in Poland between the two wars. Londres, N. York, Toronto 1945.
Vaccarino, G.: La scuola polacca di logica, en: Sigma 2, 1948, 527-546.
Zawirski, Z.: Les tendances actuelles de la philosophie polonaise, en: Revue de synthèse 10, Sciences de la nature et synthèse générale, 1935, 129-143.
Zich, V. O.: Logistika v Polsku (Logística en Polonia), en: Ceská mysl 33, 1937, 23-36.

5.328. *EE. UU.*

Benjamin, A. C.: Philosophy in America between the two wars. En: Philosophic thought in France and the United States. Ed. M. Farber. Búffalo 1950, 365-388.
Feys, R.: Directions nouvelles de la logistique aux Etats-Unis, en: Rev. néoscol. de philos. 40, 1937, 398-411.
Hiż, H.: Logika, en: Filozofia w Stanach Zjednocznych 1939-1947 (La Filosofía en los EE. UU. de 1939-1947), 241-249. En: Przegl. filoz. 44, 1948, 234-282.
Lenzen, V. F.: Philosophy of science in America. En: Philosophic thought in France and the United States. Ed. M. Farber, Búffalo 1950, 505-524.
Quine, W. V.: Os Estados Unidos e o ressurgimiento de logica. En: Vida intelectual nos Estados Unidos, Sao Paulo, 2, 1946, 267-286.

5.33. *Lógica antigua y moderna*

Bendiek, J.: Scholastische und mathematische Logik. (2.3.).

Beth, E. W.: De logistiek als voortzetting van de traditionele formele logica (La Logística como continuación de la Lógica formal tradicional), en: Alg. Nederl. Tijdschr. v. Wijsb. en Psych. 34, 1940/41, 53-68; y en: Annalen v. h. Genootschap v. wetenschappelijke philos. 11, 1941, 1-16.
Bocheński, I. M.: O "relatywizmie" logistycznym (Acerca del "relativismo" lógico). En: Myśl katolicka... 87-111 (Resumen en fr.: 180 ss.).
— Tradycja myśli katolickiej a ścisłość (La tradición del pensamiento católico y la exactitud). Ibid. 27, 34 (Resumen en fr.: 165 ss.).
Carnap, R.: Die alte und die neue Logik, en: Erkenntnis 1, 1930/31, 12-26. Trad. franc. de E. Vouillemin, con introd. de M. Boll. L'ancienne et la nouvelle logique. París 1933.
Clark, J. T.: Conventional logic and modern logic. Woodstock (Md.) 1952.
Czeżowski, T.: Quelques problèmes anciens sous la forme moderne, en: Stud. philos. (Posen) 3, 1939-1946 (public. 1948), 101-113.
Drewnowski, J. F.: Neoscholastyka wobec nowoczesnych wymagań nauki (La Neoscolástica y las exigencias actuales de la ciencia). En: Myśl katolicka... 49-57 (Resumen en fr.: 169 ss.).
Freitag gen. Löringhoff, Bruno: Logik, Ihr System und ihr Verhältnis zur Logistik. Stuttgart y Colonia 1955.
Greenwood, Th.: Les fondements de la logique symbolique. T. 1.° Critique du nominalisme logistique. T. 2.°: Justification des calculs logiques. París 1938.
— A classical approach to mathematical logic, en: The Australasian journ. of psychol. and philos. 17, 1939, 1-10.
— The unity of logic, en: The Thomist 8, 1945, 457-470.
Günther, G.: Logistik und Transzendentallogik, en: Die Tatwelt 16, 1940 (public. 1941), 135-147.
Hoenen, P.: De logica nova et antiqua, en: Gregorianum 20, 1939, 273-280.
Kraft, V.: Die moderne und die traditionelle Logik, en: Wissenschaft u. Weltbild (Viena) 3, 1950, 28-34.
Łukasiewicz, J.: W obronie logistyki (Justificación de la Logística). En: Myśl katolicka... 12-26 (Resumen en fr.: 159-164).
Myśl katolicka wobec logiki współczesnej (El pensamiento católico y la Lógica moderna). Poznań 1937. (Resumen en fr.: 155-196. Ed. sep. de éste: Cracovia 1937.)
Quine, W. V.: O sentido da nova logica. Sao Paulo 1944.
Ritchie, A. D.: A defense of Aristotle's logic, en: Mind 55, 1946, 256-262.
Salamucha, J.: O "mechanizacji" myślenia (Acerca de la "mecanización" del pensamiento). En: Myśl katolicka... 112-121 (Resumen en fr.: 182-186).
— O możliwościach ścisłego formalizowania dziedziny pojęć analogicznych (Acerca de las posibilidades de una formalización precisa en el dominio de los conceptos análogos). Ib. 122-155 (Resumen en fr.: 186-193).
— Zestawienie... (3.3.).
Scholz, H.: Die mathematische Logik und die Metaphysik, en: Philos. Jahrb. d. Görres-Ges. 51, 1938, 257-291.
Thomas, I.: Lógica moderna y lógica clásica, en: Estudios filos. 3, 1953, 467-471.

5.4. *Leibniz y otros Lógicos anteriores a Boole*

5.41. *Leibniz*

5.411. *Bibliografía*

V. Ropohl 5.412.
Bodemann, E.: Der Briefwechsel des G. W. Leibniz in der Kgl. Bibliothek zu Hannover, beschr. v. E. B. Hannover 1889.

— Die Leibnizhandschriften der Kgl. Bibliothek zu Hannover. Hannover, Leipzig 1895.
Gehlen, A.: Bericht über neue Leibniz-Forschungen, en: Blätter f. dt. Philos. 9, 1935, 313-321.
Hartmann, H.: Die Leibniz-Ausgabe der Berliner Akademie. Ibid. 13, 1939, 408-421.
Ravier, E.: Bibliographie de la philosophie de Leibniz. (Dis. Clermond-Ferrand). Caen 1927.
Ritter, P.: Neue Leibniz-Funde, en: Abhdlgen. d. Berliner Akademie d. Wiss. 1904.
Rix, H.: Report on Leibnitz-Newton manuscripts in the possession of the Royal Society of London. Londres 1880.
Schrecker, P.: Une bibliographie de Leibniz, en: Rev. philos. de la France et de l'Etranger 126, 1938, 324-346.
Trendelenburg, A.: Die im Nachlasse Leibnizens auf der Bibliothek zu Hannover aufbewahrte Tafel der Definitionen, en: Monatsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1861, 170 ss.

5.412. *Exposiciones generales de su filosofía*

Brunner, F., Etudes sur la signification historique de la philosophie de Leibniz. París 1951.
Cassirer, E.: Leibniz' System in seinen wissenschaftlichen Grundlagen. Marburgo 1902.
Fischer, K.: Gottfried Wilhelm Leibniz. Leben, Werke und Lehre. 4.ª ed. Heidelberg 1902.
Halbwachs, M.: Leibniz. (Nouv. éd. rev. et augm.) París s. a.
Iwanicki, (J.): Leibniz et les démonstrations mathématiques de l'existence de Dieu. París 1934.
Jasper, J.: Leibniz und die Scholastik. (Tesis, Leipzig.) Münster de W. 1898-99.
Kuhn, F.: Die historischen Beziehungen zwischen der stoischen und der Leibnizschen Philosophie. (Tesis) Leipzig 1913.
Mahnke, D.: Leibnizens Synthese von Universalmathematik und Individualmetaphysik I, en: Jahrb. f. Philos. u. phänomenolog. Forschg. 7, Sep.: Halle 1925.
Matzat, H. L.: Untersuchungen über die metaphysischen Grundlagen der Leibnizschen Zeichenkunst. Berlín 1938.
Merz, J. Th.: Leibniz. Londres 1884 y 1907. Trad. al. de C. Schaarschmidt: Heidelberg 1886.
Nason, J. W.: Leibniz and the logical argument for individual substances, en: Mind 51, 1942, 201-222.
Nostiz-Rieneck, R. von: Leibniz und die Scholastik, en: Philos. Jahrd. d. Görres-Ges. 7, 1894, 54 ss.
Piat, C.: Leibniz. París 1915.
Ropohl, H.: Das Eine und die Welt. Versuch zur Interpretation der Leibnizschen Metaphysik. Mit einem Verzeichnis der Leibniz-Bibliographien. Leipzig 1936.
Russell, B.: A critical exposition of the philosophy of Leibniz. Cambridge 1900. 4.ª ed. 1951. Trad. fr. de J. y R.-J. Ray: La philosophie de Leibniz. París 1908.
Saw, R. L.: Leibniz. Baltimore 1954.
Schmalenbach, H.: Leibniz. Munich 1921.

5.413. *Literatura sobre la Lógica*

Britzelmayr, W.: Über die älteste formale Logik in deutscher Sprache, en: Zeitschr. f. philos. Forschung 2, 1947, 46-68.
Brunstäd, F.: Die mathematische Logik. En: Brunstäd, Logik (Handb. d. Philos., Abt. I, Beitrag A); Munich, Berlín 1933, 79-84.
Carruccio, E.: I fini del "calculus ratiocinator" di Leibniz, e la logica matematica del nostro tempo, en: Boll. d. Unione Mat. Ital., ser. 3.ª, 3, 1948, 148-161

Cohen, J.: On the project of a universal character, en: Mind 64, 1954, 49-63.
Couturat, L.: La Logique de Leibniz d'après des documents inédits. París 1901.
Dalbiez, R.: L'idée fondamentale de la combinatoire leibnizienne, en: Trav. du IXième Congr. Int. de Philos.; VI: Logique et mathématiques, París 1937, 3-7.
Diels, H.: Über Leibniz und das Problem der Universalsprache, en: Sitz.-Ber. Berliner Akad. d. Wiss. 1899, 579 ss. (o: 32, 1889, 1-24?).
di Rosa, L.: Il principio degli indiscernibili. Leibniz e Kant, en: Studi Francescani 8, 1936, 336-361.
Dürr, K.: Neue Beleuchtung einer Theorie von Leibniz. Grundzüge des Logikkalküls. Darmstadt 1930.
— Die mathematische Logik von Leibniz, en: Stud. philos. (Basilea) 7, 1947, 87-102.
— Leibniz' Forschungen im Gebiet der Syllogistik. Berlín 1949.
Frege, G.: Über den Briefwechsel Leibnizens und Huygens mit Papin, en: Jenaische Zeitschr. f. Nat.-wiss. 15, 1882, Supl. 15, 29-32.
Jourdain, P. E. B.: The logical work of Leibniz, en: The Monist 26, 1916, 504-523.
Kern, H.: De Leibnitii scientia generali commentatio, Progr. Halle 1847.
Květ, F. B.: Leibnitz'ens Logik. Praga 1857.
Lindemann, H. A.: Leibniz y la lógica moderna, en: Anales d. l. Soc. Cient. Argentina 142, 1496, 164-176.
Mahnke, D.: Die Indexbezeichnung bei Leibniz als Beispiel seiner kombinatorischen Charakteristik. 1913 (Bibliot. mat., ser. 3.ª, t. 13).
— Leibniz als Begründer der symbolischen Mathematik, en: Isis 9, 1927, 279-283.
Quesada, F. M.: Síntesis de la conferencia sobre la "Lógica de Leibniz", en: Actas d. l. Acad. Nac. d. Cienc. Exact., Fís. y Nat. de Lima 10, 1947, 79-83.
Rescher, N.: Leibniz's interpretation of his logical calculi, en: JSL 19, 1954, 1-13.
Sánchez-Mazas, M.: Sobre un pasaje de Aristóteles y el cálculo lógico de Leibniz, en: Rev. de filos. (Madrid) 10, 1951, 529-534.
— La lógica matemática en Leibniz, en: Theoria (Madrid) 2, 1954, núms. 7/8.
— Notas sobre la combinatoria de Leibniz. Ebda. 133-145.
Sauer, H.: Über die logischen Forschungen von Leibniz, en: Gottfr. Wilh. Leibniz (Vorträge...), Hamburgo 1946, 46-78.
Schischkoff, G.: Die gegenwärtige Logistik und Leibniz, en: Beiträge z. Leibniz-Forschung I, Reutlingen 1947, 224-240.
Scholz, H.: Leibniz und die mathematische Grundlagenforschung, en: Jahresber. d. dt. Mathem.-Ver. 52, 1942, 217-244.
Schrecker, P.: Leibniz et le principe du tiers exclu, en: Actes d. Congr. Int. de Philos. Scient.; VI: Philos. des mathématiques, París 1936, 75-84.
— Leibniz and the art of inventing algorisms, en: Journ. of the hist. of ideas 8, 1947, 107-116.
Servien, P.: Le progrès de la métaphysique selon Leibniz et le langage des sciences, en: Rev. philos. de la France et de l'Etranger 124, 1937, 140-154.
Tönnies, F.: Leibniz und Hobbes, en: Philos. Monatsh. 23, 1887, 557 ss.
Tramer, M.: Die Entdeckung und Begründung der Differential- und Integralrechnung durch Leibniz im Zusammenhang mit seinen Anschauungen in Logik und Erkenntnistheorie... Berna 1906.
Trendelenburg, A.: Über das Element der Definition in Leibnizens Philosophie, en: Monatsber. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1860, 374 ss. Tb. en: Trendelenburg, Hist. Beiträge zur Philos. III, 1867, 48-62.
— Über Leibnizens Entwurf einer allgemeinen Charakteristik. Abhdlgen. d. Berliner Akad. d. Wiss. 1856. Tb. en: Trendelenburg, Hist. Beiträge zur Philos. III (o II), 1876, 1-47.
Vacca, G.: La logica di Leibniz, en: Rev. de math. (Riv. di mat.) 8, 1902-1906, 64-74.

Vailati, G.: Sul carattere del contributo apportato dal Leibniz allo sviluppo della logica formale, en: Riv. di filos. e scienze affini 12, 1905, 338-344. Reimpr. en: Scritti di G. Vailati (1863-1909); (Leipzig, Florencia) 1911, 619-624.
Wiener, Ph. P.: Notes on Leibniz' conception of logic and its historical context, en: The philos. review 48, 1949, 567-586.
Yost, R. M., Jr.: Leibniz and philosophical analysis. Berkeley, Los Ángeles 1954.

5.42. *Bolzano*

Bar-Hillel, Y.: Bolzano's definition of analytic propositions, en: Methodos 2, 1950, 32-55. Tb. en: Theoria 16, 1950, 91-117.
Dubislav, W.: Bolzano als Vorläufer der mathematischen Logik, en: Philos. Jahrb. d. Görres-Ges. 44, 1931, 448-456.
Heesch, E.: Grundzüge der Bolzanoschen Wissenschaftslehre. Ibid. 48, 1935, 313-341.
McGill, V. J.: Notes on the logic of grammar, en: The philos. review 39, 1930, 459-478.
Scholz, H.: Die Wissenschaftslehre Bolzanos, en: Semesterber. (Münster de W.), 9. Sem., Winter 1936/37, 1-53. Ampliad. en: Abhdlg. d. Fries'schen Schule, N. S. 6, 399-472.
Smart, H. R.: Bolzano's logic, en: The philos. review 53, 1944, 513-533.
Theobald, S.: Die Bedeutung der Mathematik für die logischen Untersuchungen Bernard Bolzanos (Dis. Bonn 1929). Coblenza 1928.

5.43. *Otros Lógicos matemáticos anteriores a Boole*

Aner, K.: Gottfried Ploucquets Leben und Lehren. Halle 1909.
Bergmann, H.: Maimons logischer Kalkül, en: Philosophia 3, 1938, 252-265.
Bornstein, P.: Gottfried Ploucquets Erkenntnistheorie und Metaphysik (Dis. Erlangen). Potsdam 1898.
Brulez, L.: Delboeufs Bedeutung für die Logik, en: Kant-Studien 24, 1919/20, 52-106.
Czeżowski, T.: Przyczynek do sylogistyki Arystotelesa (Brentanowska teoria wniosków kategorycznych). (Aportación a la Silogística aristotélica. [La teoría de los raciocinios categóricos en Brentano.]) (Resumen en fr.) En: Stud. Soc. Scient. Torunensis, Sect. A, 2, 1950, 65-76.
Dürr, K.: Die mathematische Logik des Arnold Geulincx, en: The journ. of. unif. science (Erkenntnis) 8, 1939/40, 361-368. Resumen en: JSL 4, 1939, 177.
— Die Logistik Johann Heinrich Lamberts, en: Festschr. 60. Geburtst. Prof. Dr. A. Speiser, Zurich 1945, 47-65.
Eisenring, M. E.: Johann Heinrich Lambert und die wissenschaftliche Philosophie der Gegenwart. Dis. Zurich 1944.
Hillebrand, F.: Die neuen Theorien der kategorischen Schlüsse. Viena 1891.
Krienelke, K.: J. H. Lamberts Philosophie der Mathematik. Dis. Halle 1909.
Lambert, J. H.: In algebram philosophicam Cl. Richeri breves adnotationes, en: Nova acta eruditorum, Leipzig 1767, 334-344.
Land, J. P. N.: Brentano's logical innovations, en: Mind 1, 1876, 289-292.
Peano, G.: Un precursore della logica matematica, en: Riv. di mat. 4, 1894, 120.
Venn, J.: Notice of Castillon's Sur un nouvel algorithme logique, en: Mind 6, 1881, 447 s.
Wisdom, J.: Interpretation and analysis in relation to Bentham's theory of definition. Londres 1931.

5.5. *Boole. Lógicos ingleses y americanos anteriores a Russell*

5.51. *Boole*

Anónimo: George Boole, en: Proc. of the Royal Soc. of London 15, 1867; Obituary notices of fellows deceased, VI-XI.

Bobynin, V. V.: Opyty matématičeskago izložénia logiki. Vypusk 1: Raboty Boolea, Sočinenie Roberta Grassmanna (Parte I: Trabajos de Boole y Robert Grassmann). (Moscú) 1886. Vypusk 2: Sočinenia Ernesta Schrödera (Parte II: Trabajos de Ernst Schröder). (Moscú) 1894.

Halsted, G. B.: Boole's logical method, en: The journ. of spec. philos. (S. Luis, Mo.), 12, 1878, 81-91.

— Professor Jevons' criticism of Boole's logical system, en: Mind 3, 1878, 134-137.

Harley, R.: Georges Boole, F. R. S., en: The Brit. quart. review 44, 1866, 141,181.

— Remarks on Boole's "Mathematical Analysis of Logic", en: Report of the 36th meeting of the Brit. Ass. for the Advancem. of Science; Londres 1867, Notices and abstracts, 3-6.

— On Boole's "Laws of Thought", en: Report of the 40th meeting of the Brit. Ass. for the Advancem. of Science; Londres 1871, Notices and abstracts, 14 s.

— A contribution to the history of the algebra of logic. En: Report of the 50th meeting of the Brit. Ass. for the Advancem. of Science, Londres 1881.

Hesse, M. B.: Boole's philosophy of logic, en: Annals of science (Londres), 8, 1952, 61-81.

Jevons, W. S.: Artículo sobre George Boole en: Encyclopaedia Britannica, ed. de 1955, t. 3; Chicago, Londres, Toronto; 882 s.

Kneale, W.: Boole and the revival of logic, en: Mind 57, 1948, 149-175.

Nagel, E.: "Impossible numbers": a chapter in the history of modern logic, en: Stud. in the hist. of ideas (N. York), 3, 1935, 427-474.

Prior, A. N.: Categoricals and hypotheticals in George Boole and his successors, en: The Australasian journ. of philos. 27, 1949, 171-196.

Venn, J.: Boole, George. En: Dictionary of National Biography, vol. 5; Londres, N. York 1886, 369 s.

5.52. *De Morgan*

Halsted, G. B.: De Morgan as logician, en: The journ. of spec. philos. (S. Luis, Mo.), 18, 1884, 1-9.

5.53. *Jevons*

Keynes, J. N.: Über W. S. Jevons. En: Encyclopaedia Britannica, 10.ª ed., Londres 1902.

Liard, L.: Un nouveau système de logique formelle. M. Stanley Jevons. En: Rev. philos. de la France et de l'Etranger 3, 1877, 277-293.

Mays, W.: Mechanized reasoning, en: Electronic engineering 23, 1951, 278. (Acerca de: McCallum y Smith, Mechanized reasoning...).

Mays, W., C. E. M. Hansel, D. P. Henry: Note on the exhibition of logical machines at the joint session, July 1950, en: Mind 60, 1951, 262 ss.

Mays, W. und D. P. Henry: Logical machines. (New light on W. Stanley Jevons, en: The Manchester guardian, Nr. 32677 (14 Julio 1951), B, S. 4.

— Exhibition of the works of W. Stanley Jevons, en: Nature 170, 1952, 696 s.

McCallum, D. B. y J. B. Smith: Mechanized reasoning — logical computors and their design, en: Electronic engineering 23, 1951, 126-133.
— The authors reply. Ibid. 278. (Acerca de: Mays, Mechanized reasoning.)
Riehl, A.: Die englische Logik der Gegenwart, en: Vierteljahresschr. f. wissenschaftl. Philos. 1, 1877, 50-80.
Schlötel, W.: Eine Berichtigung zu dem Aufsatz von A. Riehl: "Die englische Logik der Gegenwart". Ibid. 455-457.
— Eine Selbstberichtigung. Ibid. 614 s.
V. tb. Shearman, A. T. (5.31.), Halsted (5.5.).

5.54. *Peirce*

Buchler, J.: Peirce's theory of logic, en: The journ. of philos. 36, 1939, 197-215.
Burks, A. W.: Peirce's conception of logic as a normative science, en: The philos. review 52, 1943, 187-193.
Dewey, J.: Peirce's theory of linguistic signs, thought, and meaning, en: The journ. of philos. 43, 1946, 85-95. (V. tb.: Morris, Ch.: Note thereon. Ibid. 196. Dewey, J.: Reply thereto. Ebda. 280). Tb. en: Dewey, J. y A. F. Bentley, Knowing and the known, Boston 1949.
Kempski, J. v.: C. S. Peirce und die ἀπαγωγή des Aristoteles. (2.3.).
Keyser, C. J.: A glance of some of the ideas of Charles Sanders Peirce, en: Scripta math. 3, 1935, 11-37. Reimpr. en: Mathematics as a culture clue and other essays, by C. J. K.; N. York 1947, 155-188.
— Charles Sanders Peirce as a pioneer. En: Galois lectures; N. York 1941, 87-112.
Reyes y Prosper, V.: Charles Santiago Peirce y Oscar Howard Mitchell, en: El progr. mat. 2, 1892, 170-173.
Russell, F. C.: Hints for the elucidation of Mr. Peirce's logical work, en: The Monist 18, 1908, 406-415.
Ueyama, S.: Development of Peirce's theory of logic, en: The science of thought (Tokio) 1, 1954, 25-32.
Weiss, P.: Peirce, Charles Sanders, en: Dictionary of American biography 14, N. York 1934; 398-403.
Young, F. H.: Charles Sanders Peirce. America's greatest logician and most original philosopher. (Pron. el 15. Oct. 1945 en la Pike County Hist. Soc. in Milford, Penn.) Ed. priv. 1946.

5.55. *Otros lógicos matemáticos ingleses y americanos anteriores a Russell*

Halsted, G. B.: The modern logic, en: The journ. of spec. philos. 17, 1883, 210-213.
Ladd-Franklin, Chr.: On some characteristics of symbolic logic, en: The Amer. journ. of psychol. 2, 1889, 543-567.
— Dr. Hillebrand's syllogistic scheme, en: Mind 1, 1892, 527-530.
Reyes y Prósper, V.: Cristina Ladd Franklin. Matemática americana y su influencia en la lógica simbólica, en: El progr. mat. 1, 1891, 297-300.
— Charles Santiago Peirce y Oscar Howard Mitchell (5.54.).
Shearman, A. T.: Some controverted points in symbolic logic, en: Proc. of the Arist. Soc., n. s. 5, 1905, 74-105.

5.6. *Frege, Peano, Schröder*

5.61. *Frege*

Bachmann, F.: Untersuchungen zur Grundlegung der Arithmetik mit besonderer Beziehung auf Dedekind, Frege und Russell. (Dis.) Münster de W. 1934.

Beth, E. W.: Naschrift (Nachschrift) (a: Beumer, En historische bijzonderheid...), en: Simon Stevin 25, 1946/47, 150 s.

Beumer, M. G.: En historische bijzonderheit uit het leven van Gottlob Frege (1848-1925). (Un detalle de la vida de Gottlob Frege [1848-1925]). Ibid. 146-149.

Black, M.: A translation of Frege's Über Sinn und Bedeutung. Introductory note, en: The philos. review 57, 1948, 207 s.

Husserl, E. G.: Frege's Versuch. En: Philosophie der Arithmetik, Leipzig 1891, 129-134.

Jourdain, P. E. B.: Introductory note, a: Frege, The fundamental laws of arithmetic. Trad. de "Grundges d. Arith." por J. Stachelroth y P. E. B. Jourdain, en: The Monist 25, 1915, 481-484.

— The function of symbolism in mathematical logic, en: Scientia 21, 1917, 1-12. Trad. fr. de E. Philippi: La fonction du symbolisme dans la logique mathématique. Ibid. Supplément, 3-15.

Korcik, A.: Gottlob Frege jako twórca pierwszego systemu aksjomatycznego współczesnej logiki zdań (Gottlob Frege, creador del primer sistema axiomático de la Lógica sentencial moderna), en: Roczn. filoz. 1, 1948, 138-164. Resumen en fr.: Ibid. 332.

Linke, P. F.: Gottlob Frege als Philosoph, en: Zeitschr. f. philos. Forschung 1, 1946/47, 75-99.

Łukasiewicz, J.: Zur Geschichte... (1.23.).

Myhill, J.: Two ways of ontology in modern logic, en: The review of metaph. 3, 1950, 367-384.

Papst, W.: Gottlob Frege als Philosoph. (Tesis) Berlín 1932.

Peano, G.: Risposta, en: Rev. de math. (Riv. di mat.) 6, 1896-1899, 60 s.

— Studii di logica matematica, en: Atti d. Reale Accad. d. Scienze di Torino 32, 1897, 565-583. Trad. al. de G. Bohlmann y A. Schlepp: Über mathematische Logik; en: Genocchi, Differentialrechnung und Grundzüge der Intregralrechnung, ed. G. Peano, Leipzig 1899, 336-352.

Perelman, Ch.: Metafizyka Fregego (La Metafísica de Frege). (En pol. con resumen en fr.) En: Kwart. filoz. 14, 1938, 119-142.

— Etude sur Gottlob Frege, en: Rev. de l'Univ. de Bruxelles 44, 1938/39, 224-227.

Russell, B.: The logical and arithmetical doctrines of Frege. Como "Appendix A", en: The principles of mathematics, 501-522.

Scholz, H.: Was ist ein Kalkül und was hat Frege für eine pünktliche Beantwortung dieser Frage geleistet? En: Semester-Berichte (Münster de W.), 7. Sem., Sommer 1935, 16-47.

— Die klassische deutsche Philosophie und die neue Logik, en: Actes du Congr. Int. de philos. scient.; VIII: Hist. de la log. et de la philos. scient., París 1936, 1-8.

— y F. Bachmann: Der wissenschaftliche Nachlass von Gottlob Frege. Ibid. 24-30.

Smart, H. R.: Frege's logic, en: The philos. review 54, 1945, 489-505.

Thomae, J.: Bemerkung zum Aufsatze des Herrn Frege, en: Jahresber. d. dt. Mathem.-Ver. 15, 1906, 56.

— Gedankenlose Denker, eine Ferienplauderei. Ibid. 434-438.

— Erklärung. Ibid. 590 ss.

Wells, R. S.: Frege's ontology, en: The review of metaph. 4, 1951, 537-573.

Whitehead, A. N.: Remarks, en: The philos. review 46, 1937, 178-186. Reimpr. bajo el título "Analysis of meaning" en: Essays in science and philos., N. York 1947, 122-131 y Londres 1948, 93-99.
Wienpahl, P. D.: Frege's Sinn und Bedeutung, en: Mind 59, 1950, 483-494.

5.62. *Peano*

Cassina, U.: Vita et opera di Giuseppe Peano, en: Schola et vita 7, 1932, 117-148. (Bibliogr. 133-148).
— L'oeuvre philosophique de G. Peano, en: Rev. de métaph. et de mor. 40, 1933, 481-491.
— L'opera scientifica di Giuseppe Peano, en: Rendiconti d. Semin. Mat. e Fis. di Milano 7, 1933, 323-389.
— Su la logica matematica di G. Peano, en: Boll. d. Unione Mat. Ital. 12, 1933, 57-65.
— Parallelo fra la logica teoretica di Hilbert a quella di Peano, en: Period. di mat., Ser. 4, 17, 1937, 129-138.
— L'idéographie de Peano du point de vue de la théorie du langage, en: Riv. di mat. d. Univ. di Parma 4, 1953, 195-205.
Collectione de scripto in honore de Prof. G. Peano in occasione de suo 70° anno ...Suppl. ad "Schola et vita", Milán 1928.
Couturat, L.: La logique mathématique de M. Peano, en: Rev. de métaph. et de mor. 7, 1899, 616-646.
di Dia, G.: Formulario Mathematico et latina sine-flexione de G. Peano. En: Collectione..., 53-69.
Feys, R.: Peano et Burali-Forti précurseurs de la logique combinatoire. En: Actes du XIème Congr. Int. de Philos.; V: Log., analyse philos., philos. d. math.; Amsterdam, Lovaina 1953, 70-72.
Frege, G.: Lettera del sig. G. Frege all'Editore (fechada el 29. Sept. 1896), en: Rev. de math. (Riv. di mat.) 6, 1896-1899, 53-59.
— Über die Begriffsschrift des Herrn Peano... (5.2.).
Levi, B.: L'opera matematica di Giuseppe Peano, en: Boll. d. Unione Mat. Ital. 11, 1932, 253-262.
— Intorno alle vedute di G. Peano circa la logica matematica. (A prop. del preced. art. del prof. U. Cassina). Ibid. 12, 1933, 65-68.
Natucci, A.: Fundamentos de arithmetica secundo G. Peano. En: Collectione..., 70-75.
Padoa, A.: Ce que la logique doit à Peano. En: Actes du Congr. Int. de philos. scient.; VIII: Hist. de la log. et de la philos. scient.; París 1936, 31-37.
Stamm, E.: Logica mathematico de Peano. En: Collectione..., 33 ss.
— Józef Peano (Poln.), en: Wiadom. mat. 36, 1934, 1-56.
Vacca, G.: Logica matematica. L'indirizzo di Peano. En: Enciclop. ital. di scienze, lettere ed arti, 1938-1948, Seconda append. (I-Z); Roma 1949, 226.
Vailati, G.: La logique mathématique et sa nouvelle phase de développement dans les écrits de M. J. Peano, en: Rev. de métaph. et de mor. 7, 1899, 86-102. Reimpr. en: Scritti di G. Vailati (1863-1909); Leipzig, Florencia 1911, 229-242.

5.63. *Schröder*

Church, A.: Schröder's anticipation of the simple theory of types, en: The journ. of univ. science (Erkenntnis) 9, 1939, 149-152.
Löwenheim, L.: Einkleidung der Mathematik in Schröderschen Relativkalkül, en: JSL 5, 1940, 1-15.

Lüroth, J.: Ernst Schröder †, en: Jahresber. d. dt. Mathem.-Ver. 12, 1903, 249-265.
Reyes y Prósper, V.: Ernesto Schroeder. Sus merecimientos ante la Lógica, su propaganda lógico-matemática, sus obras, en: El progr. mat. 2, 1892, 33-36.
V. tb. Bobynin (5.5.).

5.7. *Russell y Whitehead*

Bernstein, B. A.: Relation of Whitehead and Russell's theory of deduction to the Boolean logic of propositions, en: Bull. of the Amer. Math. Soc. 38, 1932, 589-593.
Broad, C. D.: Alfred North Whitehead (1861-1947), en: Mind 57, 1948, 139-145.
Copleston, F. C.: Bertrand Russell, en: Rev. de filos. (Madrid) 9, 1950, 261-278.
del Pando, J. E.: La lógica de Bertrand Russell, en: Univ. de Antioquia 37, 1940, 85-104.
Feibleman, J.: A reply to Bertrand Russell's introduction to the second edition of The principles of mathematics. En: The philos. of B. Russell. Ed. P. A. Schilpp; Evanston, Chicago 1944, 155-174.
Ghyka, M.: Bertrand Russell and scientific philosophy, en: The personalist 28, 1947, 129-139.
Gödel, K.: Russell's mathematical logic. En: The philos. of B. Russell. Ed. P. A. Schilpp; Evanston, Chicago 1944, 123-153.
Hammerschmidt, W. W.: Alfred North Whitehead, en: Scripta Math. 14, 1948, 17-23.
Jourdain, P. E. B.: The philosophy of Mr. B*rtr*nd R*ss*ll, en: The Monist 21, 1911, 481-508; 26, 1916, 24-62. Reimpr. aument.: The philosophy of Mr. B*rtr*nd R*ss*ll, with an appendix of leading passages from certain other works, Londres 1918.
— Mr. Bertrand Russell's first work on the principles of mathematics, en: The Monist 22, 1912, 149-158.
Leggett, H. W.: Bertrand Russell, O. M. A pictorial biography. N. York 1950.
Nagel, E.: Russell's philosophy of science. En: The philos. of B. Russell. Ed. P. A. Schilpp; Evanston, Chicago 1944, 317-349.
Pereira, R. C.: Alfred North Whitehead, en: Rev. mat. hispano-americana, Ser. 4, 9, 1949, 49-52.
Quine, W. V.: Whitehead and the rise of modern logic. En: The philos. of A. N. Whitehead. Ed. P. A. Schilpp; Evanston, Chicago 1941, 127-163.
Ramsey, F. P.: Russell, Bertrand Arthur William Russell, 3rd Earl. En: The encyclopaedia Britannica, 14.ª ed., t. 19; Londres, N. York 1929, 678 s.; Reed. Chicago, Londres, Toronto 1944.
Reichenbach, H.: Bertrand Russell's logic. En: The philos. of B. Russell. Ed. P. A. Schilpp; Evanston, Chicago 1944, 21-54.
Russell, B.: My mental development. Ibid. 1-20.
— Reply to criticisms. Ibid. 679-741.
— Whitehead and Principia Mathematica, en: Mind 57, 1948, 137 s.
— Alfred North Whitehead, O. M., en: Riv. crit. di storia d. filos. 8, 1953, 101-104.
Sanger, Ch. P. y anónimo: Russell, Bertrand Arthur William Russell, 3rd Earl. En: Encyclopaedia Britanica, t. 19; Chicago, Londres, Toronto 1950; 678.
Strachey, O.: Mr. Russell and some recent criticisms of his views, en: Mind 24, 1915, 16-28.
Tallon, H. J.: Russell's doctrine of the logical proposition, en: The New Scholasticism 13, 1939, 31-48.
Ushenko, A.: The logics of Hegel and Russell, en: Philos. and phenomenol. research 10, 1949, 107-114.
Whittaker, E. T.: Alfred North Whitehead 1861-1947, en: Obit. not. of fellows of the Royal Soc. 6 (17), 1948, 281-296.

Wiener. P. P.: Method in Russell's work on Leibniz. En: The philos. of B. Russell. Ed. P. A. Schilpp; Evanston, Chicago 1944, 257-276.
V. tb. 5.11.

5.8. *El problema de los fundamentos*

5.81. *Generalidades*

Ambrose, A.: A controversy in the logic of mathematics, en: The philos. review 42, 1933, 594-611.
Baldus, R.: Formalismus und Intuitionismus in der Mathematik. Karlsruhe 1924.
Bense, M.: Geist der Mathematik. Munich, Berlín 1939.
Beth, E. W.: L'évidence intuitive dans les mathématiques modernes. En: Trav. du IXe Congr. Int. de Philos.; VI: Log. et math.; París 1937, 161-165.
— Inleiding tot de wijsbegeerte der wiskunde (Introducción a la filosofía de la Matemática). Amberes y Bruselas, Nimega y Utrecht 1940, 2.ª ed. 1942.
— Wijsbeggerte der wiskunde (Filosofía de la Matemática), en: Euclides 17, 1940/41, 141-158.
— Les fondements logiques des mathématiques. 2. éd. rev. et augm. París, Lovaina 1955.
Black, M.: The nature of mathematics. A critical survey. Londres 1933, N. York 1934. 2.ª ed. Londres 1950, N. York 1950.
Cavaillès, J.: Méthode axiomatique et formalisme. I: Le problème du fondement des mathématiques. II: Axiomatique et système formel. III: La non-contradiction de l'aritmétique. París 1938.
— Sur la logique et la théorie de la science (póst.). París 1947.
Church, A.: The present situation in the foundation of mathematics. En: Gonseth, Philos. math. 67-72.
d'Abro, A.: The controversies on the nature of mathematics. En: The decline of mechanism (in modern physics), N. York 1939, 186-213.
Davis, H. T.: A survey of the problem of mathematical truth. Intr. a: Counting and measuring, by H. von Helmholtz, trans. by Ch. L. Byran, New York 1930, V-XXXIV.
Dingler, H.: Der Zusammenbruch der Wissenschaft und der Primat der Philosophie. Munich 1926, 2.ª ed. 1931. (Esp. 75-97; en la 2.ª ed. tb. 414 s.)
Dubislav, W.: Die sog. Grundlagenkrise der Mathematik, en: Unterrichtsbl. f. Math. u. Nat.-wiss. 37, 1931, 146-152.
— Die Philosophie der Mathematik in der Gegenwart. Berlín 1932.
Feys, R.: Fondements et méthodes des mathématiques. Notes sur la réunion d'études de Zurich, en: Rev. philos. de Louvain 42, 1939, 78-88.
Fraenkel, A. A.: The recent controversies about the foundations of mathematics, en: Scripta math. 13, 1947, 17-36.
Fraenkel, A.: Über die gegenwartige Grundlagenkrise der Mathematik, en: Sitz.-ber. d. Ges. zur Förd. d. ges. Nat.-wiss. zu Marburg 1924, 117-132.
— Die neueren Ideen zur Grundlegung der Analysis und Mengenlehre, en: Jahresber. d. dt. Mathem.-Ver. 33, 1924, 97-103.
— Über die gegenwärtige Krise in den Grundlagen der Mathematik, en: Unterrichtsbl. f. Math. u. Nat.-wiss. 31, 1925, 249-254 y 270-274.
— On modern problems in the foundations of mathematics. Trad. de S. Neumark en: Scripta math. 1, 1932/33, 222-227.
García Bacca, J. D.: Assaigs moderns per a la fonamentació de les matemàtiques, en: Soc. Cat. de Ciènc. Fís., Quím. i Mat., Publ. 1, 225-275.

Gentzen, G.: Die gegenwärtige Lage in der mathematischen Grundlagenforschung, en: Forschungen z. Log. u. z. Grundl. d. exakt. Wiss., neue Folge 4, Leipzig 1938, 1-18; tb. en: Deutsche Math. 3, 1938, 255-268.
Gonseth, F.: Les fondements des mathématiques. París 1926.
— (Ed.): Philosophie mathématique. París 1939.
Larguier, E. H.: The schools of thought in modern mathematics, en: Thought (N. York) 12, 1937, 225-240.
— Concerning some views on the structure of mathematics, en: The Thomist 4, 1942, 431-444.
Lietzmann, W.: Formalismus und Intuitionismus in der Mathematik, en: Zeitschr. f. math. u. nat.-wiss. Unterr... 56, 1925, 355-358.
Mannoury, G.: Methodologisches und Philosophisches zur Elementar-Mathematik. Haarlem 1909. Reed.: Assen (alrededor de 1947).
Poincaré, H.: Les mathématiques et la logique, en: Rev. de métaph. et de mor. 13, 1905, 815-835; 14, 1906, 17-34 y 294-317. Trad. pol. de M. H. Horwitz: Science et méthode, París 1908. Russ.: (S. Petersburgo) 1910, (Odessa) 1910. Trad. par. ingl. de G. B. Halsted: Nauka i metoda, 1911. The new logics, en: The Monist 22, 1912, 243-256; y bajo el título de: The latest effort of the logisticians, trad. por G. B. Halsted, ibid 524-539. Trad. compl. ingl. por G. B. Halsted, en: Poincaré, The foundations of science, esp. Prólogo de Poincaré e introd. de J. Royce; N. York 1913. Tb. bajo el título de: Science and method, trad. de F. Maitland, con prólogo de B. Russell; Londres, Edimburgo, Dublín, N. York s. a.
Ramsey, F. P.: The foundations of mathematics, en: Proc. of the London Math. Soc., 2.ª ser., 25, 1926, 338-384. Reimpr. en: The found. of math. and. other log. essays, ed R. B. Braithwaite; N. York, Londres 1931 (Reimpr.: N. York 1950), 1-61.
— Mathematics, foundations of. En: The encyclopaedia Britannica, 14.ª ed., t. 15; Londres, N. York 1929, 82 ss. Reimpr. Chicago, Londres. Toronto 1944.
Schmeidler, W.: Neuere Grundlagenforschungen in der Mathematik, en: Unterrichtsbl. f. Math. u. Nat.-wiss. 35, 1929, 193-198.
Skolem, Th.: Litt om de vigtigste diskussioner i den senere tid angaaende matematikkens grundlag (Algo sobre las controversias más importantes en la época más reciente en torno a los fundamentos de la Matemática), en: Norsk mat. tidsskr. 8, 1926, 1-13.
— Über die Grundlagendiskussionen in der Mathematik. En: Den Syvende Skandinav. Matematikerkongr., Oslo 1930, 3-21.
Stabler, E. R.: An interpretation and comparison of three schools of thought in the foundations of mathematics, en: The math. teacher 28, 1935, 5-35.
Weyl, H.: Über die neue Grundlagenkrise der Mathematik, en: Math. Zeitschr. 10, 1921, 39-79.
— Die heutige Erkenntnislage in der Mathematik, en: Symposion (Berlín) 1, 1925-1927, 1-32. Sep. Erlangen 1926.
— Philosophie der Mathematik und der Naturwissenschaft I. Munich, Berlín 1926. Hebreo: Jerusalén 1945. Ingl. (revis. y aument.): Philosophy of mathematics and natural sciences, Princeton 1949.
Zawirski, Z.: Stosunek logiki do matematyki w świetle badań współczesnych (Relaciones entre Lógica y Matemáticas a la luz de las investigaciones recientes). En: Księga pamiątkowa ku czci prof. Władysława Heinricha, Cracovia 1927, 171-206.

5.82. *Brouwer y el intuicionismo*

Bernays, P.: Sur le platonisme dans les mathématiques, en: L'Enseignem. math. 34, 1935 36, 52-69.

Bockstaele, P.: Het intuitïonieme bij de Franse wiskundigen (El intuicionismo en los matemáticos franceses), Bruselas 1949.
Brouwer, L. E. J.: Historical background, principles and methods of intuitionism, en: South African journ. of science 49, 1952/53, 139-146.
Dresden, A.: Brouwer's contributions to the foundations of mathematics, en: The Bull. of the Amer. Math. Soc. 30, 1924, 31-40.
Heyting, A.: Formal logic and mathematics, en: Synthese (Amsterdam) 6, 1947/48, 275-282.
Larguier, E. H.: Brouwerian philosophy of mathematics, en: Scripta math. 7, 1940 (publ. 1941), 69-78.
Menger, K.: Der Intuitionismus, en: Blätter f. deutsche Philos. 4, 1930, 311-325.
Zawirski, Z.: Geneza i rozwoj logiki intuįcjonistycznej (Nacimiento y desarrollo de la Lógica intuicionista), en: Kwart. filoz. 16, 1946, 165-222.

5.83. *Hilbert y el formalismo*

Anónimo: Le professeur David Hilbert, en: Le mois 70 (Oct. 1936), 263-267.
Bachiller, T. R.: David Hilbert, en: Rev. mat. hispano-americana, Ser. 4, 3, 1943, 77-81.
Bernays, P.: Die Bedeutung Hilberts für die Philosophie der Mathematik, en: Die Naturwissenschaften 10, 1922, 93-99.
— Über Hilberts Gedanken zur Grundlegung der Arithmetik, en: Jahresber. d. dt. Mathem.-Ver. 31, 1922, 10-19.
— Die Philosophie der Mathematik und die Hilbertsche Beweistheorie, en: Blätter f. dt. Philos. 4, 1930, 326-367.
— Hilberts Untersuchungen über die Grundlagen der Arithmetik. En: David Hilbert, Gesammelte Abhandlungen III, Berlín 1935, 196-216.
— Sur les questions méthodologiques actuelles de la théorie Hilbertienne de la démonstration. En: Gonseth (Ed.), Les estretiens... (5.2.), 144-161.
Chevalley, C., y A. Dandieu: Logique hilbertienne et psychologie, en: Rev. philos. de la France et de l'Etranger 113, 1932, 99-111.
Cipolla, M.: Sui fondamenti logici della matematica secondo le recenti vedute di Hilbert, en: Annali di mat. pura e appl., 4.ª ser., 1, 1923/24, 19-29.
MacLane, S.: Hilbert-Bernays on proof-theory, en: Bull. of the Amer. Math. Soc. 41, 1935, 162-165.
Mahnke, D.: Von Hilbert zu Husserl, en: Unterrichtsbl. f. Math. u. Nat.-wiss. 29, 1923, 34-37.
van Veen, S. C.: In memoriam David Hilbert (1862-1943). (Holand.) En: Mathematica B (Zutphen) 11, 1943, 159-169.
Weyl, H.: David Hilbert 1862-1943, en: Obit. not. of fellows of the Royal Soc. 4 (13), 1944, 547-553.
— David Hilbert and his mathematical work, en: Bull. of the Amer. Math. Soc. 50, 1944, 612-654.

5.9. *Otros Lógicos*

V. tb. Bobynin (5.5.).

5.901. *Bornstein*

Wąsik, W.: Benedykt Bornstein (1880-1948), en: Przegl. filoz. 44, 1948, 444-451.

5.902. *Cantor*

Bernstein, F.: Die Mengenlehre Georg Cantors und der Finitismus, en: Jahresber. d. dt. Mathem.-Ver. 28, 1919, 63-78.
Fraenkel, A.: (Biograf. de Georg Cantore). En: Cantor, Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts, ed. E. Zermelo, Berlín 1932.

5.903. *Cavaillès*

Dubarle, D.: Le dernier écrit philosophique de Jean Cavaillès, en: Rev. de métaph. et de mor. 53, 1948, 225-247 y 350-378. (Acerca de: Sur la logique et... [5.81.]).
Dubarle, R. P.: Jean Cavaillès et la philosophie, en: Les études philos. (París), n. s. 3, 1948, 82.
Ferrières, G.: Jean Cavaillès philosophe et combattant (1903-1944). París 1950.
Granger, G. G.: Jean Cavaillès ou la montée vers Spinoza, en: Les études philos. (París), n. s. 2, 1947, 271-279.

5.904. *Couturat*

Dassen, C. C.: Luis Couturat, en: Anales de la Soc. Cient. Argentina 118, 1934, 136-143.
— Vida y obra de Luis Couturat, en: Anales de la Acad. Nac. de Cienc. Exact., Fís. y Nat. de Buenos Aires 4, 1939, 73-204.
Schnippenkötter, J.: Die Bedeutung der mathematischen Untersuchungen Couturats für die Logik, en: Philos. Jahrb. d. Görres-Ges. 23, 1910, 447-468.

5.905. *Herbrand*

Chevalley, C.: Sur la pensée de J. Herbrand, en: L'Enseignem. math. 34, 1935-1936, 97-102.

5.906. *Keyser*

Bell, E. T.: Cassius Jackson Keyser, en: Scripta math. 14, 1948, 27-33.

5.907. *Kotarbiński*

Rand, R.: Kotarbińskis Philosophie auf Grund seines Hauptwerkes: "Elemente der Erkenntnistheorie, der Logik und der Methodologie der Wissenschaften" (= Elementy teorji poznania...: 5.2.), en: Erkenntnis 7, 1938, 92-120.

5.908. *Leśniewski*

Ajdukiewicz, K.: Die syntaktische Konnexität (5.2.).
Słupecki, J.: St. Leśniewski's protothetics, en: Stud. Log. (Varsovia) 1, 1953, 44-112.
Sobociński, B.: An investigation of protothetic. Bruselas 1949.
— L'analyse de l'antinomie russellienne par Leśniewski, en: Methodos 1, 1949, 94-107, 220-228 y 308-316.

5.909 *Meinong*

Russell, B.: Trabajos sobre Meinong en: Mind 8, 1899, 251-256; 13, 1904, 204-219 y 336-354; 14, 1905, 530-538; 15, 1906, 412-415; 16, 1907, 436-439.

5.910. *Nagy*

Padoa, A.: Albino Nagy, en: Riv. filos. 4, 1901, 427-432.

5.911. *Nelson*

Bernays, P.: Über Nelsons Stellungnahme in der Philosophie der Mathematik, en: Die Naturwissenschaften 16, 1928, 142-145.

Kraft, J.: Introduction. En: Socratic method and critical philosophy. Selected essays by Leonard Nelson. New Haven 1949, IX-XXII.

5.912 *Neopositivismo*

Feys, R.: Neo-positivisme en symbolische logica (Neopositivismo y Lógica simbólica), en: Annalen v. het Thijmgenootschap 37, 1949, 150-159.

Hess, M. V.: Mathematical logic in modern positivism, en: The journ. of philos. 30, 1933, 242-245.

von Wright, G. H.: Logistisk filosofi (Filosofía logística), en: Nya Argus.

V. tb. 5.*11*.

5.913. *Poreckij*

Dubágo, D.: P. S. Porěckij (rus.), en: Bull. de la Soc. Phys.-Math. de Kasan, 2.ª ser., 16, 1908, 3-7.

Sleszyński, J. (I. Slěšinskij): Památi Platona Sérgéévića Porěckago (In memoriam Platon Poretsky), en: Věstnik opytnoj fiziki i eléméntarnoj matématiki (Odessa) 487, 1909.

5.914. *Reichenbach*

Clay, J.: Obituary. Hans Reichenbach, en: Synthese 9, 1953, 10 ss.

5.915. *Sheffer*

Korcik, A.: Geneza pomysłu Sheffera dotyczacego redukcij pięciu stałych logicznych do pewnej stałej różnej od nich (Cómo surgió en Sheffer la idea de la reducción de cinco constantes lógicas a otra distinta de ellas), en: Rocz. filoz. (Lublin) 2/3, 1949/50 (publ. 1951), 423-428.

V. tb. 5.*11*.

5.916. *Sleszyński*

Hoborski, A.: Jan Sleszyński (Wspomnienie pośmiertne). (Jan Sleszyński [Necrológ.]), en: Wiadomości mat. 36, 1934, 71-75.

5.917. *Stebbing*

Keeling, S. V.: Prof. Susan Stebbing, en: Nature 152, 1943, 377.
Magg, P.: Homage to Susan Stebbing, en: The personalist 27, 1946, 165-172.
Wisdom, J.: L. Susan Stebbing, 1885-1943, en: Mind 53, 1944, 283 ss. Y en: Philosophical studies, essays in memory of L. S. Stebbing, Londres 1948, 1-4.

5.918. *Vacca*

Carruccio, E.: Giovanni Vacca matematico, storico e filosofo della scienza, en: Boll. d. Unione Mat. Ital., ser. 3.ª, 8, 1953, 448-456.
Frajese, A.: Ricordo di Giovanni Vacca, en: Archimede 5, 1953, 86 s.

5.919. *Vailati*

Facchi, P.: I contributi di G. Vailati alla metodologia ed all' analisi del linguaggio, en: Riv. crit. di storia d. filos. 7, 1952, 41-48.

5.920. *Wittgenstein*

D. A. T. G. y A. C. J.: Ludwig Wittgenstein, en: The Australasian journ. of. philos. 29, 1951, 73-80.
Ferrater Mora, J.: Wittgenstein, símbolo de una época angustiada, en: Theoria (Madrid) 2, 1954, 7/8, 33-38.
Gabriel, L.: Logische Magie. Ein Nachwort zum Thema Wittgenstein, en: Wissensch. u. Weltbild (Viena) 1954, 288-293.
Gasking, D. A. T.: Anderson and the Tractatus logico-philosophicus, en: The Australasian journ. of philos. 27, 1949, 1-26.
Russell, B.: Ludwig Wittgenstein, en: Mind 60, 1951, 297 s.
Ryle, G.: Ludwig Wittgenstein, en: Analysis (Oxford) 12, 1951, 1-9. Ital. (trad. de F. Rossi Landi), en: Riv. di filos. 43, 1952, 186-193.
Wisdom, J.: Ludwig Wittgenstein, en: Mind 61, 1952, 258-260.

5.921. *Zawirski*

Gawecki, B. J.: Zygmunt Zawirski (1882-1948), en: Przegl. filoz. 44, 1948, 436-443.

6. LA FORMA INDIA DE LA LÓGICA

6.1. *Historia de la Filosofía india*

6.11. *Bibliografía*

Annual Bibliography of Oriental Studies for 1946-1950. Kyoto University. June 1952.
Annual Bibliography of Oriental Studies for 1951-1952. Kyoto University. March 1954.
A Union List of Printed Indic Texts and Translations in American Libraries... by M. B. Emenau... New Haven (Conn.). 1935.

Bibliographie bouddhique, ed. Lalou y Przyluski. París 1948 ss.
Regamey, C.: Buddhistische Philosophie. BESP 20/21. Berna 1950.
V. tb. Dasgupta y Winternitz (*6.121.*).

6.12. Exposiciones generales. Obras de consulta

6.121. Generalidades

Dasgupta, S. N.: A history of Indian Philosophy. 4 vols. Cambridge 1922-49.
Deussen, P.: Allgemeine Geschichte der Philosophie. Leipzig I/1: 1915; I/2; 1899, 2. A. 1907 (ingl.: Edimburgo 1906); I/3: 1908.
Frauwallner, E.: Geschichte der indischen Philosophie. Salzburgo I 1953, II 1956.
Glasenapp, H. v.: Entwicklungsstufen des indischen Denkens. Halle 1940.
— Die Philosophie der Inder. Stuttgart 1949.
Grousset, R.: Les philosophies indiennes, les systèmes. 2 vols. París 1931.
Hiriyanna, M.: The essentials of Indian philosophy. Londres 1949.
Radhakrishnan, S.: Indian Philosophy. 2 vols. Londres 1927.
Strauss, O.: Indische Philosophie. Munich 1925.
Suali, L.: Introduzione allo studio della filosofia indiana. Pavía 1913.
Tarn, W. W.: The Greeks in Bactria and India. Cambridge 1938.
Winternitz, M.: Geschichte der indischen Literatur. 3 vols. Leipzig 1907/20.

6.122. El Budismo y el Jinismo

Bu-ston: History of buddhism. Trad. de E. Obermiller. 2 vols. Heidelberg 1931/32.
Conze, E.: Buddhism, its essence and development. Oxford 1951.
Glasenapp, H. v.: Der Jainismus. Eine indische Erlösungsreligion. Berlín 1925.
Hôbôgirin: Dictionnaire encyclopédique du bouddhisme d'après les sources chinoises et japonaises. Ed. Lévi y Takakusu, red. Demiéville. Tokio 1929 ss.
Keith, A. B.: Buddhist philosophy in India and Ceylon. Oxford 1923.
Kern, H.: Geschiedenis van het Buddhisme. Haarlem 1882. (Historia del Budismo.) Al.: Der Buddhismus und seine Geschichte in Indien, 2 vols., Leipzig 1882-1884. Trad. fr. de Huet: Histoire du bouddhisme dans l'Inde, 2 vols., París 1901-1903.
Kitayama, J.: Metaphysik des Buddhismus. Versuch einer philos. Interpret. der Lehre Vasubandhus u. seiner Schule. Stuttgart, Berlín 1934.
La Vallée Poussin, L. de: Le bouddhisme d'après les sources brahmaniques, en: Le Muséon 2, 1901.
— Bouddhisme, opinions sur l'histoire de la dogmatique. París 1909.
— Le dogme et la philosophie du bouddhisme. París 1930.
Oldenberg, H.: Buddha, sein Leben, seine Lehre, seine Gemeinde. 1.ª ed. Stuttgart, Berlín 1881; 10.ª-12.ª ed. Berlín 1923.
Rhys Davids. C. A. F.: Manual of buddhism for advanced students. Londres 1932.
Rhys Davids, T. W.: Buddhism. Londres 1880 y otras. Trad. al. de Pfungst: Leipzig 1899.
Rosenberg, O.: Die Probleme der buddhistischen Philosophie. Trad. del ruso por E. Rosenberg. Heidelberg 1924.
Ščerbatskoy: v. Stcherbatsky.
Schubring, W.: Die Lehre der Jainas nach den alten Quellen dargestellt. Berlín, Leipzig 1907.
Stcherbatsky, Th.: The central conception of buddhism and the meaning of the word dharma. (Royal Asiatic Soc. Prize Publ.) 1923.

Takakusu, J.: The essentials of buddhist philosophy. Honolulu 1947.
Thomas, E. J.: The history of buddhistic thought. Londres 1933.
Tucci, G.: On some aspects of the doctrines of Maitreyanātha and Asaṅga. Calcuta 1936.

6.2. *Ediciones de textos y traducciones* [1]

Abhidhamma-piṭaka: v. Kathā-vatthu.
Ālambanaparīkṣā (de Dignāga). Ed., trad. y com. de E. Frauwallner, en: WZKM 37, 1930, 174-194.
Annambhaṭṭa: v. Tarkasaṃgraha, Tarna-saṅgraha.
Anvīkṣānayatattvabodha: v. Nyāya-Sūtras.
Bhāradvāja: v. Nyāyavārttika.
Bhāṣāpariccheda (de Viśvanātha Nyāyapañcānana Bhaṭṭa). Trad. al. de O. Strauss. Leipzig 1922.
Bhāṣya (de Praśastapāda): v. Praśastapāda.
Bhāṣyacandra: v. Nyāya-Sūtras.
Bhaṣyatātparyya: v. Kālīpada.
Bodhasiddhi: v. Nyāya-Sūtras.
Dharmakīrti: v. Sambandhaparīkṣā.
Dharmottara: "Das Werk über die Sonderung". Ed. y trad. de E. Frauwallner bajo el título de: "Beiträge zur Apohalehre", en: WZKM 44, 1937, 233-254 (texto), 255-278 (trad.) y 278-287 (resumen).
S. a. Nyāyabinduṭīkā.
Dignāga (= Diṅnāga): Fragments from Diṅnāga. Ed. H. Randle. Londres 1926. Complet. por G. Tucci. En: JRAS (GB), Abril 1928, 377-390.
V. tb. Ālambanaparīkṣā, Nyāyamukha, Nyāyapraveśa.
Dīpikā: v. Tarkasaṃgraha.
Divākara, Siddhasena: v. Nyāyāvatāra.
Gaṅgeśa: v. Tattva-cintāmaṇi.
Gautama: v. Nyāya-Sūtras.
Govardhana: v. Tarkabhasa.
Haribhadra: v. Nyāyapraveśa.
Jagadīśa: v. Kālīpada.
Janakī Nāth Bhattāchārya: v. Nyāya-siddhānta-mañjarī.
Jayanārāyaṇa: v. Vaiśesika-Sūtras.
Kālīpada: MM. Śri Kālīpada Tarkāchārya's edition of the Praśastapādabhāṣyam. Sanskrit Parishat Series 15. (Contiene además Jagadīśas Sūktidīpikā y Kālīpadas Bhaṣyatātparyya, este último en bengalí.)
Kaṇāda: v. Vaiśeṣika(-Sūtras).
Kārikāvalī (de Viśvanātha Nyāyapañcānana Bhaṭṭa). Trad. ingl. y ed. por E. Röer bajo el título de "Divisions of the Categories of the Nyaya Philosophy". (Bibliotheca Indica) Calcuta 1850.
— (de Viśvanātha Pañcānana Bhaṭṭācārya) con el propio comentario del autor Siddhāntamuktāvalī, trad. del sánscrito por O. Strauss. Leipzig 1922.
(Kathā-vatthu). Points of Controversy or Subjects of Discourse being a translation of the Kathā-vatthu from the Abhidhamma-pitaka, by Shwe Zan Aung and Mrs. Rhys Davids. Londres 1915.

[1] En esta sección se ordenan las obras, con raras excepciones, por orden alfabético de títulos, no de autores. Éstos se incluyen también en la lista, reenviando al título correspondiente. — Sepa el lector disculpar la falta de uniformidad y errores en la transcripción: las dificultades que se presentaron no eran fáciles de superar para un no indólogo.

Keśavamiśra: v. Tarkabhāṣā.
Kumārila Bhaṭṭa: v. Ślokavārttika.
Kunst, A.: Probleme der buddhistischen Logik in der Darstellung des Tattvasaṅgraha. Cracovia 1939.
Laugākṣi Bhāskara: v. Tarkakaumudī.
Mathurānātha: v. Tattva-cintāmaṇi.
Mathurā Nātha Tarkavāgīśa: v. Vyāptipañcakarahasyam.
Milinda-pañha: The questions of King Milinda. Trans. from the Pāli by T. W. Rhys Davids. Oxford I: 1890, II: 1894.
— Die Fragen des Königs Menandros. Trad. por primera vez del Pāli al al. por el Dr. F. O. Schrader. 1.ª parte: Berlín, s. a. (1905).
— Die Fragen des Milindo. Aus d. Pāli zum 1. Mal vollständig ins Deutsche üb. von Nyānatiloka. Munich-Neubiberg sin fecha (1909?). (No es completo) (c).
— Les questions de Milinda. Trad. fr. de los 3 primeros libros del Milinda-pañha por L. Finot. París 1923.
Mitabhāṣiṇī: v. Saptapadārthī.
Nyāyabhāṣya (de Vātsyāyana). Trad. ingl. de G. Jhā, en: Indian Thought, Allahabad 1910-1920.
Nyāyabinduṭīkā (de Dharmottara). Cit. por la BL.
Nyāyadarśana (Gautama Sūtra) Bhāṣya (de Vātsyāyana). Sanskrit Text trans. and expl. in Bengali by P. Tarkavāgīśā. 5 vols. Calcuta 1924.
Nyāyadīpa: v. Tarka Tāṇḍava.
Nyāyakandalī: v. Padārthadharmasaṅgraha, Praśastapāda.
Nyāyamukha of Dignāga. Cur. G. Tucci. Heidelberg 1930. (c).
Nyāyanibandhaprakāśa: v. Nyāya-Sūtras.
Nyāyapraveśa of Diṅnāga (?) I. Sanskrit Text ed. and rec. by N. D. Mironov. en: T'oung Pao (Leiden) 1931.
— Sanskrit Text with commentaries. Baroda 1930.
— Tibetan Text. Baroda 1927.
— (de Dignāga) and Haribhadra's commentary on it. Ed. N. D. Mironov, en: Festgabe f. R. Garbe, Erlangen 1927, 37-46.
Nyāya-siddhānta-mañjarī, by Janakī Nāth Bhattāchārya, en: The Pandit (1907-14).
Nyāya-Sūtras, of Gautama, with Vātsyāyana's Bhāṣya and Uddyotakara's Vārttika. Trans. into Engl. by M. G. Jhā. (c).
I: Adhyāya I, with notes from Vācaspati Miśra's Tātparyaṭīkā and Udayanācārya's Pariśuddhi. Allahabad 1915.
II: Adhyāya II, with notes from Vācaspati Miśra's "Nyāya-Vārttika-Tātparya", Udayana's Pariśuddhi and Raghuttama's Bhāṣyacandra. Allahabad 1917.
III: Adhyāya III, with notes from Vācaspati Miśra's Tātparyaṭīkā, Udayanācārya's Pariśuddhi, Vardhamāna's Nyāyanibandhaprakāśa and Raghuttama's Bhāṣyacandra. Allahabad 1919.
IV: Adhyāyas IV and V, with notes from Vācaspati Miśra's Tātparyatīkā, Udayanācārya's Pariśuddhi and Bodhasiddhi, Vardhamāna's Anvīkṣānayatattvabodha and Raghuttama's Bhāṣyacandra. Allahabad 1919.
— Trad. (ingl.) de Ballantyne. Allahabad 1850-1854.
— Texto, trad., com. y glosario de W. Ruben. Leipzig 1929. (c).
Nyāyavārttika (de Uddyotakara [Bhāradvāja]). Trad. ingl. de G. Jhā, en: Indian Thought. Allahabad 1910-1920.
V. t. Nyāya-Sūtras.
Nyāya-Vārttika-Tātparya: v. Nyāya-Sūtras.

Nyāyāvatāra, the earliest Jaina work on pure logic, by Siddhasena Divākara, with Sanskrit Text and Comm. ed. with notes and engl. transl. by S. C. Vidyābhūṣana. Calcuta 1908.
Padārthacandrikā: v. Saptapadārthī.
Padārthadharmasaṅgraha of Praśastapāda, with the Nyāyakandalī of Śrīdhara. Trans. into Engl. by M. M. G. Jhā, in: The Pandit 25, 1903, 1-16; 26, 1904, 17-104; 27, 1905, 105-184; 28, 1906, 185-232; 29, 1907, 233 ss.; 30, 1908, 281 ss.; 31, 1909, 345 ss.; 32, 1910, 401 ss.; 35, 1913, 501 ss.; 36, 1914, 609 ss.; 37, 1915, 668 ss.
Padārtha-tattva-nirūpaṇa of Raghunātha Śiromaṇi, with the commentaries of Raghudeva and Rāmabhadra Sārvabhauma, en: The Pandit (1903-05).
Parameśvara, Ṛṣiputra: v. Ṛṣiputra Parameśvara.
Pariśuddhi: v. Nyāya-Sūtras.
Praśastapāda: The Bhāṣya of Praśastapāda together with the Nyāyakandalī of Śrīdhara, ed. by Vindhyeśvarīprasāda Dvivedin. Benarés 1895.
V. tb. Kālīpada, Padārthadharmasaṅgraha.
Rāghavendratīrtha: v. Tarka Tāṇḍava.
Raghudeva: v. Padārtha-tattva-nirūpaṇa.
Raghunātha Śiromaṇi: v. Padārtha-tattva-nirūpaṇa.
Raghuttama: v. Nyāya-Sūtras.
Rāmabhadra Sārvabhauma: v. Padārtha-tattva-nirūpaṇa.
Ṛṣiputra Parameśvara: v. Tattvavibhāvanā.
Sambandhaparīkṣā (von Dharmakīrti), ed. y trad. de E. Frauwallner, en: WZKM 41, 1934, 261-300.
Sāṃkhyakārikā: v. Sāṃkhyatattvakaumudī.
Sāṃkhyatattvakaumudī. Comentario al Sāṃkhyakārikā (de Vācaspati Miśra). Ed. y trad. inglesa de G. Jhā. Bombay 1896.
— Trad. al. con una introd. sobre la edad y origen de la filosofía Sāṃkhya, por R. Garbe. Munich 1891. Y: Abhdlg. d. kgl. Bayer. Akad. d. Wiss., I. Cl., t. XIX, sec. III. A.
Sandarbha: v. Saptapadārthī.
Śaṅkara Miśra: v. Vaiśeṣika-Sūtras.
Saptapadārthī of Śivāditya, with translation, Mitabhāṣiṇī, Padārthacandrikā, and Sandarbha. Calcutta Sanskrit Series 8.
Sārvabhauma: v. Padārtha-tattva-nirūpaṇa.
Sarvadarśanasaṃgraha. El cap. sobre el budismo está trad. en: La Vallée Poussin, L. de, Le bouddhisme... (6.122.).
Siddhāntamuktāvalī: v. Kārikāvalī.
Siddhasena Divākara: v. Nyāyāvatāra.
Śiromaṇi: v. Padārtha-tattva-nirūpaṇa.
Śivadatta Miśra: v. Vyāptipañcakarahasyam.
Śivāditya: v. Saptapadārthī.
Ślokavārttika (von Kumārila Bhaṭṭa). Trad. ingl. de G. Jhā, en: Bibliotheca Indica. Calcuta 1900-1908.
Śrīdhara: v. Padārthadharmasaṅgraha. Praśastapāda.
Sūktidīpikā: v. Kālīpada.
Tarkabhāṣā (de Keśavamiśra). Oxford, Bodleian Library, manuscr. sánscrito, 170 d. (Winternitz 1307). 1613.
— with the commentary of Govardhana, ed. por Sh. M. Paranjape. Poona 1894, 2.ª ed. 1909.
— or Exposition of Reasoning. Trans. into Engl. by M. G. Jhā, en: Indian Thought. Allahabat 1910.
(—) An Indian primer of philosophy or The Tarkabhāṣā of Keśavamiśra. Trans. with an intr. and notes by Poul Tuxen. Kopenhagen 1914.

Tarkāchārya: v. Kālīpada.
Tarkakaumudī (de Laugākṣi Bhāskara). Trad. del sánscrito por E. Hultzsch, en: Zeitschr. d. dt. morgenld. Ges. 61, 763.
Tarka-saṅgraha (de Annambhaṭṭa). Ed. with notes by M. R. Bodâs. (Bombay Sanskrit Series.) 1918.
(—) A primer of Indian logic according to Annambhaṭṭa's Tarkasaṃgraha. Ed. M. S. Kuppuswami Sastri. Madras 1932. 2.ª ed. s. a.
(—) Le compendium des Topiques (Tarka-Saṃgraha). Texte, trad., comm. par A. Foucher. París 1949. (c).
Tarkasaṃgraha (de Annambhaṭṭa) con el Dīpikā del autor. Trad. del sánscr. por E. Hultzsch. Abhdlg. d. kgl. Ges. d. Wiss zu Göttingen, phil.-hist. Kl., Neue Folge, t. IX, 1907, Berlín 1907. (c).
Tarka Tāṇḍava of Śrī Vyāsatīrtha with the comm., Nyāyadīpa of Śrī Rāghavendratīrtha. Ed. by D. Srinivasachar, V. V. Madhwachar, and V. A. Vyasachar. Mysore 1932.
Tātparyaṭīkā: v. Nyāya-Sūtras.
Tattvabindu by Vācaspatimiśra with Tattvavibhāvanā by Ṛṣiputra Parameśvara, ed. by V. A. Ramaswami Śastri. (Annamalai Univ. Sanskrit Series 3) Chidambaram 1936.
Tattva-cintāmaṇi of Gaṅgeśa, with the commentary of Mathurānātha: Tattvacintāmani-rahasya. Bibliotheca Indica 1892-1900.
Tattva-cintāmani-rahasya: v. Tattva-cintāmaṇi.
Tattvasaṅgraha: v. Kunst, A.: Probleme...
Tattvavibhāvanā: v. Tattvabindu.
Tucci, G.: Pre-Diṅnāga Buddhist texts on logic from Chinese sources. (Gaekwad Oriental Series) Baroda 1926.
Udayana: v. Nyāya-Sūtras.
Udayanācārya: v. Nyāya-Sūtras.
Uddyotakara: v. Nyāya-Sūtras, Nyāyavārttika.
Vācaspatimiśra: v. Nyāya-Sūtras, Sāṃkhyatattvakaumudī, Tattvabindu.
Vaiśeṣika. Die Lehrsprüche der Vaiśeṣika-Philosophie von Kaṇāda. Trad. del sánscrito y com. del Dr. E. Röer, en: Zeitschr. d. dt. morgenländ. Ges. 21, 1867, 309-420; 22, 1868, 383-442. (c).
— -Sūtras of Kaṇāda, with the comm. of Śaṅkara Miśra and extraits from the texts of Jayanārāyaṇa. Transl. by Nandalal Sinma. Allahabad 1911.
Vardhamāna: v. Nyāya-Sūtras.
Vātsyāyana: v. Nyāyabhāṣya, Nyāyadarśana Bhāṣya, Nyāya-Sūtras.
Viśvanātha Nyāyapañcānana Bhaṭṭa: v. Bhāṣāpariccheda, Kārikāvalī.
Viśvanātha Pañcānana Bhaṭṭācārya: v. Kārikāvalī.
Vyāptipañcakarahasyam of Mathurā Nātha Tarkavāgīśa with supercommentary of Śivadatta Miśra. Kashi Sanskrit Series 64.
Vyāsatīrtha: v. Tarka Tāṇḍava.

6.3. *Literatura sobre la totalidad de la Lógica y sus grandes períodos*

Gupta, S. N.: The nature of inference in Indian logic, en: Mind 6, 1895, 159 bis 175.
Ingalls, D. H. H.: Materials for the study of Navya-Nyāya logic. Cambridge (Mass.), Londres 1951 (= MNN).
— The comparison of Indian and Western philosophy, en: The journ. of Oriental research (Madrás) 22 (Sept. 1952-Jun. 1953), Parts I-IV, Madrás 1954, 1-11.
Jacobi, H.: Die indische Logik, en: Nachr. d. kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen aus dem Jahre 1901, phil.-hist. Kl., 458-482.
Jhā, G.: Sadho Lal Lectures on Nyāya, en: Indian Thought, Allahabad 1910-1920.

Keith, A. B.: Indian logic and atomism; an exposition of Nyāya and Vaiśeṣika systems. Oxford 1921.
Randle, H. N.: Indian logic in the early schools. Oxford 1930.
— A note on the Indian syllogism, en: Mind 33, 1924, 398-414.
Ščerbatskoy: v. Stcherbatsky.
Schayer, St.: Studien zur indischen Logik I: Der indische und der aristotelische Syllogismus, en: Bull. int. de l'Ac. Pol. des Sciences et des Lettres, Cl. de philol., Cl. d' hist. et de philos., année 1932 (ersch. 1933), 98-102.
— Studien zur indischen Logik II: Altindische Antizipationen der Aussagenlogik. Ibid., année 1933 (ersch. 1934), 90-96.
— Über die Methode der Nyāya-Forschung, en: Festschr. M. Winternitz, Leipzig 1933, 247-257.
— Staroindyjskie antycypacje logiki współczesnej (Anticipaciones de la Lógica moderna en la antigüedad india), en: Ruch filoz. 13, 1935, 4.
Stasiak, St.: Fallacies and their classification according to the early hindu logicians, en: Rocz. Orient. (Lemberg) 6, 1929, 191-198.
Stcherbatsky, Th.: Buddhist logic. 2 Bde. Leningrado 1932. (T. I = BL).
Sugiura, S.: Hindu logic as preserved in China and Japan. Filadelfia 1900.
Ui, H.: Der Ursprung der Trairūpya-Liṅga-Theorie in der indischen Logik, en: Commemoration volume, the 25th ann. of the foundation of the professorship of science of religion in Tokyo Imp. Univ., ed. by the Celebration Committee, Tokyo 1934, 343-345.
Vidyābhūṣana, S. C.: A history of Indian logic, ancient, mediaeval and modern schools. Calcuta 1921.
· Indian logic. Mediaeval school. Calcuta 1909.

6.4. *Literatura sobre cuestiones particulares*

Aṭhalye-Bodas: The Tarka-Saṃgraha of Annambhaṭṭa. Bombay 1897.
Bhattacaryya, Dineścandra: Baṅgalir Sarasvat Avadān, pratham bhāg. Baṅge Navyanyāyacarccā. Calcuta 1358 (= A. D. 1951).
Bhattacharya, V.: Introd. al.: Nyāyapraveśa (de Dignāya). Tibetan Text. Baroda 1927.
— The Nyāyapraveśa of Dinnāga, en: The Ind. Hist. Quart. (Calcuta) 3, 1927, 152-160.
Bhīmāccārya, Jhalakīkar: Nyāyakośa or Dictionary of the technical terms of the Nyāya philosophy. Poona 3.ª ed. 1928.
Chatterjee, S. C.: The Nyāya theory of knowledge: a critical study of some problems of logic and metaphysics. Calcuta 2.ª ed. 1950.
— The theory of Pakṣatā in Indian logic, en: The philos. quart. 14, 1938, 52-59.
Dhruva, A. B.: Introd. al: Nyāyapraveśa (de Dignāga). Sanskrit Text with commentaries. Baroda 1930.
Faddegon, B.: The Vaiçeṣika-system, described with the help of the oldest texts. Amsterdam 1918.
Frauwallner, E.: Dignāga und anderes, en: Festschr. M. Winternitz, Leipzig 1933, 237-242.
— Zu den Fragmenten buddhistischer Logiker in Nyāyavārttikam, en: WZKM 40, 1933, 281-304.
Hacker, P.: Jayantabhaṭṭa und Vācaspatimiśra, ihre Zeit und ihre Bedeutung für die Chronologie des Vedānta, en: Beitr. z. ind. Philos. u. Altertumskunde, W. Schubring z. 70. Geburtstag dargebr., Hamburgo 1951, 162 ss.
Ingalls, D. H. H.: Śaṅkara on the question: Whose is avidyā?, en: Philosophy East and West (Honolulú) 3, Abril 1953, 69-72.
Iyengar, H. R. R.: Kumārila and Diṅnāga, en: The Ind. Hist. Quart. (Calcuta) 3, 1927, 603-606.

— Vasubandhu and the Vadavidhi. Ibid. 5, 1929, 81-86.
Keith, A. B.: The authorship of the Nyāyapraveśa. Ibid. 4, 1928, 14-22.
— Vasubandhu and the Vadavidhi. Ibid. 221-227.
La Vallée Poussin, L. de: L'Abhidharmakośa de Vasubandhu. 6 vols. París 1923-1931.
Naik, B. S.: The theory of predication in Vedānta, en: The philos, quart. 14, 1938, 214-220.
Raju, P. T.: The principle of four-corned negation in Indian Philosophy, en: The Review of Metaphysics 7, 1953, 114-125.
Regamey, C.: Die Religionen Indiens, en: Christus und die Religionen der Erde, ed. por F. König, Bd. III, Viena 1951, 73-227.
Ščerbatskoy: v. Stcherbatsky.
Sen, S.: A study on Mathurānātha's Tattva-Cintāmaṇi-Rahasya. (Dis. Amsterdam) 1924.
Stcherbatsky, Th.: Erkenntnistheorie und Logik nach der Lehre der späteren Buddhisten. Trad. de O. Strauss. Munich-Neubiberg 1924.
Tubianski, M.: On the authorship of Nyāyapraveśa, en: Bull. de l'Acad. d. Sciences de l'URSS 1926.
Tucci, G.: Is the Nyāyapraveśa by Diṅnāga?, en: JRAS (GB?), Enero 1928, 7-13.
— On the fragments from Diṅnāga. Abril 1928, 377-390.
— Buddhist logic before Diṅnāga. Ibid. Jul. 1929, 451-488.
— Notes on the Nyāyapraveśa by Śaṅkarasvāmin. Ibid. 1931, 381-413.
Ui, H.: Seshiu no inmyosetsu (Die Logik des Vasubandhu), en: Journ. of the Taisho Univ. 1930.
Vidyābhūṣaṇa, S. C.: The Nyāyasūtras of Gotama. Allahabad 1909.
Windisch, E.: Über das Nyāyabhāṣya. Leipzig 1889.

6.5. *Sofística y Dialéctica chinas*

Francke, H.: Sinologie. Berna 1953.
Hu Shish (Suh Hu): The development of the logical method in ancient China. Shanghai 1.ª ed. 1922, 2.ª ed. 1928.
Kou Pao-Koh, J.: Deux sophistes chinois: Houei Che et Kong-Souen Long. París 1953.
Maspero, M. H.: Notes sur la logique de Mo-tseu et son école, en: T'oung Pao 1927.
Masson-Oursel, P.: La démonstration confucienne, en: Rev. de l'hist. des religions 67, 1913, 49-54.
V. tb. BL I 52-55.

ÍNDICE DE NOMBRES PROPIOS

ÍNDICE DE LOS SIGNOS LÓGICOS

Los números indican las páginas cuando delante de ellos hay "pág." o "págs."; en los demás casos indican los textos.

Una "p" delante del número de un texto indica que el signo correspondiente (o la expresión correspondiente) se encuentra en el comentario después del texto indicado con el número; una "a" indica que hay que buscarlo en el comentario delante del texto.

Πi, Σi	44.03
⊃x, y	44.04, 46.20
|—◡— Φ (α)	44.05 s.
$\hat{x}$	a45.07
(x). φx	44.08 s.
(x) (∃ x)	44.08 s.
φ (x)	44.11
I_{ij}	44.25
K	45.01, 49.05
ε, -ε	45.01, 49.05
$\grave{\alpha}$, $\grave{\varepsilon}$	45.05, 46.08
$\overline{x\,\varepsilon}$	45.06
Cls	45.07
φ!z	45.07
∩	45.09
N p	45.12
2×, 2+	46.02, 48.08 s.
‘ξ	46.08
ɜ	46.17
∃	46.18
ι x	46.19
ɿ x	46.20, 46.23
V, Λ	46.21
L, M, X, Y	47.02 — 47.09
X . . LY X . LY	47.02
X . . L (MY) X . . (LM) Y X . . LMY	47.03

M′	47.05
L^{-1}, φ^{-1}	47.06 ss.
l	47.06
LL))L	47.08
ľ, l, l, l, l, l $(l)_{ij}$	47.10
—<	47.10 s., 47.13
†	47.12 s.
Rel, R, $\hat{R}$	47.16
∈, ∩, ∪, ∸	47.17
∃̇!, V̇, Λ̇	47.18
R‘ y	47.19
Ř	47.20
$\overrightarrow{R}$, $\overleftarrow{R}$	47.21
D, Ɑ, C D‘ R, Ɑ‘ R, C‘ R	47.22
R ∣ S, R^2, R^3	47.23
⌉R, R⌈, ⌉R⌈	47.24
P⌊	47.25
R“β Rε	47.26
E! !	47.26
d, e, f, F, x, y, z	47.30 ss.
R∗, $\overleftarrow{R_*}$	47.37 s.
a, b, c, d, … z	47.37
μ, ν	47.38
c	47.38, 49.02 s.
smor	47.39

ÍNDICE DE EXPRESIONES MNEMOTÉCNICAS

ÍNDICE DE MATERIAS

ÍNDICE GENERAL

Págs.

SEXTA PARTE: LA FORMA INDIA DE LA LÓGICA